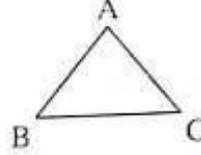


## ত্রিভুজ (Triangle)

### □ প্রাথমিক আলোচনা:

ত্রিভুজ: তিনটি বাহু দ্বারা আবদ্ধ চিত্র বা ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।



চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ। এখানে AB, BC ও AC তিনটি বাহু দ্বারা ABC একটি আবদ্ধ চিত্র হয়েছে যাকে ত্রিভুজ বলা যায়।

### □ ত্রিভুজ সম্পর্কে বিস্তারিত জানার আগে আমরা ত্রিভুজের সাথে সংশ্লিষ্ট কয়েকটি টার্ম জেনে নেই। যথা:

☞ ভূমি (Base): চিত্রে BC হলো ভূমি।

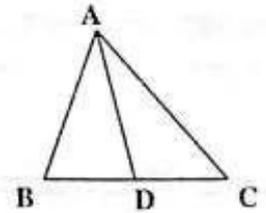
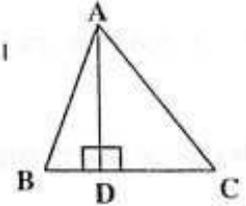
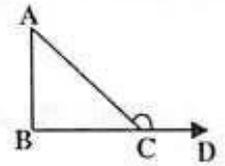
☞ শীর্ষবিন্দু (Vertex): চিত্রে A হল শীর্ষবিন্দু।

☞ অন্তঃস্থ কোণ: চিত্রে ABC ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভিতরের যে তিনটি কোণ  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  উৎপন্ন হয়েছে তা অন্তঃস্থ কোণ।

☞ বহিঃস্থকোণ:  $\triangle ABC$  চিত্রের বাহিরে যে  $\angle ACD$  কোণ উৎপন্ন হয়েছে তা বহিঃস্থকোণ।

☞ উচ্চতা: ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকে উচ্চতা বলে। চিত্রে AD হল ABC ত্রিভুজের উচ্চতা।

☞ মধ্যমা: ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাকে মধ্যমা বলে। চিত্রে AD হল মধ্যমা; কেননা AD, BC বাহুকে ২ ভাগে ভাগ করেছে। এছাড়াও B ও C বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু ধরে আরো দুটি মধ্যমা অঙ্কন করা যায়।

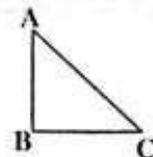


### ত্রিভুজ বিষয়ক গুরুত্বপূর্ণ অনুসিদ্ধান্ত

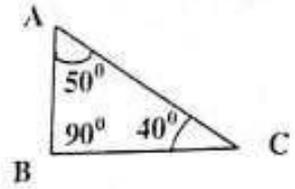
ত্রিভুজের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য ও শর্তের উপর নিম্নলিখিত অনুসিদ্ধান্ত গুলো অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ কেননা এই নিয়মগুলির উপর ভিত্তি করেই বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন তৈরী করা যায় এবং সেভাবেই বিভিন্ন পরীক্ষায় ও আসে। তাই চিত্র দেখে বুঝে বুঝে পড়ুন এবং লিখুন। পাশাপাশি নিয়ম সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো সমাধান করুন।

☞ অনুসিদ্ধান্ত - ০১: ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি  $180^\circ$  অর্থাৎ ২ সমকোণ।

চিত্রে:  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  বা ২ সমকোণ।



এজন্য যে কোন একটি কোণের পরিমাণ দেয়া না থাকলে অপর দুটি কোণের পরিমাণ যোগ করে  $180^\circ$  থেকে তা বিয়োগ করলে তৃতীয় কোণের পরিমাণ বের হবে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের যোগফল  $100$  ডিগ্রী এবং উক্ত দুটি কোণের বিয়োগফল  $80$  ডিগ্রী। তৃতীয় কোণের মান হচ্ছে-  
(তথ্য মন্ত্রণালয়-০৫) উত্তর:  $80$  ডিগ্রী

সমাধান: এখানে কোণ তিনটির যোগফল  $180$ , তাই দুটি  $100$  হলে অপরটি  $180-100 = 80$  হবে।

২. একটি ত্রিভুজের একটি কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের তিনগুণ এবং তৃতীয় কোণ যদি দ্বিতীয় কোণের চেয়ে  $20$  ডিগ্রী বড় হয় তবে কোণটি কত ডিগ্রী? (বাংলাদেশ জুডিশিয়াল সার্ভিস কমিশন গৃহীত সহকারী জজ: ২০০৯) উত্তর:  $32^\circ$

সমাধান:

এখানে দ্বিতীয় কোণটিই সবথেকে ছোট

তাহলে ধরি, ২য় কোণটি =  $x$

অতএব, ১ম কোণটি হবে  $=3x$  এবং তৃতীয় কোণটি  $x+20$

প্রশ্নমতে,

$$3x + x + x + 20 = 180^\circ \text{ (যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা } 180^\circ)$$

$$\text{বা, } 5x = 160 \text{ বা, } x = 160 \div 5 = 32 \therefore \text{কোণটির পরিমাণ } 32^\circ$$

Ans:  $32^\circ$

৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে,  $\frac{x}{3}$ ,  $\frac{x}{3}$  এবং  $\frac{4x}{3}$  হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? (শ্রম ও কর্মসংস্থান

মন্ত্রণালয়ে সহকারী প্রধান পরিদর্শক - ২০১৬)

ক.  $60^\circ$

খ.  $120^\circ$

গ.  $160^\circ$

ঘ.  $90^\circ$

উত্তর: খ

$$\text{সমাধান: } \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{4x}{3} = 180^\circ \text{ বা, } \frac{x + x + 4x}{3} = 180^\circ \text{ বা, } \frac{6x}{3} = 180^\circ \text{ বা, } 2x = 180 \therefore x = 90^\circ$$

$$\text{সুতরাং বৃহত্তম কোণটির পরিমাণ হবে: } \frac{4 \times 90}{3} = 120^\circ$$

৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ যথাক্রমে,  $x$ ,  $\frac{x}{2}$  এবং  $\frac{3x}{2}$  হলে, বৃহত্তম কোণটির মান কত? (নির্বাচন কমিশন

সচিবালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০০৮)

ক.  $60^\circ$

খ.  $90^\circ$

গ.  $30^\circ$

ঘ.  $50^\circ$

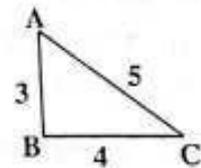
উত্তর: খ

- অনুসিদ্ধান্ত - ০২: ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর সমষ্টি, তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর, অর্থাৎ ত্রিভুজের যে কোন দুটি বাহু যোগ করলে তা তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে। যদি বৃহত্তর না হয় তাহলে তা ত্রিভুজ হবে না। যেমন:

পাশের চিত্রে  $AB = 3$  মি.,  $BC = 8$  মি. এবং  $AC = 5$  মি.

তাহলে,  $3 + 8 > 5$  বা,  $11 > 5$  অর্থাৎ  $AB + BC > AC$

অন্য পাশ থেকে অন্য যে কোন দুটি বাহু নিলেও তাদের যোগফল ৩য় বাহু থেকে বড় হবে।



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৫. কোন তিনটি বাহু দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে না?

ক. ২, ৪, ৭

খ. ৩, ৪, ৫

গ. ৬, ৮, ১০

ঘ. ১২, ৫, ১৩

উত্তর: ক

৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, ৪ মিটার ও ২০ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল- /৭ম বেসরকারি প্রভাষক নিবন্ধন ও প্রত্যায়ন পরীক্ষা ২০১১]

ক. ১২

খ. ২৪

গ. ১০

ঘ. কোনটিই নয়

উত্তর: ঘ

সমাধান: (বিষমবাহুর সূত্র প্রয়োগ করে ক্ষেত্রফল বের করার আগে ভাবুন)

ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। (জ্যামিতিক সূত্র)।

$6 + 4 < 20$ । সুতরাং উপরোক্ত তিনটি বাহু দ্বারা বাস্তবে কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

৭. If the two sides of a triangle are 5 & 6, the third side cannot be [Agrani Bank Ltd. Officer, 2013]

a) 7

b) 3

c) 8

d) 12

উত্তর: d

সমাধান:

$5+6 = 11$  is bigger than 7, 3 & 8 but not bigger than 12 So the

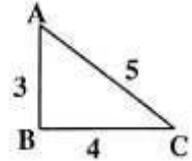
Ans:d

অনুসিদ্ধান্ত - ০৩: ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর অন্তর, তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর, অর্থাৎ ত্রিভুজের দুটি বাহু বিয়োগ করলে যেন তা তৃতীয় বাহু থেকে ছোট হয়।

পাশের চিত্রে  $AB = ৩$  মি.,  $BC = ৪$  মি. এবং  $AC = ৫$  মি.

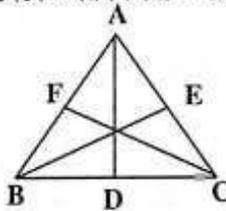
তাহলে,  $৫ - ৩ < ৪$  এবং  $২ < ৪$

সুতরাং বলা যায়,  $AC - AB < BC$



বোঝার জন্য: একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৮ এবং ১২ এখানে যে কোন দুটি বাহু বিয়োগ করলে তা তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ছোট হবে। কিন্তু যদি বলা হয় তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩, ৫, ১২ তখন তা ত্রিভুজ হবে না, কারণ এখানে  $১২ - ৫ = ৭$  হয় যা তৃতীয় বাহু ৩ থেকে বড়।

অনুসিদ্ধান্ত-০৪: ত্রিভুজের কোনো শীর্ষ বিন্দু থেকে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।



Confusion Clear: শীর্ষ বিন্দু অর্থ শুধু উপরের বিন্দু নয়, এবং ত্রিভুজের যেকোনো একটি বাহুকে ভূমি কল্পনা করলে ভূমির বিপরীত বিন্দুকে শীর্ষ বিন্দু বলে।

মধ্যমা: সংক্রান্ত গুরুত্বপূর্ণ তথ্য:

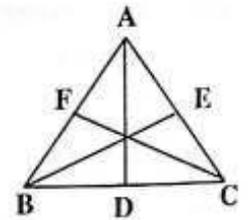
(i) ১টি ত্রিভুজের ৩টি মধ্যমা থাকে

(ii) যেকোন মধ্যমা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।

চিত্রে AD মধ্যমা ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করেছে।

(iii) ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর সমষ্টি ত্রিভুজের পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

চিত্রে  $AB+BC+AC > AD+BE+CF$  অর্থাৎ বাহুর সমষ্টি  $>$  মধ্যমার সমষ্টি



সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৮. বিষমবাহু  $\Delta ABC$  এর বাহুগুলির মান এমনভাবে নির্ধারিত যে, AD মধ্যমা দ্বারা গঠিত  $\Delta ABD$  এর ক্ষেত্রফল X বর্গমিটার।  $\Delta ABC$  -এর ক্ষেত্রফল কত? (৩৪তম বিসিএস)

ক.  $4x^2$

খ.  $4x$

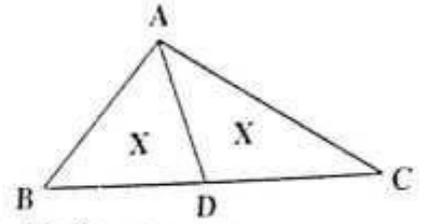
গ.  $2x$

ঘ.  $\sqrt{2} \cdot 2x$

উত্তর: গ

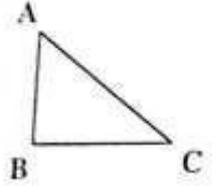
সমাধান:

প্রশ্নটি পড়ে জটিল মনে হলেও চিত্রটি মাথায় আসলে কোন কিছু না লিখেই পারা যাবে।  
এখানে  $\triangle ABD$  হলো  $\triangle ABC$  এর অর্ধেক, যার ক্ষেত্রফল  $x$ । তাই বড় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে  $x+x=2x$ । উত্তর:  $2x$  বর্গ মিটার।



অনুসিদ্ধান্ত -০৫ : কোন ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম আবার বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর।

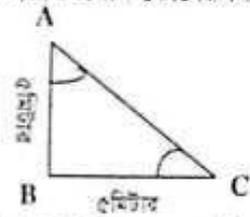
পাশের চিত্রে AC বাহুটি বৃহত্তম তাই এর বিপরীত কোণ  $\angle B$  বৃহত্তম।  
একই ভাবে,  $\angle B$  হচ্ছে  $\angle A$  ও  $\angle C$  কোণ থেকে বড়, তাই এর বিপরীত বাহুটিও অন্য দুটি বাহু অপেক্ষা বড় হবে। অর্থাৎ AC বাহু-ই ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহু।



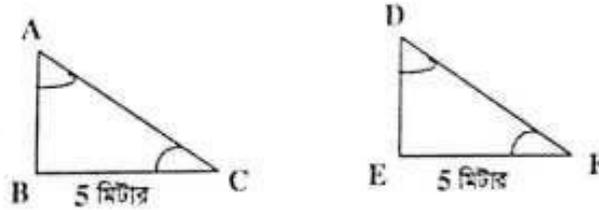
Note: একই ভাবে ক্ষুদ্রতম বাহু বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম এবং ক্ষুদ্রতম কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতম ই হবে।

অনুসিদ্ধান্ত -০৬ : কোন ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান আবার সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুগুলোও সমান হবে। যেমন:

পাশের চিত্রটিতে  $AB = BC = 5$  মিটার। তাই AB বাহুর বিপরীত  $\angle C$  এবং BC বাহুর বিপরীত  $\angle A$  পরস্পর সমান।  $\angle A = \angle C$  (এদের বিপরীত বাহুগুলো সমান)



তেমনি ভাবে দুটি ভিন্ন ভিন্ন ত্রিভুজের মধ্যে তুলনা করার সময় এক ত্রিভুজের একটি বাহু অপর একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর সমান হলে ঐ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান হবে। চিত্রটি দেখুন:



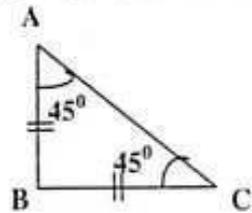
এখানে, ত্রিভুজ ABC এবং ত্রিভুজ DEF এর BC বাহু = EF বাহু = 5 মিটার। যেহেতু BC এবং EF বাহুদ্বয় পরস্পর সমান, তাই তাদের বিপরীত কোণদ্বয় যথাক্রমে  $\angle A$  এবং  $\angle D$  ও পরস্পর সমান। অর্থাৎ  $\angle A = 50^\circ$  হলে  $\angle D = 50^\circ$  হবে।

একই ভাবে কোণ দুটি সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান হবে।

চিত্রটিতে  $\angle A = \angle C = 45^\circ$  অর্থাৎ  $\angle A$  এবং  $\angle C$  পরস্পর সমান।

তাই এদের বিপরীত বাহুদ্বয় যথাক্রমে AB এবং BC ও পরস্পর সমান হবে।

এখানে AB বাহু = 8 মিটার হলে BC = 8 মিটার হবে।



**Learning points:** চিত্র দেখতে একই রকম হোক অথবা না হোক তাদের পরিমাপ ই বেশি গুরুত্বপূর্ণ।  
তাই চোখে দেখে কোন কিছুর আইডিয়া করে উত্তর না দিয়ে তাদের পরিমাপ দেখে কাজ করুন।

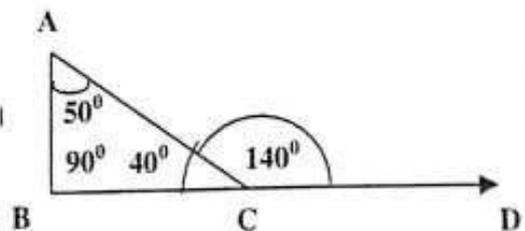
অনুসিদ্ধান্ত-০৭: ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

চিত্রে:  $\triangle ABC$  এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে, যেখানে

$\angle ACD$  বহিঃস্থকোণ = অন্তঃস্থ  $\angle A$  + অন্তঃস্থ  $\angle B$

$\angle ACD = 140^\circ$  আবার,  $(\angle B = 90^\circ) + (\angle A = 50^\circ) = 140^\circ$ ।

অর্থাৎ বহিঃস্থ কোণটি ভেতরের বিপরীত কোণ দুটির যোগফলের সমান।



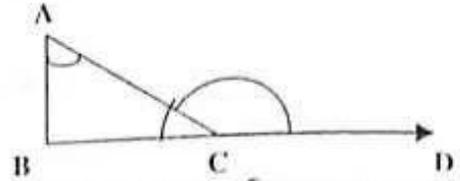
তাহলে বলা যায় বহিঃস্থ কোণটি অন্তঃস্থ প্রতিটি কোণের থেকে বড়।

☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৯.  $\triangle ABC$  এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে,  $\angle ACD$  এর সমান হবে- (NBR-2015)

- ক.  $\angle A + \angle B - \angle C$       খ.  $\angle A + \angle B$       গ.  $\angle A - \angle B - \angle C$       ঘ.  $\angle A + \angle C$       উত্তর: খ

এখানে  $\angle ACD = \angle A + \angle B$



১০. অনুসিদ্ধান্ত-০৮ : ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলোর যোগফল ৪ সমকোণ বা  $360^\circ$ । সুতরাং ত্রিভুজের যে কোন দুটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে। মনে রাখুন: যে কোন বহুভুজের ক্ষেত্রে ( চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ-ইত্যাদির ক্ষেত্রেও) বহিঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি  $360^\circ$  হয়।

১০. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ তিনটির মোট পরিমাণ কত হবে? [প্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা- ২০১৪ (অনু:২০১৮)]

- a.  $210^\circ$       b.  $360^\circ$       c.  $280^\circ$       d.  $180^\circ$       Ans: b

☐ Solution:

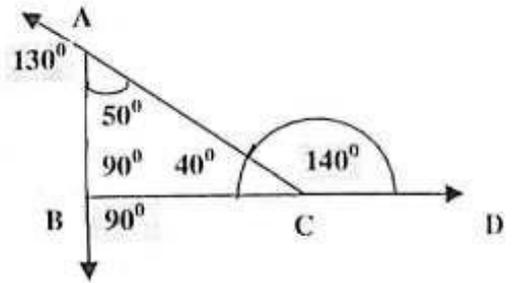
পাশের চিত্রেটিতে দেখুন।

একটি ত্রিভুজের যে কোন একটি বহিঃস্থ কোণ বিপরীত পাশের অন্তস্থ দুটি কোণের সমষ্টির সমান।

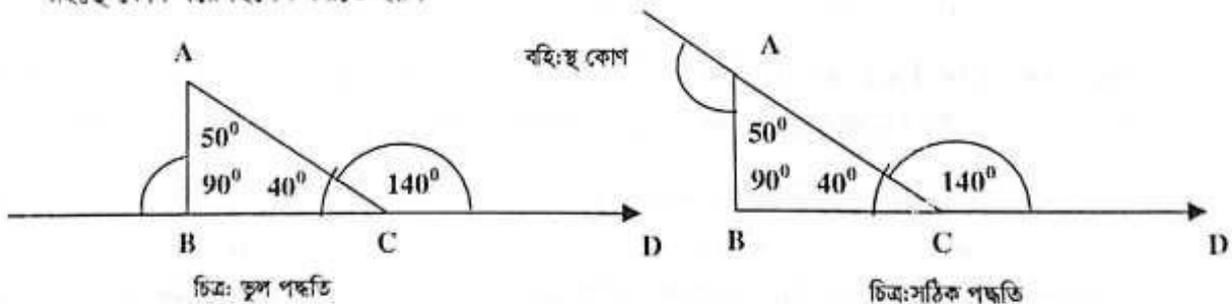
এখন, তিনটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি হবে ৬টি অন্তস্থ কোণের সমষ্টির সমান।

যেহেতু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি =  $180^\circ$

সুতরাং ৬ টি কোণের সমষ্টি হবে  $360^\circ$ ।



☐ Remember: একটি ত্রিভুজের একটি বাহুকে দু'পাশেই বর্ধিত করে দুটি বহিঃস্থ কোণ তৈরী না করে যে কোন একপাশে একটি বহিঃস্থ কোণ ধরে হিসেব করতে হয়।

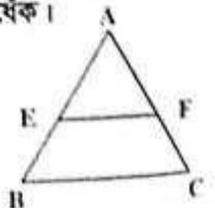


একটি বাহুকেই দু'পাশে বর্ধিত না করে শুধু একদিকেই বর্ধিত করে বহিঃস্থ কোণ হিসেব করতে হয়।

☐ অনুসিদ্ধান্ত- ০৯: ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E এবং F যোগ করলে

EF বাহু BC বাহুর সমান্তরাল ও EF বাহুটি BC বাহুর অর্ধেক। অর্থাৎ  $EF = \frac{1}{2} BC$



☐ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১১. ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬, ৮ ও ১০ মিটার হলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর মধ্যবিন্দু দু'টির দূরত্ব কত মিটার? (বাংলা: কৃষি ব্যাংক অফিস- ১০)

- ক. ৪      খ. ৫      গ. ৬      ঘ. ৭      উত্তর: ক

☐ ব্যাখ্যা: বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু দুটি হচ্ছে ১০ এবং ৬ এবং এদের মধ্যবিন্দু দুটির দূরত্ব হবে তৃতীয় বাহু ৮ এর অর্ধেক ৪।



## □ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৩. দুটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়? [৩০তম বিসিএস]

- ক. একটির তিন বাহু অপরটির তিন বাহুর সমান  
 খ. একটির তিন কোণ অপরটির তিন কোণের সমান  
 গ. একটির দুই কোণ ও এক বাহু অপরটির দুই বাহু ও অনুরূপ বাহুর সমান  
 ঘ. একটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান

উত্তর: খ

১৪. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম নাও হতে পারে? [RAKUB (Cash)-2017]

- ক. দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ    খ. দুই কোণ ও এক বাহু    গ. তিন কোণ    ঘ. তিন বাহু

উত্তর: গ

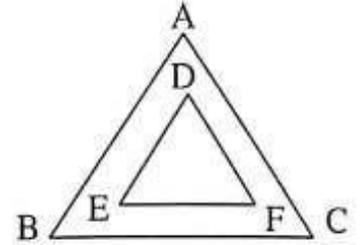
## ✍ সমাধানঃ

দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না।

$\Delta ABC$  এবং  $\Delta DEF$  এর  $\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$  এবং  $\angle C = \angle F$

কিন্তু  $\Delta ABC$  এবং  $\Delta DEF$  সর্বসম নয়।



১৫. যদি দুটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি কেমন হবে? উত্তর: সর্বসম হবে।

১৬. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে না - (প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮)

উত্তর: তিন কোণ

১৭. তিন কোণ দেয়া থাকলে যে সকল ত্রিভুজ আঁকা যায় তাদের কী ত্রিভুজ বলে? (প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক ২০১২)

- ক. সদৃশ ত্রিভুজ    খ. সমান ত্রিভুজ    গ. সর্বসম ত্রিভুজ    ঘ. সমানুপাতিক ত্রিভুজ

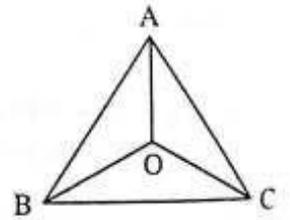
উত্তর: ক

## ত্রিভুজের কেন্দ্র

## ◆ অন্তঃকেন্দ্র (In-centre):

ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিখন্ডিত বাহুত্রয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে অন্তঃকেন্দ্র বলে।

চিত্রঃ-  $\Delta ABC$ -এ  $\angle A$ ,  $\angle B$  ও  $\angle C$  কোণের সমদ্বিখন্ডক বাহুত্রয়ের মিলিত বিন্দু  $O$ । আর  $O$  হল ত্রিভুজটির অন্তঃকেন্দ্র।



## □ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৮. কোন ত্রিভুজের তিন কোণের সমদ্বিখন্ডকগুলো যে বিন্দুতে ছেদ করে, তাকে বলে- - (প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮)

- ক. ভরকেন্দ্র    খ. পরিকেন্দ্র    গ. বহিঃকেন্দ্র    ঘ. অন্তঃকেন্দ্র

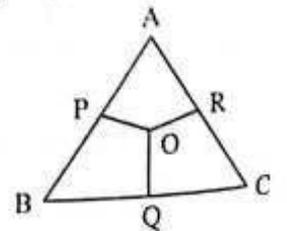
উত্তর: ঘ

## ◆ পরিকেন্দ্র (Circumcentre)

ত্রিভুজের বাহু বা পরিসীমার উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় ত্রিভুজের অভ্যন্তরে যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে পরিকেন্দ্র বলে।

চিত্রঃ- পরিকেন্দ্র

$\Delta ABC$ -এ  $AB$ ,  $BC$  ও  $AC$  বাহুত্রয়ের উপর লম্ব ত্রয় যথাক্রমে  $OP$ ,  $OQ$ ,  $OR$ ।  
 অতএব  $O$  হল পরিকেন্দ্র।



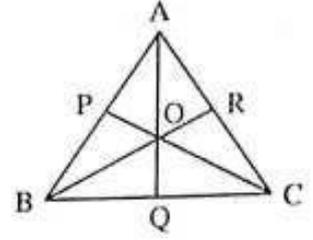
## ◆ ভরকেন্দ্র (Centroid)

ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখা ত্রয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাকে ভরকেন্দ্র বলে।

চিত্রঃ- O ভরকেন্দ্র

ব্যখ্যা: চিত্রে  $\triangle ABC$ -এ A, B ও C শীর্ষবিন্দু এবং তাদের বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু হল BC, AC, AB। এখন শীর্ষ বিন্দু থেকে বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখাগুলি হল- AQ, BR, CP। রেখাগুলি মিলিত হয়েছে O বিন্দুতে। অতএব O হল ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র।

যেহেতু মাধ্যমাগুলো কোণ থেকে ২:১ অনুপাতে ছেদ করে তাই মনে রাখুন: চিত্রে  $OB = 2OR$



## ত্রিভুজের প্রকারভেদ

♦ ত্রিভুজকে প্রধানত ২টি বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে ভাগ করা যায়।

যথা: ১. কোণ ভেদে ২. বাহুভেদে

১. কোণভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:

- |                    |                          |                         |
|--------------------|--------------------------|-------------------------|
| (i) সমকোণী ত্রিভুজ | (ii) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ | (iii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ |
|--------------------|--------------------------|-------------------------|

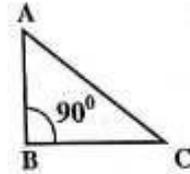
২. বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার। যথা:

- |                    |                         |                        |
|--------------------|-------------------------|------------------------|
| (i) সমবাহু ত্রিভুজ | (ii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ | (iii) বিষমবাহু ত্রিভুজ |
|--------------------|-------------------------|------------------------|

♦ কোণভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার।

(i) সমকোণী ত্রিভুজ (Right angled triangle): [সমকোণী ত্রিভুজের উপর সবথেকে বেশি প্রশ্ন হয়ে থাকে।  
যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন-

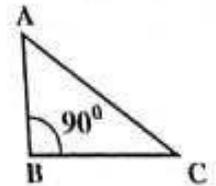
চিত্রে  $\angle B = 90^\circ$  বা ১ সমকোণ



□ সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

- ☞ সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ অবশ্যই এক সমকোণ বা  $90^\circ$  হতে হবে।
- ☞ সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলা হয়।
- ☞ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ই বৃহত্তম বাহু।
- ☞ সমকোণ ব্যতীত অন্য দুটি কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং এরা পরস্পরের পূরক (কারণ যোগফল  $90^\circ$ )
- ☞ সমকোণ সংলগ্ন বাহুগুলোর যে কোন একটিকে লম্ব এবং অপরটিকে ভূমি ধরা যায়। (অর্থাৎ লম্ব ও ভূমি নির্দিষ্ট নয়।)

☞ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুগুলোর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি অপর বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। এটা পীথাগোরাসের উপপাদ্য নামে পরিচিত যাকে লেখা যায়,  
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$  (অতিভুজ<sup>২</sup> = লম্ব<sup>২</sup> + ভূমি<sup>২</sup>)



♦ বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়:

সুদূরতম দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি উহার বৃহত্তর বাহুর বর্গের সমান হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ হয়।

◆ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল: =  $\frac{1}{2} \times$  ভূমি  $\times$  উচ্চতা

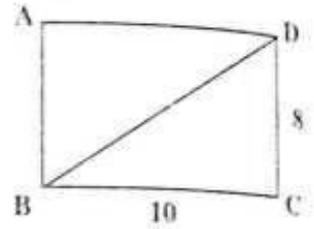
[এই সূত্রটি শুধু সমকোণী ত্রিভুজে লাগবে বিষয়টা এমন নয়, বরং ভূমি ও উচ্চতার মান আছে এমন যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রে এই সূত্রটি প্রয়োগ করা যাবে। নিচের উদাহরণটি দেখুন।]

☞ **Concept Clear** করার জন্য নিচের আলোচনাটি পড়ুন:

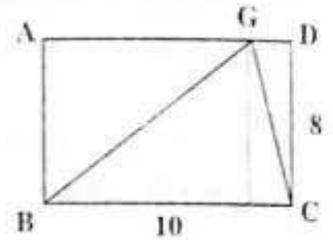
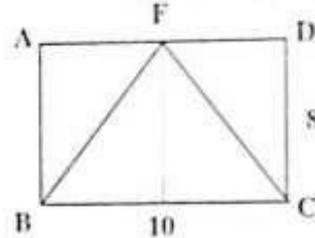
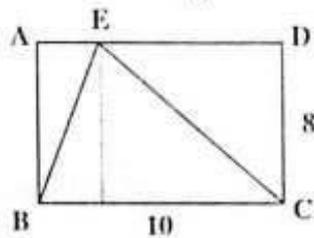
চিত্রে আয়তক্ষেত্র ABCD এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ১০ এবং ৮ হওয়ায় ক্ষেত্রফল  $10 \times 8 = 80$ ।

যেহেতু BCD সমকোণী ত্রিভুজটি আয়তক্ষেত্রের অর্ধেক তাই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে আয়তের অর্ধেক এজন্য এবার সূত্র:

$$\frac{1}{2} \times \text{ভূমি (দৈর্ঘ্য)} \times \text{উচ্চতা (প্রস্থ)} = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 80$$



এখন নিচের চিত্রগুলো দেখুন:



তিনটি চিত্রেই আয়তের ভেতরে নতুন যে ত্রিভুজ গুলি আছে (BEC, BFC, BGC) সবগুলোর ক্ষেত্রফলই  $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 80$

কারণ, এদের সবার ভূমি ই ১০ ও উচ্চতা ৮ এবং নতুন এই ত্রিভুজগুলোর প্রতিটিই আয়তক্ষেত্রটির অর্ধেকের সমান।

প্রমাণ: মাঝের আয়তক্ষেত্রটির ঠিক মাঝ বরাবর F রেখার দুপাশে নতুন যে দুটি আয়তক্ষেত্র তৈরী হয়েছে সেখানে আয়তক্ষেত্র দুটিকে FB এবং FC কর্ণদ্বয় দ্বিখণ্ডিত করায় তাদের যোগফল সম্পূর্ণ আয়তের অর্ধেক হয়েছে।

☞ তাহলে বোঝা গেল: সমকোণী ত্রিভুজের লম্বই সব সময় উচ্চতা নয়, বরং উচ্চতা হলো ত্রিভুজের ভূমি থেকে তার বিপরীত শীর্ষ বিন্দু পর্যন্ত লম্ব দূরত্ব এবং উচ্চতা ও ভূমি দেয়া থাকলে এরকম যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করা সম্ভব।

### উচ্চতা ও মধ্যমার তুলনা

উচ্চতা (Altitude/ height)	মধ্যমা (Median)
ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি থেকে এদের বিপরীত বাহুগুলির উপর অঙ্কিত লম্বই ত্রিভুজের উচ্চতা।	ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি থেকে বিপরীত বাহুগুলির মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশকে বলে মধ্যমা।
উচ্চতা ত্রিভুজের ভূমির সাথে ৯০° কোণ তৈরী করে	প্রতিটি মধ্যমা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।
<b>Confusion Clear:</b> সমবাহু ও সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা এবং উচ্চতা একই	
প্রতি ত্রিভুজের তিনটি উচ্চতা পাওয়া সম্ভব।	প্রতি ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা পাওয়া যায়।
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সময় এই উচ্চতার প্রয়োজন হয়।	ত্রিভুজের মধ্য বিন্দু অঙ্কন করার সময় মধ্যমার প্রয়োজন হয়। মধ্যমাগুলো ত্রিভুজের অভ্যন্তরে ২:১ এ ছেদ করে।

□ পরামর্শ: শুধু বিগত সালের প্রশ্ন আর সমাধান নয়, বরং জ্যামিতির ভেতর বাহির সব ভালোভাবে বোঝার পর যে কোন প্রশ্ন সহজে সমাধান করার জন্য পড়ুন: আমাদের নতুন বই **Khairul's Geometry (Basic to Advanced)**। বইটিতে পাবেন জ্যামিতির প্রতিটি Theory এবং সূত্রের Practical ব্যাখ্যা + চিত্র ভিত্তিক উপস্থাপন + জবের পরীক্ষার প্রক্রি ও লিখিত পরীক্ষার বিভিন্ন প্রশ্নে তাদের প্রয়োগ। প্রয়োজনে যোগাযোগ করুন: ০১৭১৬-৫৮১৫৮৯।

□ সমকোণী ত্রিভুজে পীথাগোরাসের সূত্রের প্রয়োগ:

• পীথাগোরাসের উপপাদ্য:

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র, ঐ ত্রিভুজের অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।

□ ব্যাখ্যা: এখানে ABC ত্রিভুজে প্রতিটি বাহুর উপর একটি করে বর্গক্ষেত্র তৈরী করা হয়েছে। যার মধ্যে অতিভুজ AC বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রটি AB এবং BC বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

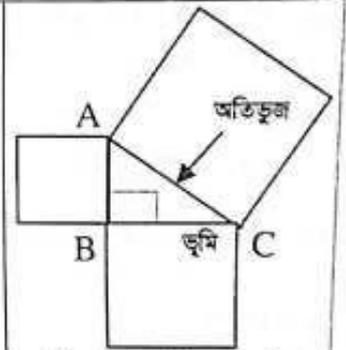
এই কথাটিই পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে এভাবে লিখতে হয়,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

চিত্রানুসারে  $AC = 5, AB = 3$  এবং  $BC = 4$

সূত্র মানগুলো বসিয়ে পাই  $5^2 = 3^2 + 4^2$  বা,  $25 = 9 + 16$  বা,  $25 = 25$

এখন, অতিভুজ  $AC = 5$  এর পরিবর্তে ৬ ধরলে মানগুলো পূর্ণ সংখ্যায় মিলবে না, তাই কখনো লম্ব ও ভূমি ৩ ও ৪ মিটার হলে অতিভুজ অবশ্যই ৫ মিটার হবে।



এই সূত্রটি দিয়ে পরবর্তীতে প্রচুর প্রশ্নের সমাধান করা যাবে। তাই গুরুত্ব দিয়ে বুঝুন।

সমকোণী ত্রিভুজের উপর বিগত সালে আসা অনেক বড় বড় অংক কয়েক মিনিট ধরে সমাধান না করে, মুখে মুখে উত্তর বলে দেয়ার জন্য নিচের মানগুলো মুখস্ত রাখুন। সবগুলোই একটানা মুখস্ত না করে সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো দেখার পর যেগুলো বার বার এসেছে সেগুলো আগে পড়ুন। এবং যেগুলোর ব্যাখ্যা দেয়া আছে সেগুলোতে গুরুত্ব দিন। কতটুকু উপকার হবে তা বোঝার জন্য সমাধান করে দেয়া প্রশ্নগুলো পড়ুন।

□ সমকোণী ত্রিভুজের কোণ গুলোর অনুপাত:

লম্ব : ভূমি : অতিভুজ অথবা ভূমি : লম্ব : অতিভুজ

এখানে সবথেকে বড় বাহুটি অতিভুজ আর অন্য বাহুদ্বয়ের যে কোন একটি লম্ব এবং অন্যটি ভূমি ধরে হিসেব করতে হয়।

□ সমকোণী ত্রিভুজের আনুপাতিক মান:

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $x : x : x\sqrt{2}$  হয়। [সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $3 : 3 : 3\sqrt{2}$  হয়।

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $3 : 4 : 5$  হয়। প্রমাণ  $3^2 + 4^2 = 5^2$  বা,  $9 + 16 = 25$  বা  $25 = 25$  (অনুপাত অনুযায়ী বাড়বে)

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $6 : 8 : 10$  হয়। [2 দ্বারা গুণ] প্রমাণ  $6^2 + 8^2 = 10^2$  বা,  $36 + 64 = 100$  বা  $100 = 100$

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $9 : 12 : 15$  হয়। [3 দ্বারা গুণ]

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $12 : 16 : 20$  হয়। [4 দ্বারা গুণ]

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $15 : 20 : 25$  হয়। [5 দ্বারা গুণ]

• বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $30 : 40 : 50$  হয়। [10 দ্বারা গুণ]

□ এই আনুপাতিক মানগুলো ভিন্ন:

- ☞ বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $5 : 12 : 13$  হয়। প্রমাণ  $5^2 + 12^2 = 13^2$  বা,  $25 + 144 = 169$  বা  $169 = 169$
- ☞ বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $7 : 24 : 25$  হয়।
- ☞ বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $9 : 40 : 41$  হয়।
- ☞ বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $8 : 15 : 17$  হয়।
- ☞ বাহুগুলোর অনুপাত যদি  $10 : 24 : 26$  হয়।

☞ **Suggestion:** ১ থেকে ২০ পর্যন্ত সংখ্যা গুলোর বর্গ মুখস্থ থাকলে এখানে সহ অনেক অংক দেখেই উত্তর বলা যাবে। তাই দ্রুত মুখস্থ করে ফেলুন।

□ বিভিন্ন প্রশ্নে মানগুলোর প্রয়োগ:

গুরুত্বপূর্ণ অনুপাতগুলো মুখস্থ থাকলে কত সহজে অংক হয়ে যাবে তা নিচের উদাহরণ গুলো থেকে বোঝার চেষ্টা করুন।

□ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

১৯. ১৭ সে.মি. ১৫ সে.মি. ৮ সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-(৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)

- (ক) সমবাহু (খ) সমদ্বিবাহু (গ) সমকোণী (ঘ) স্নলকোণী উত্তর: গ

☞ সমাধান

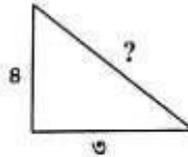
এখানে অতিভুজ  $17^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow 289 = 225 + 64 \Rightarrow 289 = 289$  তাই ইহা একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

২০. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৩ ও ৪ সেন্টিমিটার হলে এর অতিভুজের মান কত? (১৪তম বিসিএস)

- ক. ৬ সেমি (খ) ৫ সেমি (গ) ৮ সেমি (ঘ) ৭ সেমি উত্তর: খ

☞ সমাধান

$$\begin{aligned} \text{অতিভুজ} &= \sqrt{(\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2} \\ &= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ সেমি।} \end{aligned}$$



সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত অনুযায়ী কোণ কিছু না লিখেই দুটি বাহু ৩ ও ৪ হলে অপরটি হবে ৫মিটার।

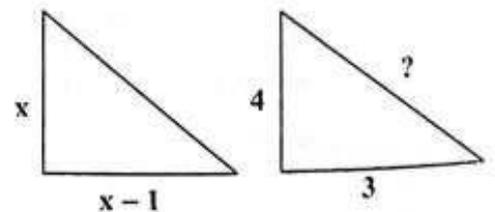
২১. Two planes leave the airport at the same time, Minutes later, plane A is 33 miles due north of the airport and plane B is 56 miles due east of the airport. How far apart are the two planes? (BB Ass: Director:-11) (পীথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে করুন।) উত্তর:-65

২২. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্বের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ১ মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১ মিটার বেশি হলে ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত? [মহিলা ও শিশুবিধিক মন্ত্র: কর্মকর্তা ২০০৭]+[PETROBANGLA - (UDA)-2017]

- ক. ৪ (খ) ৩ (গ) ৬ (ঘ) ৫ উত্তর: ঘ

☞ সমাধান:

মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব =  $x$  মিটার  
 ভূমি =  $(x - 1)$  মিটার এবং অতিভুজ =  $(x + 1)$  মিটার  
 সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,  
 $(x+1)^2 = x^2 + (x - 1)^2$  [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]  
 বা,  $x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$   
 বা,  $x^2 = 4x \therefore x = 4$   
 $\therefore$  অতিভুজ =  $4 + 1 = 5$  মিটার।



☞ **পরামর্শ:** এভাবে  $x$  ধরে করতে গেলে কয়েক মিনিট লেগে যাবে, অথচ মানটি মুখস্থ রাখলে সরাসরি উত্তর:  $৩:৪:৫ =$  অতিভুজ =  $৫$ ।  
 অর্থাৎ লম্ব, ভূমি এবং অতিভুজের মধ্যে পার্থক্য ১ হবে তখনই যখন তাদের অনুপাত হবে  $৩:৪:৫$



☐ নিজে করুন:

২৮. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট। অপর বাহুর অনুপাত ৪ : ৩ হলে বাহুদুটির দৈর্ঘ্য কত? [BIWTA-2018]  
 [Help: ৩:৪:৫ রাশিগুলোকে ৫ দিয়ে গুণ করলে নতুন রাশিগুলো ১৫:২০:২৫ হয়।] উত্তর: ১৫ এবং ২০

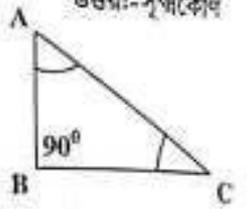
২৯. একটি মই এর এক প্রান্ত ভূমি থেকে ১৫ মিটার উঁচু ঘরের জানালা বরাবর পৌঁছায়। অপর প্রান্ত ঘর থেকে ৮ মিটার দূরে থাকলে মই এর দৈর্ঘ্য কত? [Help: বাহুদ্বয়ের অনুপাত: ৮:১৫:১৭ ধরে মই হবে অতিভুজ।] উত্তর: ১৭মি.

৩০. সমকোণী ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা - (সাহা অধিদপ্তর-০৪)  
 ক. বৃহত্তর                      খ. ক্ষুদ্রতর                      গ. সমান                      ঘ. কোনটিই নয়                      উত্তর: ক

৩১. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণ দুটির প্রত্যেকটি কীকোণ হবে? (৩রা মন্ত্রণালয়-০৬) উত্তর:- সূক্ষকোণ

☐ সমাধান:

পাশের চিত্রটি লক্ষ্য করুন।  $\angle B = 90^\circ$  কিন্তু  $\angle A$  এবং  $\angle C$  এর মান কত তা অজানা হলেও, কোণ দুটির সমষ্টি =  $90^\circ$ । সুতরাং এদের কোন একটি কোণ একাকী  $90^\circ$  বা তার বেশি হতে পারে না, অবশ্যই  $90^\circ$  থেকে কম হবে। তাই এরা হবে সূক্ষকোণ।



৩২. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ  $50^\circ$  হলে অপর কোণটি কত? [শ্রম ও পরিদপ্তরের জনসংখ্যা ও পরিবারকল্যাণ কর্মকর্তা ২০০৯]

ক.  $20^\circ$                       খ.  $30^\circ$                       গ.  $80^\circ$                       ঘ.  $50^\circ$                       উত্তর: গ

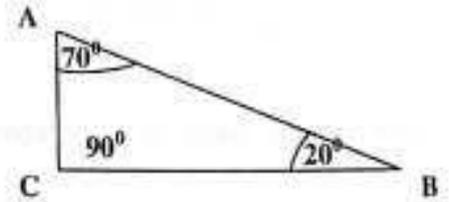
☐ সমকোণী ত্রিভুজের উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

৩৩.  $\triangle ABC$  এ  $\angle A = 70^\circ$  এবং  $\angle B = 20^\circ$  হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকৃতির? [নার্সিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের (সিনি: নীচ নার্স) নিয়োগ-২০১৮]

ক. সমকোণী                      খ. সমদ্বিবাহু                      গ. সূক্ষকোণী                      ঘ. সমবাহু                      উত্তর: ক

☐ সমাধান:

$\triangle ABC$  এর  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   
 $\Rightarrow 70^\circ + 20^\circ + \angle C = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 90$   
 $\therefore \angle C = 90^\circ$   
 যেহেতু একটি কোণ সমকোণ সুতরাং ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ।



৩৪. ১৩ সেমি, ১২ সেমি ও ৫ সেমি বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি— [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]

ক. সমবাহু                      খ. সমদ্বিবাহু                      গ. সমকোণী                      ঘ. সূক্ষকোণী                      উত্তর: গ

☐ সমাধান:

এখানে,  $12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$   
 আবার,  $13^2 = 169$   
 এখানে, অতিভুজ<sup>২</sup> = গম<sup>২</sup> + জমি<sup>২</sup> সুতরাং ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

৩৫. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অন্য দুটি কী কোণ? [একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের (ফিল্ড সুপার:) নিয়োগ-২০১৮]

ক. সরল কোণ                      খ. সম্পূরক কোণ                      গ. সূক্ষকোণ                      ঘ. সন্নিহিত কোণ                      উত্তর: গ

☐ সমাধান:

সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টি =  $90^\circ$ ।  
 সুতরাং সমকোণ ব্যতীত অপর কোণ দুটি অবশ্যই সূক্ষকোণ হবে।

৩৬. কোন ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত কোনটি হলে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব হবে? (৩০তম বিসিএস)

ক. ৫:৬:৭

খ. ৪:৫:৬

গ. ১০:১৫:২০

ঘ. ৩:৪:৫

উত্তর: ঘ

৩৭. একটি ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্য ৪, ৫ ও ৩ ফুট হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [খাদ্য অধিদপ্তরের উপ-খাদ্য পরিদর্শক ২০১২]

ক. ১২

খ. ৬

গ. ৩০

ঘ. ৪০

উত্তর: খ

সমাধান:

কোন ত্রিভুজের ৩টি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ : ৪ : ৫ হলে সেটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে। যেখানে: ৩ ও ৪ হচ্ছে লম্ব ও ভূমি  
সুতরাং ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times ৩ \times ৪$  বর্গফুট = ৬ বর্গফুট।

৩৮. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ছাড়া অন্য দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ০.১ এবং ০.২ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?  
[পরিবার পরিকল্পনা অধিদপ্তরের মেডিক্যাল অফিসার : ৮৪]

ক. ১০০

খ. ০.০১

গ. ২০০

ঘ. ০.০২

উত্তর: খ

সমাধান:  $\frac{1}{2} \times (.১ \times .২) = \frac{1}{2} \times .০২ = .০১$  উত্তর: ০.০১

৩৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ছাড়া অন্য দুই বাহুর দৈর্ঘ্য ০.২ মিটার এবং ০.৩ মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

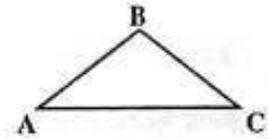
[স্বাস্থ্য মন্ত্রণালয়ের অধীন পাসপোর্ট ও ইমিগ্রেশন অধি: পরি:০৭] [Help:  $\frac{1}{2} \times (.২ \times .৩) = \frac{1}{2} \times .০৬ = .০৩$ ] উত্তর: ০.০৩

(ii) সূক্ষকোণী ত্রিভুজ (Acute Angled Triangle):

যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষকোণ ( $৯০^\circ$  এর থেকে কম) তাকে সূক্ষকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন-

চিত্রে ABC একটি সূক্ষকোণী ত্রিভুজ।

বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: যেকোন দুই বাহুর বর্গের সমষ্টি অপর বাহুর বর্গের চেয়ে বৃহত্তর।



৪০. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৬, ৭ সেন্টিমিটার হলে উহা কোন ধরনের ত্রিভুজ?

(ক) স্থূলকোণী

(খ) সমকোণী

(গ) সূক্ষকোণী

(ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: গ

এখানে,  $৫^2 + ৬^2 > ৭^2$  অর্থাৎ  $AB^2 + BC^2 > AC^2$

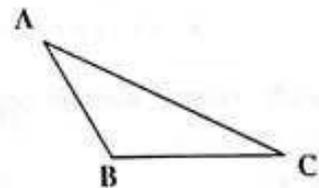
$$২৫ + ৩৬ > ৪৯$$

$$৬১ > ৪৯$$

(iii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ (Obtuse Angled Triangle):

যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে। যেমন-

চিত্রে ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং  $\angle ABC$  স্থূলকোণ



বাহুর মাধ্যমে চেনার উপায়: বৃহত্তম বাহুর বর্গ অপর দুই বাহুর বর্গের সমষ্টির চেয়ে বৃহত্তর।

বৈশিষ্ট্য:

• একটি কোণ স্থূলকোণ

• অন্য দুটি কোণ সূক্ষকোণ

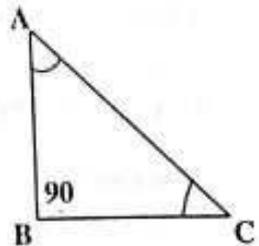
৪ অতিরিক্ত পাঠ:

সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ:

যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ তাকে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান এবং একটি কোণ সমকোণ তাকে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

চিত্রে  $AB = BC$  এবং  $\angle B = ৯০^\circ$  তাই এটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।



কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: কোণগুলোর অনুপাত হবে  $৯০^\circ : ৪৫^\circ : ৪৫^\circ$

বৈশিষ্ট্য:

- ☞ দুটি বাহু পরস্পর সমান
- ☞ সমকোণ ব্যতীত অপর দুটি কোণ পরস্পর সমান।
- ☞ কোণগুলোর অনুপাত  $২:১:১$

টেকনিক : মনে রাখুন: যত : তত : তত  $\sqrt{2}$  অর্থাৎ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য:  $x : x : x\sqrt{2}$  হয়।

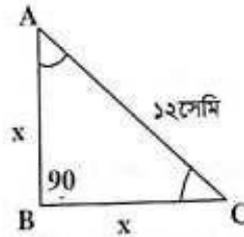
৪১. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১২ সেমি হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. (২৭তম বিসিএস)  
উত্তর:- ৩৬ বর্গ সে.মি.

সমাধান:

সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অর্থ হল  $৯০^\circ$  কোণ বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ যেখানে লম্ব ও ভূমি এর মান সমান।

প্রশ্নে লম্ব ও ভূমির মান দেয়া নেই, তাই ধরি,  
ত্রিভুজটির লম্ব =  $x$ , তাহলে ভূমিও  $x$

সুতরাং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে,  $\frac{1}{2} \times x \times x$



১০ সেকেন্ডে করার জন্য শর্টকাট:

$$\begin{aligned} \text{সূত্র: ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{4} \times (\text{অতিভুজ})^2 \\ &= \frac{1}{4} \times (12)^2 = \frac{1}{4} \times 144 = 36 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \text{ ( কিন্তু } x^2 \text{ এর মান দেয়া নেই তাই } x^2 \text{ এর মান বের করলেই উত্তর বের হবে)}$$

চিত্র দেখে পীথাগোরাসের সূত্রানুসারে

$$x^2 + x^2 = 12^2 \text{ ( প্রশ্নে শুধুমাত্র ১২ দেয়া আছে তাই সেখান থেকেই কাজ শুরু)}$$

$$\text{বা, } 2x^2 = 144 \text{ বা, } x^2 = 144 \div 2 \therefore x^2 = 72 \text{ ( এই মানটি সূত্রে প্রয়োগ করলেই ক্ষেত্রফল বের হবে)}$$

$$\text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{2} \times 72 = 36 \text{ উত্তর: } ৩৬ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

শর্টকাট সূত্রের ব্যাখ্যা:

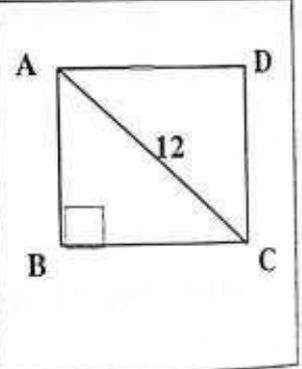
উপরের সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটিকে পাশের চিত্রটির মত করে বর্গ অংকন করে দেখা যাবে ত্রিভুজের অতিভুজটি বর্গের কর্ণ হয়ে গেছে। এখন বর্গের কর্ণ থেকে বর্গের ক্ষেত্রফল বের করার

সবথেকে সহজ সূত্র হচ্ছে:  $\frac{1}{2} \times d^2$  ( $d =$  বর্গের কর্ণ = ত্রিভুজের অতিভুজ)

তাহলে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ থেকে তার ক্ষেত্রফল বের করতে হলে এই সূত্রই প্রয়োগ

$$\text{করা যাবে এভাবে: } \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2} \times d^2 \right) \text{ বা, } = \frac{1}{4} \times d^2 \text{ বা } \frac{1}{4} \times \text{অতিভুজ}^2$$

[যেহেতু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক তাই দুবার গুণ।]



৪২. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১৬ সেমি হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেমি? (শ্রম ও কর্মসংস্থান মন্ত্রণালয় ২০০৫)

ক. ৪৮

খ. ৫৬

গ. ৬৪

ঘ. ৭২

উত্তর: গ

সমাধান: ধরি, সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য =  $x$

$$\text{তাহলে পিথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী } x^2 + x^2 = 16^2$$

$$\text{বা, } 2x^2 = ২৫৬$$

$$\text{বা, } x^2 = ১২৮ \text{ [উচ্চতা} = x, \text{ ভূমি} = x]$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times ১২৮ = ৬৪ \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{◆ শর্টকাট: } = \frac{1}{4} \times (16)^2 = \frac{1}{4} \times 16 \times 16 = 64$$

৪০. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি. হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [বাংলাদেশ রেলওয়ে (সহ: স্টেশন মাস্টার)-২০১৮]

- ক. ১০০ বর্গ সে.মি.    খ. ৫০ বর্গ সে.মি.    গ.  $\sqrt{2} \times ১০$  বর্গ সে.মি    ঘ. ২৫ বর্গ সে.মি    উত্তর: ঘ

৪৪. If the hypotenuse of an isosceles right triangle has length of 8, then the area of the triangle is: (একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ৮ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?) [IBBL (PO)-17]

- a. 16    b.  $4\sqrt{2}$     c. 8    d.  $8\sqrt{2}$     Ans: a

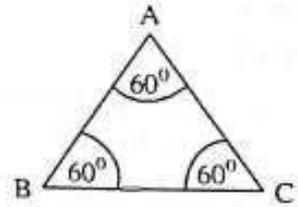
বাহুভেদে ত্রিভুজ ৩ প্রকার

(ক) সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral Triangle):

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন-

□ সমবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

- ☞ তিনটি বাহু সমান।
- ☞ কোণ তিনটি ও সমান।
- ☞ প্রত্যেক কোণের পরিমাণ  $60^\circ$ । যেহেতু তিন বাহু সমান তাই কোণগুলোও সমান হবে। আবার তিনটি কোণের সমষ্টি  $180^\circ$  তাই, একটি কোণ হবে  $180 \div 3 = 60^\circ$



□ সমবাহু ত্রিভুজের সূত্র:

Δ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা: এক বাহু a হলে, পরিসীমা =  $3a$  (ত্রিভুজের 3 বাহুর যোগফল)।

Δ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  (সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে)

□ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৪৫. শুধু পরিসীমা দেয়া থাকলে কোন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? [রাকাব, (সুপারজাইজার)-১৫]    উত্তর: সমবাহু।

☞ ব্যাখ্যা:

পরিসীমাকে ৩ দিয়ে ভাগ করে সমবাহু ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব। তাছাড়া অন্য কোন ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয়।

৪৬. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে যে চারটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তা - [বাংলাদেশ ট্যারিফ কমিশন- (গবেষণা কর্মকর্তা)-২০১৮]

- (ক) স্থলকোণী ত্রিভুজ    (খ) সূক্ষকোণী ত্রিভুজ    (গ) সমকোণী ত্রিভুজ    (ঘ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ    উত্তর: খ

৪৭. ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, উহার AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত? [বিআরটিএ (মোটরযান পরিদর্শক)-২০১৭]

- ক.  $280^\circ$     খ.  $290^\circ$     গ.  $2৮০^\circ$     ঘ.  $৩২০^\circ$     উত্তর: ক

☞ সমাধান:

ΔABC সমবাহু ত্রিভুজের  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

ত্রিভুজের কোনো একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ + সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি =  $180^\circ$ ।

সুতরাং একটি বহিঃস্থ কোণ হবে  $120^\circ$  তাহলে দুটি বহিঃস্থ কোণ হবে  $120 + 120 = 240^\circ$ ।

৪৮. ABC ত্রিভুজে  $\angle B = \angle C$  এবং BC বাহুর উপর D একটি বিন্দু। এতে কোন শর্তটি হবে? (ডাক অফিসের বিজ্ঞান ওভারশিফার-২০১৮)

ক.  $AC > BC$

খ.  $AC > AD$

গ.  $AB > AC$

ঘ.  $AC < AD$

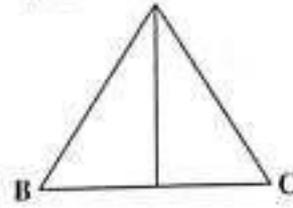
উত্তর : খ

সমাধান:

ABC ত্রিভুজে  $\angle B = \angle C \therefore AC = AB$

অর্থাৎ AC ও AB অবশ্যই AD অপেক্ষা বড়।

$\therefore AC = AD$



৪৯.  $\Delta ABC$  একটি সমবাহু ত্রিভুজ, উহার AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত? (বিআরটিএ (মেট্রিকিয়ান পরিদর্শক)-২০১৭)

ক.  $280^\circ$

খ.  $290^\circ$

গ.  $260^\circ$

ঘ.  $320^\circ$

উত্তর : ক

সমাধান:

$\Delta ABC$  সমবাহু ত্রিভুজের  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

ত্রিভুজের কোনো একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ + সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি =  $180^\circ$ ।

সুতরাং একটি বহিঃস্থ কোণ হবে  $120^\circ$  তাহলে দুটি বহিঃস্থ কোণ হবে  $120 + 120 = 240^\circ$ ।

৫০. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (১০ম+৩৮তম বিসিএসপ্রশ্নঃ)

(ক)  $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$

(খ)  $\frac{2}{3} a^2$

(গ)  $\frac{2}{\sqrt{3}} a^2$

(ঘ)  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

উত্তর : ঘ

সমাধান: কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে তার ক্ষেত্রফল  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

৫১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে উহার ক্ষেত্রফল কত হবে? (সংখ্যানা পরিঃপরিঃঅফিঃ৯৮)

সমাধান:

সমবাহু ত্রিভুজের যে কোন এক বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে a - এর স্থলে এক বাহুর দৈর্ঘ্য বসিয়ে অংকটি করতে হয়। যেমন:

এখানে এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ মিটার। তাই সূত্রানুসারে,  $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 16 = \sqrt{3} \cdot 4$  বা  $4\sqrt{3}$  উত্তর:-  $4\sqrt{3}$

৫২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১৬ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (১২তম বিসিএস) উত্তর:-  $64\sqrt{3}$  বর্গমি.।

৫৩. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ৬ সেমি হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গসেমি? (সংখ্যানা শিক্ষা অফিসারঃ ২০১০)

সমাধান:

এখানে পরিসীমা দেয়া আছে ৬, তাই সরাসরি সূত্র প্রয়োগ না করে প্রথমে এক বাহুর দৈর্ঘ্য বের করতে হবে,

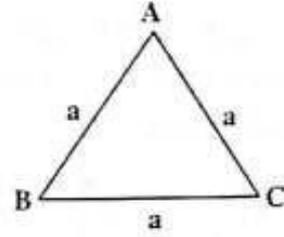
১ বাহু =  $\frac{6}{3} = 2$ । (কারণ সমবাহু ত্রিভুজের তিন বাহু সমান) এখন, সূত্র প্রয়োগ করে পাই  $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3}$

৫৪. প্রমাণ করুন যে: সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  (৩৬ তম বিসিএস (নির্ধিত))

সমাধান: এই সূত্রটি দুভাবে প্রমাণ করা যায়, এখানে প্রমাণ করার সময় ছোট ছোট অনেকগুলো পয়েন্ট ক্রিয়ার হবে। সেগুলোতে গুরুত্ব দিতে হবে।

বিষমবাহু ত্রিভুজের সূত্রের মাধ্যমে প্রমাণ:  
ধরি, ত্রিভুজটির একবাহু =  $a$

সুতরাং ত্রিভুজটির পরিসীমা =  $a+a+a = 3a$  এবং অর্ধ পরিসীমা  $s = \frac{3a}{2}$



∴ বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্রানুযায়ী =

$$\begin{aligned} \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad [\text{এই সূত্রটি দিয়ে যে কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করা যাবে}] \\ &= \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right) \left(\frac{3a}{2} - a\right)} \\ &= \sqrt{\frac{3a}{2} \left(\frac{3a-2a}{2}\right) \left(\frac{3a-2a}{2}\right) \left(\frac{3a-2a}{2}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{3a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \sqrt{\frac{3a^4}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \end{aligned}$$

সমকোণী ত্রিভুজের সূত্রের মাধ্যমে প্রমাণ:

পাশের ABC সমবাহু ত্রিভুজে: AD, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এর উপর লম্ব

যেখানে,  $BC = a$  বা,  $BD = \frac{a}{2}$ , এবং  $CD = \frac{a}{2}$

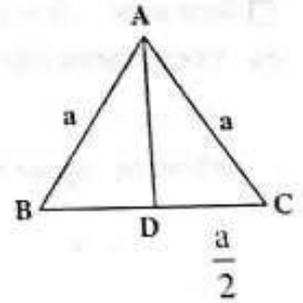
এখানে  $AD =$  উচ্চতা

ADC সমকোণী ত্রিভুজে পীথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই

$$AD^2 + DC^2 = AC^2 \quad [AC = a]$$

$$\text{বা, } AD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \quad \text{বা, } AD^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} \quad \text{বা, } AD = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} \quad \therefore AD = \frac{\sqrt{3}a}{2} \quad (\text{উচ্চতা})$$



[সূত্র: এখান থেকে বলা যায় যে কোন সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহু  $a$  হলে তার উচ্চতা বা মধ্যমা হবে  $a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ]

$$\text{এখন, ABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

৫৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 'ক' একক হলে তার মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত হবে? [থানা শিক্ষা অফিসার (TEO) ২০১০]

ক.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ক একক

খ.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ক একক

গ.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  ক<sup>২</sup> একক

ঘ.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  ক একক উত্তর: ক

সমাধান:

পাশের চিত্রানুযায়ী, ABC সমবাহু ত্রিভুজে AB = CA = 'ক' একক এবং AD হচ্ছে ত্রিভুজটির একটি মধ্যমা।

$$CD = \frac{BC}{2} = \frac{ক}{2} \text{ একক}$$

এখন, ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

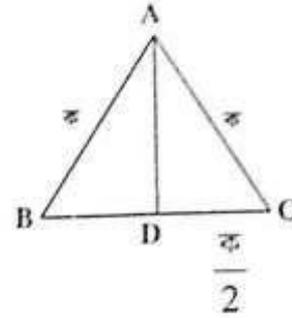
$$AD^2 + CD^2 = CA^2 \text{ (এখানে CA ই হল অতিভুজ)}$$

$$\text{বা, } AD^2 = CA^2 - CD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = ক^2 - \left(\frac{ক}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = \frac{3ক^2}{4} \text{ বা, } AD = \sqrt{\frac{3ক^2}{4}} \therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} ক$$

$$\therefore \text{মধ্যমার দৈর্ঘ্য} = \frac{\sqrt{3}}{2} ক \text{ একক। (যেহেতু AD ই মধ্যমা।)}$$



শর্টকাট: এর আগের প্রশ্নটির ব্যাখ্যা অনুযায়ী: সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য থাকলে মধ্যমা বা উচ্চতা =  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{বাহু}$   
 যেহেতু এই প্রশ্নে বাহুর দৈর্ঘ্য = ক সুতরাং মধ্যমার দৈর্ঘ্য হবে  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times ক = \frac{\sqrt{3}}{2} ক$ ।

□ নিজে করুন: (লিখিত নিয়মে করলে যা আসবে শর্টকাটে করলেও তা ই আসবে)

৫৬. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে এর উচ্চতা কত?

- (ক)  $2\sqrt{3}$                       (খ)  $4\sqrt{3}$                       (গ)  $16\sqrt{3}$                       (ঘ)  $32\sqrt{3}$                       উত্তর: খ

৫৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি। এর মধ্যমার দৈর্ঘ্য কত?

- (ক)  $\sqrt{3}$  সে.মি.                      (খ)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  সে.মি.                      (গ) ২ সে.মি.                      (ঘ) ১ সে.মি.                      উত্তর: ক

৫৭. একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $36\sqrt{3}$  বর্গ সে.মি. হলে উহার পরিসীমা কত?

- (ক)  $36\sqrt{3}$                       (খ) ৩৬                      (গ)  $24\sqrt{3}$                       (ঘ) ৪৮                      উত্তর: খ

সমাধান:

$$\text{এখানে ক্ষেত্রফল } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3}$$

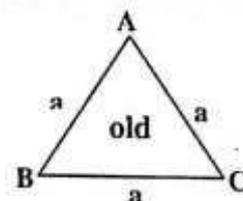
$$\text{বা, } a^2 = 36 \times 4 \quad \text{বা, } a^2 = 144 \quad \text{বা, } a^2 = (12)^2 \quad \therefore a = 12 \text{ সুতরাং একবাহু} = 12 \quad \therefore \text{পরিসীমা} = 3 \times 12 = 36$$

৫৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল  $3\sqrt{3}$  বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (৩২তম বিসিএস) + [BADC-(Store Keeper)-2017]

সমাধান:

ধরি, শুরুতে একবাহুর দৈর্ঘ্য ছিল = a

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



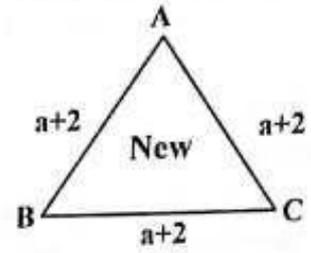
আবার সমবাহু ত্রিভুজের নতুন বাহুর দৈর্ঘ্য =  $a + 2$  মিটার

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের নতুন ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 3\sqrt{3} \quad [\text{দুই ক্ষেত্রফলের পার্থক্য} = 3\sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} (a^2 + 4a + 4 - a^2) = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} (4a + 4) = 3\sqrt{3} \quad \text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} 4(a + 1) = 3\sqrt{3} \quad \text{বা, } a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2 \quad \text{উত্তর: 2 মিটার}$$



৫৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল  $6\sqrt{3}$  বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন? [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১৬.১)] [IRAKUB officer-2015]

সমাধান: [ছব্ব উপরের নিয়মে করুন। সমীকরণটি নিচের মত হবে।

উত্তর: ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।

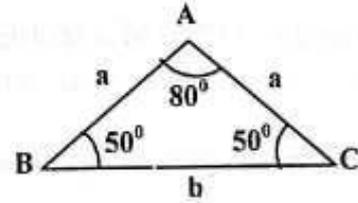
$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 6\sqrt{3} \quad [\text{বাকীটা নিজে করুন}]$$

### (খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isosceles Triangle):

যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন-

#### □ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য:

- ☞ দুটি বাহু সমান (চিত্রে  $AB = AC = b$ )
- ☞ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় ও সমান।



☞ কোণের মাধ্যমে চেনার উপায়: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অপর বাহু সংলগ্ন কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

চিত্রে  $AB = AC$  হওয়ায়  $\angle B = \angle C$  আর  $\triangle ABC$  একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$$\text{☞ সূত্র: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \quad (\text{যেখানে } b = \text{ভূমি এবং } a = \text{সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য})$$

#### □ সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:

৬০.  $ABC$  ত্রিভুজের  $AB = AC$  হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক.  $\angle ABC = \angle ACB$
- গ.  $\angle ACB > \angle ABC$

- খ.  $\angle ABC > \angle ACB$
- ঘ.  $\angle ABC = \angle BAC$

উত্তর: ক

সমাধান: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে যে: যে দুটি বাহু সমান তার বিপরীত কোণগুলো সমান হবে।

৬১.  $\triangle ABC$  এর  $AB = BC$  এবং  $\angle C = 40^\circ$  হলে,  $\angle B = ?$

- ক.  $100^\circ$
- খ.  $70^\circ$

গ.  $180^\circ$

ঘ.  $40^\circ$

উত্তর: ক

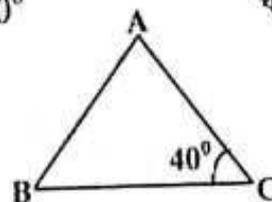
সমাধান:

$$\text{যেহেতু } AB = BC$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 40^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 40^\circ + \angle B + 40^\circ = 180^\circ$$



$$\Rightarrow \angle B = 180^\circ - 80^\circ$$

$$\therefore \angle B = 100^\circ$$

৬২. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন একটি কোণের পরিমাণ  $55^\circ$  হলে উহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত? [Sonali Bank Ltd. - 2014] + [RAKUB (Supervisor)-2017]

ক.  $125^\circ$

খ.  $90^\circ$

গ.  $185^\circ$

ঘ.  $110^\circ$

সমাধান:

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান হওয়ায় এ দুটি বাহুর বিপরীত কোণগুলোও পরস্পর সমান। তাই একটি কোণ  $55^\circ$  হলে অন্য কোণটিও  $55^\circ$  হবে। সুতরাং শীর্ষ কোণটি হবে  $180^\circ - (55^\circ + 55^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

৬৩. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ কোণের মান  $80^\circ$  হলে, অপর কোণদ্বয়ের মান কত?

ক.  $45^\circ, 45^\circ$

খ.  $50^\circ, 50^\circ$

গ.  $55^\circ, 55^\circ$

ঘ.  $60^\circ, 60^\circ$

৬৪. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণদ্বয় হবে— (প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮)

ক. সমকোণ

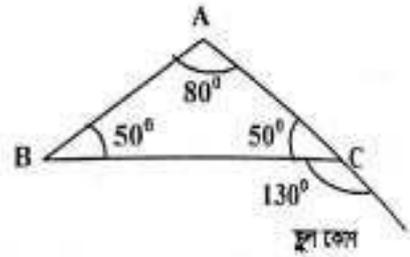
খ. সূক্ষকোণ

গ. মূল কোণ

ঘ. সরলকোণ

সমাধান:

পাশের চিত্রটি লক্ষ্য করুন: সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ কখনোই  $90^\circ$  এর থেকে বেশি হবে না,  $90^\circ$  থেকে কম। তাই সমান বাহুদ্বয় বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণটি উৎপন্ন হবে তাকে বলা হবে মূল কোণ। এখানে সমান বাহু সংলগ্ন অন্তঃস্থ কোণটি  $50^\circ$ , সুতরাং বহিঃস্থ কোণটি হবে  $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  যা একটি মূল কোণ।



৬৫. If the angles (কোণ) of a triangle are in the ratio 1:2:2, the triangle- [SB Ltd. Off. 2013]

a) is isosceles

b) is obtuse

c) has one angle greater than  $80^\circ$

d) is equilateral

৬৬. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ১৬ মি. এবং অপর দুইটি বাহু প্রতিটি ১০ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (২৪তম ও ১৯তম কিসিএস)

ক. ৩৬ বর্গ মি.

খ. ৪২ বর্গ মি.

গ. ৫০ বর্গ মি.

ঘ. ৪৮ বর্গ মি.

সমাধান: ক্ষেত্রফল =  $\frac{16}{4} \sqrt{4 \times (10)^2 - (16)^2} = 4 \sqrt{400 - 256} = 4 \times \sqrt{144} = 4 \times 12 = 48$

৬৭. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি. এবং অপর বাহুটি ২ সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

ক.  $\sqrt{32}$  বর্গ সে.মি.

খ.  $\frac{1}{2} \sqrt{34}$  বর্গ সে.মি.

গ.  $\sqrt{8}$  বর্গ সে.মি.

ঘ.  $\sqrt{40}$  বর্গ সে.মি.

সমাধান:

$\therefore$  ক্ষেত্রফল =  $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{2}{4} \sqrt{4 \times 3^2 - 2^2} = \frac{2}{4} \sqrt{36 - 4} = \frac{2}{4} \sqrt{36 - 4} = \frac{2}{4} \sqrt{32} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$  বর্গ সে.মি.

৬৮. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ৬ মিটার। সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির  $\frac{5}{6}$  অংশ হলে, ক্ষেত্রফল কত?

ক. ১০ বর্গ মি.

খ. ১২ বর্গ মি.

গ. ১৪ বর্গ মি.

ঘ. ১৬ বর্গ মি.

সমাধান:

ভূমির দৈর্ঘ্য  $b = 6$  মি. সুতরাং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য  $a = 5$  মি.

$\therefore$  ক্ষেত্রফল =  $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{6}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} = \frac{6}{4} \sqrt{100 - 36} = \frac{6}{4} \sqrt{64} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$  বর্গ মি.

৬৯. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু ভূমির  $\frac{5}{6}$  অংশ, পরিসীমা 16 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

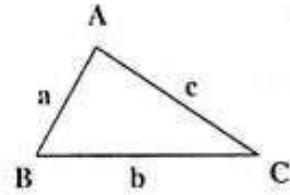
- ক. 10 বর্গ মি.                      খ. 12 বর্গ মি.                      গ. 14 বর্গ মি.                      ঘ. 16 বর্গ মি.                      উত্তর: খ

প্রসমাধান:  
 ভূমি =  $6x$  হলে সমান সমান বাহু =  $5x$   
 প্রথমতে,  $5x+5x+6x = 16 \Rightarrow 16x = 16 \therefore x = 1$  সুতরাং ভূমি =  $6 \times 1 = 6$  এবং সমান বাহু =  $5 \times 1 = 5$   
 $\therefore$  ক্ষেত্রফল =  $\frac{6}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} = \frac{3}{2} \sqrt{100 - 36} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$  বর্গ মি.

নিজে করুন:  
 ৭০. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য ৮ সে.মি. এবং অন্যান্য সমান বাহু দুটির প্রতিটি ১০ সে.মি. করে। তাহলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?  
 (ক)  $10\sqrt{21}$  বর্গ সে.মি.      (খ)  $8\sqrt{21}$  বর্গ সে.মি.      (গ) ৪০ বর্গ সে.মি.      (ঘ)  $80\sqrt{21}$  বর্গ সে.মি.      উত্তর: খ

**(গ) বিষমবাহু ত্রিভুজ: (Scalene Triangle):**

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান তাকে বিষমবাহু বা অসমবাহু ত্রিভুজ বলে। যেমন-



- বৈশিষ্ট্য:  
 প্রতিটি বাহু অসমান  
 মধ্যমাগুলো অসমান

সূত্র: বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$   
 এখানে  $2S$  ( পরিসীমা ) =  $a+b+c \therefore S$  ( অর্ধ পরিসীমা ) =  $\frac{a+b+c}{2}$

সংশ্লিষ্ট প্রশ্ন:  
 ৭১. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩, ১৪ ও ১৫ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (যাহা ও পরিবার কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোডাইভার-২০১৮)+ (কমিউনিটি হেলথ কেয়ার প্রোডাইভার -২০১৮(লিখিত)।  
 ক. ৬০ মিটার                      খ. ৮৪ মিটার                      গ. ৯০ মিটার                      ঘ. ৪৮ মিটার                      উত্তর : খ

প্রসমাধান:  
 অর্ধপরিসীমা  $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$   
 $\therefore$  ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$   
 $= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$  বর্গমিটার  
 $= \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$   
 $= \sqrt{82 \times 8 \times 82} = (৮থেকে ২ নিয়ে দুপাশে ৮২ করা হলো তাহলে ১টা ৮২ এবং ৪ এর বর্গমূল ২ কে বাইরে আনা যাবে)$   
 $= 82 \times 2 = 164$  বর্গমিটার।

৭২. একটি বিষমবাহু ত্রিভুজের বাহু তিনটির পরিমাপ ৪২ সে.মি., ৩৪ সে.মি. এবং ২০ সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? [IBBL-(ATO)-2017]
- ক. ২৫৬ বর্গ সে.মি.      খ. ৩২৮ বর্গ সে.মি.      গ. ৩৩৬ বর্গ সে.মি.      ঘ. ৫৭৬ বর্গ সে.মি.      উত্তর: গ

সমাধান:

$$\text{বিষমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা} = 2S = a+b+c = 42+34+20 = 96 \quad \therefore \text{অর্ধপরিসীমা } S = \frac{96}{2} = 48$$

$$\begin{aligned} \text{বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{48(48-42)(48-34)(48-20)} \\ &= \sqrt{48 \times 6 \times 14 \times 28} \\ &= \sqrt{4 \times 2 \times 6 \times 6 \times 14 \times 28} \quad (\text{সবগুলো সংখ্যা গুণ করে বর্গমূল বের করতে সময় লাগবে}) \\ &= \sqrt{(2 \times 2) \times (6 \times 6) \times (28 \times 28)} \quad (\text{জোড়া জোড়া মেলানো হয়েছে}) \\ &= 2 \times 6 \times 28 \quad (\text{বর্গমূল থাকায় প্রতি জোড়া থেকে একটি করে নেয়া হয়েছে}) \\ &= 336 \quad \text{উত্তর:} \end{aligned}$$

৭৩. একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২০ মি. ২১ মি, এবং ২৯ মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি. ? (৩১তম বিসিএস)
- ক. ২১০ বর্গ মি.      খ. ২১৫ বর্গ মি.      গ. ২২৫ বর্গ মি.      ঘ. ২৫০ বর্গ মি.      উত্তর: ক

সমাধান:

$$\text{পরিসীমা } 2s = 20+21+29 \quad \therefore \text{অর্ধ পরিসীমা, } s = \frac{70}{2} = 35$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)} \\ &= \sqrt{35 \times 15 \times 14 \times 6} \\ &= \sqrt{5 \times 7 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 3} \\ &= \sqrt{(7 \times 7) \times (5 \times 5) \times (3 \times 3) \times (2 \times 2)} \quad (\text{এভাবে জোড়া মেলালে খুব সহজে উত্তর বের হবে}) \\ &= 7 \times 5 \times 3 \times 2 = 210 \text{ বর্গ মি.} \end{aligned}$$

৭৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৫, ৬, ৭ মি.। নিকটতম বর্গমিটারে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (২৪তম বিসিএস)

ক.  $5\sqrt{6}$  বর্গ মি.      খ.  $6\sqrt{6}$  বর্গ মি.      গ.  $6\sqrt{5}$  বর্গ মি.      ঘ.  $7\sqrt{6}$  বর্গ মি.      উত্তর: খ

সমাধান:

$$\text{পরিসীমা } 2s = 5+6+7 \quad \therefore \text{অর্ধ পরিসীমা } s = \frac{18}{2} = 9$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt{(3 \times 3) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3)} = 3 \times 2 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

৭৫. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. এবং ৫ সে.মি. হলে অর্ধপরিসীমা কত?

ক. ১২ সে.মি.      খ. ৬ সে.মি.      গ. ২৪ সে.মি.      ঘ. ৩৬ সে.মি.      উত্তর: খ

সমাধান:

$$\text{পরিসীমা } 2s = 3+4+5 \quad \therefore \text{অর্ধপরিসীমা } = s = \frac{12}{2} = 6 \text{ সে.মি.}$$

৭৬. 3 cm, 4.5 cm, 5.5 cm বাহু বিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [সাব-রেজিস্টার - ২০১৬]

ক. ৪৭.৫

খ. ৭.৫০

গ. ৬.৭৫

ঘ. ৭.৫৫

উত্তর: গ

সমাধান:

এখানে ত্রিভুজটি বিষমবাহু ত্রিভুজ। তাই প্রথমেই অর্ধপরিসীমা S এর মান বের করতে হবে

$$\text{পরিসীমা} = 3 + 4.5 + 5.5 = 13 \text{ সুতরাং অর্ধ পরিসীমা } S = 13 \div 2 = 6.5$$

বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের করার সূত্রানুযায়ী

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)}$$

$$= \sqrt{6.5(3.5 \times 2 \times 1)} = \sqrt{6.5 \times 7} = \sqrt{45.5} = 6.7453... \text{ বা প্রায় } 6.75 \text{ (Ans:)}$$

৭৭. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৭, ৮ মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? [করাই মন্ত্রণালয়ের মানক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ (উপ-পরিচালক) - ২০১৮]

ক. ১৪.৬৯

খ. ১৫.৬৯

গ. ১৭.৩২

ঘ. ১৮.৩২

উত্তর: গ

সমাধান:

$$\text{ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা} = \frac{৫ + ৭ + ৮}{২} = ১০ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{১০(১০-৫)(১০-৭)(১০-৮)} \text{ বর্গমিটার}$$

$$= \sqrt{১০ \times ৫ \times ৩ \times ২} \text{ বর্গমিটার} = ১০\sqrt{৩} \text{ বর্গমিটার} = ১০ \times ১.৭৩২ = ১৭.৩২ \text{ বর্গমিটার}$$

৭৮. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ যথাক্রমে  $90^\circ$  এবং  $30^\circ$  হলে তৃতীয় কোণটির পরিমাণ রেডিয়ানে কত হবে? [অবাসন পরিদপ্তরের সহ. পরিচালক (গৃহায়ন ও গণপূর্ত মন্ত্রণালয়): ২০০৬]

(a)  $\frac{\pi}{12}$ (b)  $\frac{\pi}{3}$ (c)  $\frac{\pi}{4}$ (d)  $\frac{\pi}{9}$ 

Ans: d

Solution:

যেহেতু ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি =  $180^\circ$

অর্থাৎ  $70^\circ + 90^\circ +$  তৃতীয় কোণ =  $180^\circ$

$\therefore$  তৃতীয় কোণটি =  $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

যেহেতু 1 সমকোণ বা  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$  রেডিয়ান

$\therefore 20^\circ = \frac{\pi \times 20^\circ}{2 \times 90^\circ} = \frac{\pi}{9}$  রেডিয়ান।

মনে রাখতে হবে:  $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$  রেডিয়ান

তাহলে  $20^\circ = \frac{\pi \times 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{9}$  রেডিয়ান।

## □ ত্রিভুজের উপর অতিরিক্ত কিছু প্রশ্ন :

৭৯. একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত হল ১:২:৩ এবং ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য ১ মিটার। ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?  
[Bangladesh Shipping Cor: (Upper As)-2018]  
(ক) ৪ (খ) ৫ (গ) ২ (ঘ) কোনটিই নয় উত্তর: ঘ
৮০. ত্রিভুজের একটি কোণ এর অপর দুটি কোণের সমান হলে ত্রিভুজটি হবে- - (তথ্য মন্ত্রণালয়-০৫) উত্তর: সমকোণী
৮১. কোনো ত্রিভুজের তিন কোণের সমদ্বিখন্ডকগুলোর ছেদবিন্দুর নাম কি? (তথ্য মন্ত্রণালয়-০৫) উত্তর: অন্তঃকেন্দ্র
৮২. ত্রিভুজের দুইবাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশের দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহুর কোন অংশের সমান? (তথ্য মন্ত্রণালয়-০৪) অর্ধেক অংশ
৮৩. কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে একইভাবে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ তিনটির সমষ্টি-- (প্রাথ: বিদ্যা সহ: শিক্ষক-০৮) উত্তর: ৩৬০ ডিগ্রি
৮৪. কোন ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে বলে- - (প্রাথমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৮) উত্তর: ভরকেন্দ্র
৮৫. ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক হবে?(প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান-০৯) উত্তর: তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান হবে
৮৬. একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ভূমির পরিমাণ ৮০ মিটার এবং উচ্চতার পরিমাণ ৪৫ মিটার। জমির ক্ষেত্রফল কত হবে? (পরবর্তী মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা: ২০০৪) (সাধারণ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করুন) উত্তর: ১৮০০ বর্গ মিটার।
৮৭. একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৪৪ বর্গ গজ। ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য ১২ গজ হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত? (১৭তম বিসিএস) উত্তর: ১৪ গজ

প্রব্যাখ্যা: ধরি, ভূমি  $x$  তাহলে ক্ষেত্রফল হবে  $\frac{1}{2} \times 12 \times x$  প্রশ্নমতে,  $\frac{1}{2} \times 12 \times x = 84$  বা,  $x=14$

৮৮. একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গগজ। ত্রিভুজটি ভূমির দৈর্ঘ্য ১৪ গজ হলে শীর্ষ বিন্দু হতে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত? (অর্থ মন্ত্রণালয় প্রশা: কর্ম:০৪) [Help: উপরের প্রশ্নটির মতই ভূমি এর পরিবর্তে লম্বকে  $x$  ধরে করুন।] উত্তর: ১২

৮৯. চিত্রে  $x$  এর মান কত?

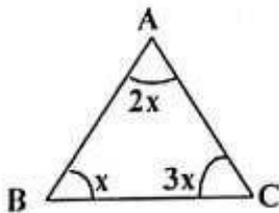
ক.  $15^\circ$

খ.  $30^\circ$

গ.  $45^\circ$

ঘ.  $60^\circ$

উত্তর: খ



$x$  এর যোগ করতে গেলে শুধু অতিরিক্ত সময় ই নষ্ট হবে। তাই এভাবে ভাবুন >>>  
( ৬ ভাগের মান ১৮০ হলে ১ ভাগের মান ৩০)। [চিত্র কোন ফ্যান্ট নয়]



# Model Test

পূর্বসময়: ১২

সময়: ১০মিনিট

১. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত একটি কোণ  $50^\circ$  হলে অপর কোণটি কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের উপ-সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 

ক. $20^\circ$	খ. $80^\circ$	গ. $30^\circ$	ঘ. $10^\circ$
---------------	---------------	---------------	---------------
২. কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃ কোণ তিনটির মোট পরিমাণ হবে- (জনস্বাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 

ক. $280^\circ$	খ. $280^\circ$	গ. $280^\circ$	ঘ. $360^\circ$
----------------	----------------	----------------	----------------
৩. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৬ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (জনস্বাসন মন্ত্রণালয়ের অধীনে পিএসসি'র সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 

a. $3\sqrt{3}$	b. $4\sqrt{3}$	c. $6\sqrt{3}$	d. $9\sqrt{3}$
----------------	----------------	----------------	----------------
৪. একটি সরলরেখার উপরে লম্ব অঙ্কন করলে কয়টি সমকোণ পাওয়া যায়? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সিভিলিয়ান স্টাফ অফিসার এবং সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 

ক. ২	খ. ৩	গ. ৪	ঘ. ৫
------	------	------	------
৫. একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের সমষ্টি  $160^\circ$ । তৃতীয় কোণটির মান কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সিভিলিয়ান স্টাফ অফিসার এবং সহকারী পরিচালক-২০১৬)
 

ক. $50^\circ$	খ. $80^\circ$	গ. $20^\circ$	ঘ. $25^\circ$
---------------	---------------	---------------	---------------
৬. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যদি  $m$  হয়, তবে এর ক্ষেত্রফল কত? (মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)
 

a. $\frac{\sqrt{3}}{2} m^2$	b. $\frac{\sqrt{3}}{4} m^2$	c. $\frac{3}{2} m$	d. $\frac{2}{\sqrt{3}} m^2$
-----------------------------	-----------------------------	--------------------	-----------------------------
৭. একটি ত্রিভুজের ভূমি ৪ মি. এবং উচ্চতা ৩ মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মহিলা ও শিশুবিষয়ক মন্ত্রণালয়ের অধীনে উপজেলা মহিলাবিষয়ক কর্মকর্তা-২০১৬)
 

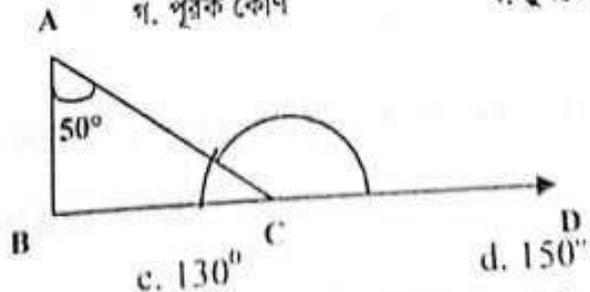
ক. ৬	খ. ৯	গ. ১২	ঘ. ১৮
------	------	-------	-------
৮. দুটি ত্রিভুজের মধ্যে কোন উপাদানগুলো সমান হওয়া সত্ত্বেও ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নাও হতে পারে? (সাধারণ বীমা কর্পোরেশন-১৬)
 

ক. দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ	খ. দুই কোণ ও এক বাহু
গ. তিন কোণ	ঘ. তিন বাহু
৯. একটি ত্রিভুজের ভূমি ১২ সেন্টিমিটার, উচ্চতা ৪ সেন্টিমিটার, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (চতুর্থ বিজ্ঞেয় (সহকারী জজ) ০৯)
 

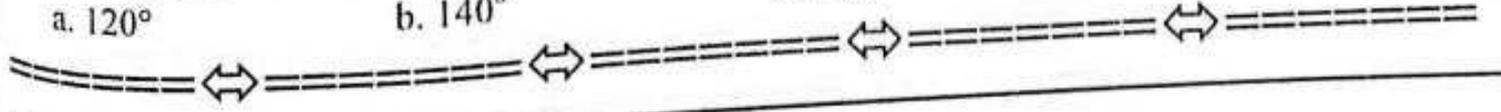
ক. ২৪	খ. ২৮	গ. ৩৪	ঘ. ২৫
-------	-------	-------	-------
১০. ত্রিভুজ ABC-এর  $BC = CA = AB = 5$  সেন্টিমিটার (সমবাহু ত্রিভুজ)। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?
 

ক. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$	খ. $\frac{25\sqrt{3}}{6}$	গ. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$	ঘ. $\frac{25\sqrt{3}}{7}$
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------
১১. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন কোণ দুটির প্রত্যেকটি [দুর্নীতি দমন ব্যুরোর সহকারী উপ-পরিদর্শক ২০০৪]
 

ক. সরল কোণ	খ. সূক্ষ্মকোণ	গ. পূরক কোণ	ঘ. মূলকোণ
------------	---------------	-------------	-----------



১২. চিত্রে  $\angle ACD =$  কত ডিগ্রি?
- |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a. $120^\circ$ | b. $140^\circ$ | c. $130^\circ$ | d. $150^\circ$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|



## উত্তরমালা:

১.	খ	২.	ঘ	৩.	d	৪.	ক	৫.	গ
৬.	b	৭.	ক	৮.	গ	৯.	ক	১০.	ক
১১	খ	১২	b						

## লিখিত প্রশ্ন

১. LMNOP একটি সুঘম পঞ্চভুজ। LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, LN = LO. [৩২তম বিসিএস, লিখিত]

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : প্রশ্নে প্রদত্ত শর্ত।

বিশেষ নির্বচন : LMNOP একটি সুঘম পঞ্চভুজ যার দুটি কর্ণ LN ও LO

প্রমাণ করতে হবে যে, LN = LO

প্রমাণ : আমরা জানি, পঞ্চভুজের প্রতি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণও সমান।

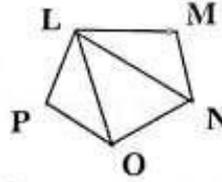
এখন,  $\triangle LMN$  ও  $\triangle LPO$  এর মধ্যে,

LM = LP, MN = PO এবং

$\angle LMN = \angle LPO =$  অন্তর্ভুক্ত কোণ

$\therefore \triangle LMN \cong \triangle LPO$

$\therefore LN = LO$  (প্রমাণিত)



১. একটি সমবাহু ত্রিভুজের সবগুলো বাহু ১৬% বৃদ্ধি পাওয়াতে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে? [সমাজসেবা অধিদপ্তর (অফিস সহকারী কাম কম্পিউটার টাইপিষ্ট) - ২০১৮- (লিখিত)]

সমাধান:

ধরি,

সমবাহু ত্রিভুজের ১ বাহু = ১০০

$$\text{সুতরাং ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4}(100)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10000 = 2500\sqrt{3}$$

১৬% বৃদ্ধি পাওয়ার পর সমবাহু ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য =  $100 + 16 = 116$

$$\text{নতুন ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4}(116)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 13456 = 3364\sqrt{3}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পেল} = 3364\sqrt{3} - 2500\sqrt{3} = 864\sqrt{3}$$

$$\text{শতকরা বৃদ্ধির হার} = \frac{864\sqrt{3} \times 100}{2500\sqrt{3}} = \frac{864}{25} = 34.56\%$$

উত্তর: ৩৪.৫৬%

□নিজে করুন:

২.  $\triangle ABC$  এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয়ে যে বহিঃ কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O

বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে,  $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$  [৩২তম বিসিএস, লিখিত]



## দ্রুত জ্যামিতির প্রশ্ন সমাধান করতে পারার জন্য কিছু টিপস

জ্যামিতির বিভিন্ন অধ্যায় থেকে নিম্নোক্ত বিষয়গুলোর উপরই খুবিয়ে ফিবিয়ে বার বার বিভিন্ন প্রশ্ন আসে। কিন্তু পরীক্ষার সময় যদি আপনি এদের সূত্র ভাবতে থাকেনা অথবা একটার সাথে আনেকটা গুলিয়ে ফেলেন তাহলে প্রশ্নের উত্তর প্রদানে সময় নষ্ট হবেই। তাই নিম্নোক্ত বিষয়গুলো সবার কাছে যেন পড়ির মত সহজ মনে হয়, সেভাবে আলোচনা করা হল।

যাটা কলম ছাড়াই মুখে মুখে জ্যামিতি ও পরিমিতির অঙ্কগুলো করতে চাইলে নিচের টিপসগুলো অনুসরণ করুন।  
 ক. সহজ সূত্রগুলো খুব ভালোভাবে বস্ত রাখুন। যেমন, পরিসীমা, ক্ষেত্রফল, ভূমি ...  
 খ. যে কোন চিত্রের নাম শোনার সাথে সাথেই চিত্রটি কেমন হবে তা সঙ্কল্পনা করতে পারা।  
 ( বেশি বেশি প্রাকটিস করলে এমনিতেই হয়ে যাবে। )  
 গ. সমকোণী ত্রিভুজের প্রয়োজনীয় কিছু আনুপাতিক মান মুখস্থ করুন। কেননা জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি, মানসিক দক্ষতা সহ বিভিন্ন অংশে এই মানগুলো জানা থাকলে খুব কম সময়ে অনেক প্রশ্নের উত্তর প্রদান করা সম্ভব হবে।

### □ বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ টার্ম:

□ ক্ষেত্রফল: একটি স্থানে মোট কতটুকু জমি আছে অথবা একটি বস্তু কোন স্থানে রাখা হলে তা মোট কতটুকু স্থান দখল করে থাকে তার পরিমাপকেই ক্ষেত্রফল বা আয়তন বলা হয়।

### □ বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র:

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল:  $\frac{1}{2} \times \text{বাহু} \times \text{ভূমি}$

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: বাহু  $\times$  বাহু অর্থাৎ বাহু<sup>২</sup> বা  $a^2$ ।

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: দৈর্ঘ্য  $\times$  প্রস্থ অর্থাৎ  $a \times b = ab$ ।

বৃত্তের ক্ষেত্রফল:  $\pi r^2$  যেখানে  $r =$  বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

### □ পরিসীমা:

পরিসীমা হল যে কোণ ক্ষেত্রের সীমানার যোগফল। যেমন একটি ঘর ২০ হাত লম্বা এবং ১০ হাত চওড়া, তাহলে ঐ ঘরটির পরিসীমা হবে  $২০+২০ + ১০+১০ = ৬০$ । অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের দুবারের যোগফলই হল পরিসীমা। আর এই বিষয়টিই সূত্রাকারে লিখলে হবে  $= ২(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$

□ বাস্তব উদাহরণ: ধরুন, এক খন্ড জমির উপর একটি ঘর নির্মাণ করা হল। যার দৈর্ঘ্য ২০ এবং প্রস্থ ১০ হাত। তাহলে ঐ ঘরটির চারপাশে যে দেয়াল দেয়া হয়েছে তার মোট পরিমাপ হবে  $২০+২০$  (দুপাশের দৈর্ঘ্য)  $+ ১০+১০$  (দুপাশের প্রস্থ)  $= ৪০+২০ = ৬০$ মি.  
 আবার যদি বলা হয় ঘরটির ক্ষেত্রফল কত? তাহলে উত্তর হবে দৈর্ঘ্য  $\times$  প্রস্থ  $= ২০ \times ১০ = ২০০$  বর্গ মিটার। অর্থাৎ ঘরটি তৈরী করতে মোট ৩০০ বর্গমিটার জমির প্রয়োজন হয়েছে।

তাহলে সীমানার যোগফলই পরিসীমা, এবং আয়তন হচ্ছে ক্ষেত্রফল আবার ক্ষেত্রফলের উত্তরটির সবসময় পরিসীমার থেকে বড় হয়।

(আলোচিত বিষয়গুলো খুব কঠিন কিছু না, কিন্তু এগুলো খুব ভালোভাবে জানা থাকলে এবং সূত্রের পাশাপাশি বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে পড়লে খুব দ্রুত যে কোন প্রশ্নের উত্তর প্রদান করা সম্ভব হবে। )