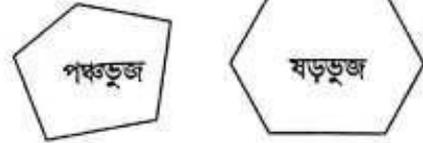


বহুভুজ (Polygon)

□ প্রাথমিক আলোচনা:

এই অধ্যায়ের জন্য কয়েকটি সূত্র জানলেই যে কোন অংক খুব দ্রুত করা সম্ভব। কিন্তু অধ্যায়টির সাথে আমরা অনেকেই খুব কম পরিচিত, এবং এখান থেকে খুব কম প্রশ্ন আসায় সেই সামান্য সূত্রগুলোও আমাদের মনে থাকে না। তাই আমরা শুধু একটি সহজ সূত্র দিয়ে এই অধ্যায়ের সকল প্রশ্নের সমাধান করা শিখব। বুঝতে একটু সময় লাগলেও সময় দিয়ে পড়ুন।

□ বহুভুজ: ত্রিভুজ হচ্ছে সবচেয়ে কমবাহ বিশিষ্ট বহুভুজ। ত্রিভুজ থেকে শুরু করে আরো বেশি সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট যে কোন ক্ষেত্রকেই এক নামে বহুভুজ বলা হয়। যেমন:



পদ্ধতি -০১: কোণের পরিমাপ নির্ণয়

□ Key point: সুষম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = 360°

মনে রাখবেন, একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা যাহাই হোক না কেন তার বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ বের করার জন্য নিম্নোক্ত সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে এবং এই একটি সূত্র দিয়ে বহুভুজের সব প্রশ্ন সমাধান করা সম্ভব। তাই গুরুত্ব দিন।

বহুভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ = $n\theta = 360^\circ$ বা, $\theta = \left(\frac{360}{n}\right)^\circ$ [এখানে n হচ্ছে বাহুর সংখ্যা]

একটি পঞ্চভুজের বহিঃস্থ একটি কোণের পরিমাণ হবে $\left(\frac{360}{5}\right)^\circ = 72^\circ$

১. একটি ষড়ভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের মান কত হবে?

উত্তর: -60°

আবার বহিঃস্থ কোণ না চেয়ে অন্তঃকোণের মান বের করতে বললেও একই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। কিন্তু এক্ষেত্রে ভাগ করার পর যে বহিঃস্থ কোণ বের হবে তা 180° থেকে বিয়োগ দিয়ে ১টি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ বের করতে হবে।

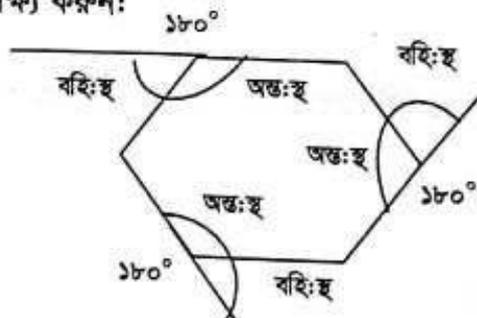
ভালোভাবে বুঝতে ছকের কথাগুলো মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

□ Learning point: অন্তঃস্থ কোণ + বহিঃস্থ কোণ = 180° (খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

সুতরাং অন্তঃস্থ কোণ 100° হলে বহিঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ।

অনুরূপভাবে বহিঃস্থ কোণ 60° হলে অন্তঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ।

অন্তঃস্থ কোণ অর্থ হলো ভেতরের কোণ কিন্তু বহিঃস্থ কোণ অর্থ বাহিরের কোণ হলেও বাহিরের সম্পূর্ণ অংশের কোণ নয়। যেমন: চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ্য করুন:



এখানে, সম্পূর্ণ অধ্যায়টিতে সুষম বহুভুজ নিয়েই আলোচনা করা হয়েছে।

২. একটি অষ্টভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের মান কত?

সমাধান: $360 \div 8 = 85 <<<$ এটা বহিঃস্থ। তাহলে অন্তঃস্থ হবে $180 - 85 = 105^\circ$ ।

৩. একটি সুথম দশভুজের প্রতিটি কোণ হবে- (সাধারণ বীমা কর্পোরেশন: ২০১৬) (আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণ: অধিন ১২)
ক. সুক্ষকোণ খ. প্রবৃদ্ধকোণ গ. সমকোণ ঘ. স্থূলকোণ উত্তর: ঘ

□ ব্যাখ্যা:

বহুভুজের একটি বহিঃস্থ কোণ = $(360/\text{বাহু সংখ্যা})$ এখানে বহিঃস্থ কোণ = $360/10 = 36$ তাহলে অন্তঃস্থ কোণ হবে $180 - 36 = 144$ (১টি অন্তঃস্থ + ১টি বহিঃস্থ = 180) এখন 144 ডিগ্রি কোণ হলো স্থূলকোণ।

৪. একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ১০ হলে তার প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ কত হবে?

উত্তর: ১৪৪

পদ্ধতি -০২: বাহুর সংখ্যা নির্ণয়

□ উল্টোভাবে আসলে, যেমন:

৫. একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ 60° হলে, বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত? [$360 \div 60 = 6$ টি] উত্তর: ৬টি।

অংক করার আগে এভাবে ভাবুন ১০ কে ৫ দিয়ে ভাগ করলে যদি ২ হয়, তাহলে ১০ কে আবার ২ দিয়ে ভাগ করলে ৫ ই হবে। তেমনি বাহুর সংখ্যা দিয়ে ৩৬০ কে ভাগ করলে যদি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ বের হয় তাহলে বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ দিয়ে ৩৬০ কে ভাগ করলে বাহুর সংখ্যা বের হয়। সূত্র: $n\theta = 360^\circ$

□ Confusion Clear: বহিঃস্থ কোণ থাকলে সরাসরি ৩৬০ কে ভাগ দিয়ে উত্তর। কিন্তু অন্তঃস্থ কোণ থাকলে আগে বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ বের করে তারপর সূত্রটি প্রয়োগ করতে হবে।

৬. একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ 188° হলে বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা কত?

উত্তর: ১০টি।

সমাধান:

অন্তঃস্থ 188° হলে বহিঃস্থ কোণ হবে $180^\circ - 188^\circ = 36^\circ$ এখন বহিঃস্থ কোণ বের করে সেই সহজ সূত্রটিই প্রয়োগ অর্থাৎ $360 \div 36 = 10$ টি। উত্তর: বহুভুজটিতে ১০টি বাহু আছে। (বহিঃস্থ কোণ না বের করে সূত্র প্রয়োগ করলে ভুল হবে)

□ নিজে করুন:

৭. একটি বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ 160° হলে বহুভুজে বাহুর সংখ্যা কত? (Help: $360 \div 20$) উত্তর: ১৮টি

৮. একটি বহুভুজের প্রতিটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ 45° হলে বহুভুজটিতে মোট কয়টি বাহু আছে? (মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩)

ক. ৮

খ. ১০

গ. ১২

ঘ. ১৬

উত্তর: ক

(Help : বহিঃস্থ কোণ দেয়া থাকলে বিয়োগ না করে সরাসরি ভাগ, $\frac{360^\circ}{8^\circ} = 45$)

□ সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন চাকুরীর প্রশ্ন: (উপরের আলোচনাগুলো পড়লে কারো সাহায্য ছাড়াই নিজে নিজে পারা যাবে)

৯. সুথম বহুভুজের একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ 105° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (১২তম বিসিএস) (জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬) [Help: আগে বহিঃস্থ বের করে তারপর করুন]

ক. ৬

খ. ৭

গ. ৮

ঘ. ১০

উত্তর: গ

১০. সুথম বহুভুজের একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ 188° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (পরিবেশ অধিদপ্তরের সহ-পরিচালক ২০০৭)

ক. ২০

খ. ১০

গ. ১২

ঘ. ১৮

উত্তর: খ

[Help: $180^\circ - 188^\circ = 36^\circ$, তারপর $360^\circ \div 36$]

১১. সুথম বাহুভুজের একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ 120° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (সমাজকল্যাণ ও অর্থ মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০০৮)

ক. ৫

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ৮

উত্তর: খ

□ যারা সূত্র দিয়ে অংক করতে অভ্যস্ত তার দেখে নিন:

সুখম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা বের করার সূত্র: অন্তকোণের মান দেয়া থাকলে,

কোণের পরিমাপ $\theta = \frac{180 \times (n - 2)}{n}$ এখানে n হচ্ছে সুখম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা।

(θ এর মান প্রশ্নে দেয়া থাকবে, θ এর মান বসিয়ে n এর মান যা বের হবে তাই হলো বাহুর সংখ্যা)

১২. সুখম বহুভুজের একটি অন্তকোণের পরিমাপ 162° হলে এর বাহুর সংখ্যা কত? (প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক:০১)

□ সূত্রানুযায়ী সমাধান:

$$= \frac{180 \times (n - 2)}{n} \text{ (এখানে } n \text{ হচ্ছে মোট বাহুর সংখ্যা, তাই } n \text{ এর মান বের করলেই বাহুর সংখ্যা বের হবে।)}$$

$$\text{বা, } 162^\circ = \frac{180 \times (n - 2)}{n} \text{ (এখানে } \theta = 162^\circ)$$

$$\text{বা, } 180n - 360 = 162n$$

$$\text{বা, } 180n - 162n = 360$$

$$\text{বা, } 18n = 360$$

$$\text{বা, } n = \frac{360}{18} \therefore n = 20$$

□ Suggestion: এভাবে সমাধান করতে গেলে ২/৩ মিনিটের ও বেশি সময় লাগবে। আর এই অংকগুলো এতো সহজ যে লিখিত পরীক্ষায় আসে না। তাই শর্টকাটে মুখে মুখে করার নিয়মটি বোঝার চেষ্টা করুন।

Ans: 20 টি বাহু আছে।

□ বিকল্প সামাধান:

মুখে মুখে খাতা কলম ছাড়াই এই একই অংকটি ৫ সেকেন্ডে উত্তর বলার জন্য এভাবে ভাবুন :

এখানে অন্তঃস্থ কোণ 162 তাহলে বহিঃস্থ কোণ হবে 18° । এখন বাহুর সংখ্যা বের করতে হলে $360 \div 18 = 20$ টি।

আরো ভালোভাবে বোঝার জন্য উপরের কথাগুলো আবার পড়ুন। কেননা, এভাবে বিয়োগ করে ভাগ করলেই কেন, উত্তর বের হয়ে যাবে তা না বুঝলে সব এলোমেলো হয়ে যাবে।

☞ নিজে করুন:

১৩. একটি সুখম বহুভুজের প্রত্যেকটি বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ 20° হলে বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা কত? ($360 \div 20$) উ: 18 টি

১৪. কোনো সুখম বহুভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ কত হলে বাহুর সংখ্যা ৬ টি হবে? [বহিঃস্থ চেয়েছে তাই $360 \div 6$] উ: 60°

১৫. একটি সুখম বহুভুজের একটি অন্তকোণের পরিমাপ হবে- [ষষ্ঠ বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২]

ক. 90°

খ. 105°

গ. 120°

ঘ. 185°

উত্তর: গ

[Help: অন্ত:কোণ চাইলেও আগে ভাগ করে তারপর বিয়োগ করতে হয়।

$$n \text{ সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুখম বহুভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{na^2}{4} \times \cot \frac{180^\circ}{n}$$

১৬. একটি সুখম পঞ্চভুজের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু. ১৬.২(উদা:১৫)]

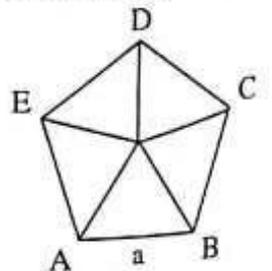
☞ সমাধান:

মনে করি, সুখম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি.। বাহুর সংখ্যা $n = 5$

$$\text{আমরা জানি, সুখম বহুভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{na^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

$$\therefore \text{সুখম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{5 \times 4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{5} \text{ বর্গ সে.মি.} = 20 \times \cot 36^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20 \times 1.376 \text{ বর্গ সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে)} = 27.528 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)} \therefore \text{ক্ষেত্রফল } 27.528 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$



পদ্ধতি -০৩: অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি বের করা

□ কোণের মোট পরিমাপ বা সমষ্টি বের করতে বলা হলে :

একটি পঞ্চভুজের অন্তঃকোণগুলো সমষ্টি কত, অথবা শুধু একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি কত, যেভাবেই প্রশ্ন আসুক অন্তঃকোণগুলোর সমষ্টি বের করতে হয়। এক্ষেত্রে প্রতিটি অন্তঃকোণের মানকে বাহুর সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে কোণের সমষ্টি বের হয়।

যেমন: একটি সুষম পঞ্চভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণ হল 108° , তাহলে ঐ পঞ্চভুজটির অন্তঃকোণ সমূহের যোগফল হবে $108^\circ \times 5 = 540^\circ$, অথবা $540^\circ + 90^\circ = 6$ সমকোণ।

□ সূত্রানুযায়ী করতে চাইলে নিচের সূত্রটি মুখস্থ করুন:

সূত্র:-০১ঃ অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = $(2n-4)$ সমকোণ, যেখানে n হচ্ছে সুষম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা। < (যদি কত সমকোণ তা দেয়া থাকে তাহলে সরাসরি এই সূত্র)। যেমন:

১৭. একটি পঞ্চভুজের সমষ্টি কত? (৩৪তম বিসিএস)
 ক. ৪ সমকোণ খ. ৬ সমকোণ গ. ৮ সমকোণ ঘ. ১০ সমকোণ উত্তর: ব

সমাধান: সূত্র অনুযায়ী $(2n-4)$ সমকোণ = $(2 \times 5 - 4)$ সমকোণ = $10 - 4 = 6$ সমকোণ।

আবার সমকোণ বের করতে না বলে কোণের মোট পরিমাপ বের করতে বললে, যেমন:

সূত্র: ০২ঃ কোণগুলোর সমষ্টি = $[90 \times (2n-4)]^\circ$ যেখানে n হচ্ছে সুষম বহুভুজের মোট বাহুর সংখ্যা < (যদি কোণের পরিমাপ দেয়া থাকে তাহলে এই সূত্র।)

১৮. একটি পঞ্চভুজের অভ্যন্তরীণ (অন্তঃস্থ) পাঁচটি কোণের সমষ্টি কত? [পররত্ন মন্ত্রণালয়ের কর্মকর্তা ২০০৪]
 ক. 360° খ. 540° গ. 850° ঘ. 290° উত্তর: খ

□ সূত্রানুযায়ী সমাধান:: $[90 \times (2n-4)]^\circ = [90 \times (2 \times 5 - 4)]^\circ = 90 \times 6 = 540^\circ$

Δ সূত্র ছাড়াই সমাধান:

যুব ক্রম সমাধানের উপায় $360 \div 5 = 92$ (বহিঃস্থ একটি কোণ, প্রথম অংশে আলোচিত) তাহলে একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাপ হবে $180^\circ - 92^\circ = 108^\circ$ এখন একটি অন্তঃস্থ কোণ 108 হলে ৫টি হবে $108 \times 5 = 540^\circ$, আবার সমকোণে বের করতে বললে $540 \div 90 = 6$ সমকোণ।

বৃত্তে সময় লাগলেও এভাবে করলে সহজে ভুলবেন না, কারণ শুরু থেকে একটি সূত্র দিয়েই অংকগুলো করে দেয়া হয়েছে।

□ নিজে করুন:

১৯. একটি সুষম ষড়ভুজের অন্তঃকোণ গুলোর সমষ্টি কত? [মাধ্যমিক ও উচ্চ শিক্ষা অধিদপ্তরের হিসাব সহকারী-২০১৩]
 ক. 360° খ. 540° গ. 630° ঘ. 920° উত্তর: ঘ

সমাধান : $(n-2) \times 180^\circ = (6-2) \times 180^\circ = 4 \times 180^\circ = 720^\circ$

২০. একটি বহুভুজের বাহুর সংখ্যা ৬ হলে বহুভুজের অন্তঃকোণগুলোর সমষ্টি কত হবে? [প্রাথমিক বিদ্যা: প্রধান শিক্ষক (জবা)-০৯]
 ক. সাত সমকোণ খ. আট সমকোণ গ. চার সমকোণ ঘ. ছয় সমকোণ উত্তর: খ

[Help: সূত্রানুযায়ী অথবা, বুকে বুকে আগে বহিঃস্থ তারপর ১টি অন্তঃস্থ, তারপর ৬টি অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি বের করুন।

উত্তর: ১২ সমকোণ।

২১. একটি অষ্টভুজের অন্তঃস্থ কোণসমূহের সমষ্টি কত?

সহজে মনে রাখতে পারলে মুখস্থ করে রাখুন। ভুলে গেলে নিয়ম তো আছে-ই। কিন্তু, একটু সময় লাগবে।

বহুভুজের নাম	অন্তঃস্থ কোণের মোট পরিমাপ	সমকোণ
পঞ্চভুজ	540°	$540^\circ + 90^\circ = 6$ সমকোণ
ষড়ভুজ	720°	$720^\circ + 90^\circ = 8$ সমকোণ
অষ্টভুজ	1080°	$1080^\circ + 90^\circ = 12$ সমকোণ
দশভুজ	1440°	$1440^\circ + 90^\circ = 16$ সমকোণ