

বিন্যাস (Permutation)

এই অধ্যায়ে আমরা শিখবো:

পদ্ধতি-০১:	সাধারণ বিন্যাস
পদ্ধতি-০২:	পূর্ণরাবৃত্তি না করার বিন্যাস
পদ্ধতি-০৩:	পূর্ণরাবৃত্তির বিন্যাস
পদ্ধতি-০৪:	বিভিন্ন সংখ্যার বিন্যাস
পদ্ধতি-০৫:	বিন্যাসের বিবিধ

□ প্রাথমিক আলোচনা:

যে কোন ধরনের এলোমেলো কোন কিছুকে সুন্দরভাবে সাজানোর পদ্ধতিকে বিন্যাস বলে। বিন্যাসের সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার হচ্ছে নির্দিষ্ট কয়েকটি সংখ্যা বা ডিজিট ব্যবহার করে অসংখ্য নতুন নতুন নম্বর তৈরী করা। এখানে খুব সহজভাবে বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে এই অধ্যায়টি এমনভাবে আলোচনা করা হয়েছে, যে কেউ শেষ পর্যন্ত বুঝে বুঝে পড়লে আশা করি নিজে থেকেই বিন্যাস সংক্রান্ত সব প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবেন। পূর্ণ মনযোগ দিয়ে সম্পূর্ণ অধ্যায়টি পড়ার চেষ্টা করুন।

□ (Permutation) কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে বিন্যাস করা বা সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

উদাহরণ: মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায়।

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

সুতরাং উপরোক্ত উদাহরণ থেকে বুঝা যায় সবকটি ঘটনাই এক একটি বিন্যাস বা সাজানোর ব্যবস্থা তাহলে মোট সাজানোর ব্যবস্থা হলো ৬ টি।

উদাহরণ: মনে করি A, B, C তিনটি বর্ণ। একসাথে দুইটি বর্ণ করে নিয়ে সাজানো যায়। AB, BA, AC, CA, BC, CB।

□ বাস্তবে প্রয়োগ:

ছাত্র-ছাত্রীদের রোল নম্বর, গাড়ীর লাইসেন্স, মোবাইল নম্বর, ভোটার আইডি কার্ডের নম্বর ০ থেকে ৯ পর্যন্ত ১০ টি ডিজিট নিয়েই কোটি কোটি সংখ্যা বানানো হয়, যার একটি সাথে অন্য কোনটির মিল নেই। এগুলো সবগুলোই বিন্যাসের নিয়ম অনুসারে তৈরী করা হয়।

□ বিন্যাসের সূত্র:

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যবস্থা বের করার সূত্র হলো:

$$\text{Formula of Permutation } {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{Here } n \geq r$$

◆ n কি? r কি? $n =$ মোট উপাদান
 $r =$ মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

□ সূত্রের ব্যাখ্যা: এখানে $n!$ অর্থ হলো n এর সাথে তার নিচের সকল ক্রমিক সংখ্যার গুণফল। যেমন:

ধরি n এর মান 5 এবং r এর মান 2। তাহলে মানগুলো বসিয়ে সূত্রটি নিম্নোক্ত নিয়মে ব্যবহার করতে হবে,

$$P_3 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

অথবা $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} =$ এখন উপরের ও নিচের 3! কে কেটে দিলে শুধু 5×4 থাকে =20

বিঃদ্র: একেত্রে মনে রাখতে হবে ঘটনাগুলি পুনরাবৃত্তি হবে না।

Factorial কী ও কেন?

Factorial (!) হচ্ছে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণন বিধি যা 1 করে কমে ক্রমান্বয়ে গুণ হতে 1 পর্যন্ত হবে। যেমন, 2! = 2×1, 3! = 3×2×1, 8! = 8×7×6×5×4×3×2×1 এবং 5! = (5×4×3×2×1) = 120। ইত্যাদি।

অবশ্যই মনে রাখুন: 0! = 1 (কারণ বড় সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালকে ঐ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে তার আগের সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়াল আসে। যেমন: 6! = 720 তাই 720÷6 = 120 হলো 5! এর মান। তাই 1! = 1 এর 1 কে 1 দিয়ে ভাগ করলে আবার 1 ই হয় যা 1 এর পূর্ববর্তী সংখ্যা 0! এর মান। সুতরাং 0! = 1 লিখা হয়।)

এখানে 1 করে কমে যায় কেন?

ধরুন, আপনার হাতে তিনটি হ্যান্ডার আছে। যেখানে আপনি তিনটি জিন্স শার্ট সাজিয়ে রাখবেন।

=> প্রথম হ্যান্ডারটিতে তিনটি শার্টের যে কোন একটি ঝোলানো যাবে 3 ভাবে, অর্থাৎ এখানে অপশন আছে 3টি।

=> দ্বিতীয় হ্যান্ডারটিতে অবশিষ্ট দুটি শার্টের মধ্য থেকে একটিকে ঝোলানোর অপশন আছে দুটি অর্থাৎ দুভাবে। (কারণ আগে একটি চলে গেছে)

=> সর্বশেষ হ্যান্ডারটিতে মাত্র একটি শার্ট একভাবেই ঝোলানোর উপায় আছে।

অর্থাৎ একটি করে নেয়ার পর একটি করে অপশন কমেতে থাকে বলে এই নিয়মটি লিখতে হয় 3×2×1 = 6 ভাবে। হাতে ফ্যাক্টোরিয়াল আকারে লিখলে লিখতে হবে 3!।

বিভিন্ন পদ্ধতির বিন্যাসের প্রশ্ন

পদ্ধতি-১: সাধারণ বিন্যাস

কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বিন্যাসের সূত্র ছাড়াই মুখে মুখে করা যায়। যেমন:

১. শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে যাওয়ার তিনটি জিন্স রাস্তা আছে, আবার ফার্মগেট থেকে বনানীর ৪টি জিন্স রাস্তা আছে। শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাবার কয়টি জিন্স রাস্তা আছে? [SBL (PO) - 2013]

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৪ উত্তর: খ

সমাধান:

ধরুন, শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে যাওয়ার রাস্তা ৩টির নাম হলো, ক, খ ও গ। আবার ফার্মগেট থেকে বনানী যাওয়ার রাস্তা চারটির নাম হলো ১, ২, ৩ এবং ৪। তাহলে যদি কেউ শুধু ক রাস্তা দিয়ে শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে আসার পর ১, ২, ৩, এবং ৪ নং রুটের যে কোন এক পথে যায় তাহলে ক রাস্তার রুট গুলো হবে, ক১, ক২, ক৩ এবং ক৪। এভাবে খ দিয়েও ৪টি এবং গ দিয়েও ৪টি হবে। তাহলে শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাওয়ার মোট রাস্তা হবে 3×4 = 12টি।

২. ঢাকা হতে বরিশাল যাবার পথ ৩টি এবং বরিশাল হতে খুলনা যাবার পথ ৫টি হলে, কত উপায়ে ঢাকা হতে বরিশাল হয়ে খুলনায় যাওয়া যাবে?

ক. ১০ খ. ১২ গ. ১৩ ঘ. ১৫ উত্তর: ঘ

প্রব্যাখ্যা: ঢাকা হতে খুলনায় যেতে পারবে = 3 × 5 = 15

৩. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক কক্ষে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন?

ক.৩

খ.৬

গ.৯

ঘ.১২

উত্তর: গ

☞ ব্যাখ্যা:

যেহেতু তিনটি দিয়ে ঢুকবে তাহলে ঐ তিনটির ভিন্ন ভিন্নটি দিয়ে বের হতে পারবে এবং ঢোকার সময় ও ভিন্ন ভিন্ন দরজা দিয়ে ঢুকবে। তাই মোট $৩ \times ৩ = ৯$ ভাবে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন।

৪. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক এক দরজা দিয়ে ঢুকে অন্য দরজা দিয়ে বের হতে পারেন?

ক.৬

খ.৮

গ.৭

ঘ.৫

উত্তর: ক

☞ ব্যাখ্যা:

এখানে যেহেতু অন্য দরজা দিয়ে বের হওয়ার কথা বলা হয়েছে তাই যে দরজা দিয়ে ঢুকবে সে দরজা দিয়ে বের হওয়া যাবে না অর্থাৎ ঢোকার সময় ৩টির যে কোনটি দিয়ে ঢোকা গেলেও বের হওয়ার সময় একটি অপশন কমে ২টি হয়ে যাবে। তাই উত্তরটি হবে $৩ \times ২ = ৬$ টি।

৫. How many combinations are possible if a person has 4 sports jackets, 5 shirts and 3 pair of socks? [EMBA. DU. 10]

a.4

b.5

c.12

d.60

Ans: d

[Help: $4 \times 5 \times 3 = 60$]

পদ্ধতি-০২: পুণরাবৃত্তি না করার বিন্যাস

যদি একটি উপাদানকে একের অধিকবার ব্যবহার করা না যায় তাহলে নিম্নোক্ত কয়েকটি নিয়মে বিন্যাস করতে হয়:

☐(A) যখন সব উপাদান ভিন্ন:

যখন সব উপাদান ভিন্ন তখন Permutation, দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। ১. এর উপাদান সংখ্যা ও ২. কতটি উপাদান নিতে হবে। এক্ষেত্রে উপাদান সংখ্যা n (মোট উপাদানকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়) এবং r সংখ্যক উপাদান নিতে হলে, বিন্যাস সংখ্যা ${}^n P_r$ যা ব্যাখ্যা করে দাঁড়ায় n , $!$ করে কমে r ধাপ পর্যন্ত।

$$\text{Formula of Permutation } {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{Here } n \geq r$$

♦ n কি? r কি? n = মোট উপাদান
 r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

৬. ১, ২, ৩, ৪, এ চারটি সংখ্যা থেকে ৪ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব?

☞ সমাধান: এক্ষেত্রে যেহেতু সংখ্যা ৪ অংকের (৪ উপাদান নিতে হবে বলে) সেহেতু এদের ধাপে ধাপে ৪ ধাপ পর্যন্ত সাজাতে হবে। এখানে যা হবে, ${}^4 P_4 = ৪!$ বা $৪ \times ৩ \times ২ \times ১$

কিন্তু যদি বলে ২ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব? তখন পর পর বা ধাপে দুটি option নিতে হবে যা হবে ${}^4 P_2$ অথবা $= ৪ \times ৩$, অতএব এটি দু'ধাপ পর্যন্ত। কারণ প্রথমে (দশক স্থানে) ৪টি অঙ্ক নেয়ার পর একক স্থানে প্রতিটি সংখ্যার জন্য ৩টি করে option থাকবে।

বিঃদ্র: এখানে কোন উপাদান একাধিকবার নেই তাই এই সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে।

৭. A, B, C প্রতিবারে তিনটি করে বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

ক.৩

খ.৬

গ.৯

ঘ.১২

উত্তর: খ

☞ সমাধান: মোট বর্ণ $n = 3$ তিনটি বর্ণ একসাথে নিতে হবে যেমন: $n = 3$ এখানে $r = 3$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6 \text{ সরাসরি: } 3! = 6$$

৮. A, B, C প্রতিবারে দুইটি বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর। [পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে]

সমাধান: এখানে মোট বর্ণ $n = 3$ আবার দু'টি করে বর্ণ একসাথে নিতে হবে। তাই $r = 2$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} \quad [3! = 3 \times 2 \times 1 = 6]$$

□ **Effective Shortcut:** এরকম বিন্যাসের প্রশ্নগুলোতে যদি কখনো n এর মান এবং r এর মান সমান সমান হয় অথবা n এর মানের থেকে r এর মান ১ কম হয় তাহলে নিচে কোন কিছু না লিখে সরাসরি উপরে $n!$ লিখে হিসেব করা যায়। কেননা নিচে $0!$ অথবা $1! = 1$ হয় এবং নিচে 1 আসলে উপরের উত্তরটিই উত্তর হবে। যেমন:

৯. Table, শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়? (এভাবে বললে কোন শর্ত না থাকলে বুঝতে হবে সবগুলো বর্ণ নিতে হবে)

ক. ১০০ খ. ১১০ গ. ১২০ ঘ. ১২৫ উত্তর: গ

সমাধান: সরাসরি $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (কারণ সূত্র প্রয়োগ করে কাটাকাটি করে 5! ই থাকবে)

১০. A, B, C, D চারটি বর্ণ। বর্ণ চারটি হতে পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে তিনটি করে বর্ণ নিয়ে সাজানোর ব্যবস্থা নির্ণয় কর।

ক. ১২ খ. ১৬ গ. ১৮ ঘ. ২৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: মোট বর্ণ $n = 4$ প্রতিবারে নিতে হবে 3 টি বর্ণ $r = 3$ (এখানে কতটি বর্ণ নিতে হবে তা বলে দেয়া আছে)

$$\text{মোট সাজানোর ব্যবস্থা } {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24 \text{ অথবা সরাসরি } 4! = 24$$

১১. DAUGHTER শব্দটি দিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করে যায় তা নির্ণয় করুন:

ক. ৪০৩২০ খ. ৪০৩২৫ গ. ৪০৩৩০ ঘ. ৪০৩২০৬ উত্তর: ক

সমাধান:

মোট বর্ণ $n = 8$, নিতে হবে সবকটি $r = 8$ [কারণ এখানে বলা হয়নি কতটি বর্ণ নিতে হবে]

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{8!}{(8-8)!} = \frac{8!}{0!} = \frac{8!}{1} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320 \text{ সংক্ষেপে } 8! = 40320$$

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টোরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখলে খুব দ্রুত হিসেব করা সম্ভব হবে।

$$0! = 1, \quad 1! = 1, \quad 2! = 2, \quad 3! = 6, \quad 4! = 24, \quad 5! = 120, \quad 6! = 720, \quad 7! = 5040$$

১২. 2, 3, 4, 5, 6, 7, ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকের সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।

সমাধান:

মোট সংখ্যা $n = 7$, নিতে হবে 4 টি করে অর্থাৎ $r = 4$

মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840 \text{ (Ans):}$$

□ নিজে করুন:

১৩. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে ORANGE থেকে কতগুলি ৫ অঙ্কের শব্দ গঠন করা যায়? [${}^6 P_5$ অথবা $6!$]

ক. 730 খ. 760 গ. 780 ঘ. 720 উত্তর: ঘ

১৪. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে Versity শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? [7! = 5040]
 ক. 5030 খ. 5060 গ. 5080 ঘ. 5040 উত্তর: ঘ
১৫. ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?
 ক. ৩৭০ খ. ৩৬০ গ. ৩৬৫ ঘ. ৩৬৪ উত্তর: ঘ

সমাধান: সাধারণ নিয়মের মতই ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2!} = 360$

□(B) যখন কয়েকটি উপাদান একই হয়:

একই উপাদান একাধিকবার আসলে যেমন: DHAKA শব্দের বিন্যাস আগের নিয়মে হবে না, কারণ এখানে দুটি A আছে।
 এরকম বিন্যাসের ক্ষেত্রে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়।

যখন কোন উপাদান রিপিট হয় অর্থাৎ কয়েক বার আসে তখন এই সূত্র প্রয়োগ করতে হয়।

$$\text{Repetition Formula: } \frac{n!}{p! \times q! \times r!}$$

(এখানে n হলো মোট উপাদান সংখ্যা, আর p, q, r, হলো একাধিকবার ব্যবহৃত উপাদান সংখ্যা)

□ কিছু উদাহরণ দেখে আরো ক্রিয়ার হওয়া যাবে। নিচের শব্দগুলোর বিন্যাস সংখ্যা বের করুন।

- 1) DHAKA 2) CANADA 3) MISSISSIPPI

মনে রাখবেন, এই সূত্র তখনই ব্যবহার করবেন যখন কোন সংখ্যা বা অঙ্কের একের অধিকবার অবস্থান করবে।

সমাধান:

- 1) DHAKA শব্দটিতে মোট 5 টি বর্ণ আছে যার মধ্যে A আছে 2 টি এবং বাকীগুলো স্বতন্ত্র

$$\text{নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{120}{2} = 60$$

[যদি ছোট সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালগুলোর মান মুখস্থ থাকে তাহলে সরাসরি উত্তর বের করা যাবে মুখে মুখে। উপরে দেয়া হয়েছে।]

- 2) CANADA শব্দটিতে মোট অঙ্ক আছে 6 টি এর মধ্যে A আছে 3 টি

$$\text{সুতরাং নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

- 3) MISSISSIPPI শব্দটিতে মোট অঙ্ক আছে 11 টি, এর মধ্যে S আছে 8 টি, I আছে 8 টি P আছে 2 টি,

$$\text{সুতরাং নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা} = \frac{11!}{4! \times 4! \times 2!} = \frac{39916800}{24 \times 24 \times 2} = 34650 \quad [p, q, r, \text{ এর ব্যবহার এভাবে হয়।}]$$

১৬. In how many ways can the letters of the word "LEADER" be arranged? [R.B.L. Off. 13]

a. 72 b. 144 c. 360 d. 720 Ans. c

সমাধান: LEADER এ ৬টি বর্ণ আছে, এর মধ্যে ২টি E \therefore সাজানোর উপায় $\frac{6!}{2!} = 360$

১৭. FREEDOM শব্দটির সবগুলোর বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারের সাজানো যায়? [করা অধিকার - ২০১৩]

ক. $\frac{7!}{2!}$ খ. $\frac{7!}{5!}$ গ. $\frac{5!}{2!}$ ঘ. $\frac{7!}{2!5!}$ Ans. ক

২৩. সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে Committee শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়?

$$[\text{Help: } \frac{9!}{2!2!2!} = 45360]$$

ক. 45360

খ. 45365

গ. 45965

ঘ. 2562

উত্তর: ক

২৪. In how many ways can the letters of the word "APPLE" be arranged? [P.A.S.F.-14]

a. 720

b. 120

c. 60

d. 180

Ans. c

[Help: মুখে মুখে করুন ১২০ কে ২ দিয়ে ভাগ করতে হবে, কেন ভাগ? উপরে দেখুন।]

□ (C) নির্দিষ্ট কোন উপাদান নির্দিষ্ট স্থানে অথবা পাশাপাশি রাখতে বললে:

২৫. Apu শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে Vowel থাকে?

ক. ৪

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ৮

উত্তর: ক

সর্বমোট বিন্যাস
সর্বমোট উপাদান = একটি উপাদান দিয়ে বিন্যাস।

সমাধান:

এখানে Apu শব্দটিতে মোট তিনটি বর্ণ আছে। আবার কোনটিই দুবার নেই। তাই এদের বিন্যাস সংখ্যা হবে। $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ টি। এখন বাস্তবে ভাবুন। তিনটি অক্ষর দিয়ে যদি মোট ৬টি বিন্যাস করা যায়। তাহলে প্রতি ১ টি দিয়ে $6 \div 3 = 2$ টি করে বিন্যাস সাজানো যায়। আবার Apu শব্দটিতে যেহেতু দুটি স্বরবর্ণ যথা: A ও U দিয়ে মোট বিন্যাস হবে $2 \times 2 = 4$ টি। যেমন: Apu, Aup, upa, uap তাই উত্তর: ৪। কিন্তু এই প্রশ্নটিতেই যদি বলা হত প্রথমে Vowel থাকবে না এরকম বিন্যাস সংখ্যা কয়টি হবে? তখন উত্তর হত ২টি যে দুটি P দিয়ে শুরু হয়। যেমন: pau, pua.

□ নিজে করুন:

২৬. Cap শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?

ক. ৪

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ২ [৬÷৩=২] উত্তর: ঘ

২৭. Nokia শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যাদের শুরুতে Consonant থাকে? (উল্টো)

ক. ৪৮

খ. ২৬

গ. ২৭

ঘ. ২৮ উত্তর: ক

সমাধান:

Nokia শব্দটিতে মোট ৫টি বর্ণ আছে তাই $5! = 120$ ভাবে সাজানো যায়। তাহলে ৫ অক্ষরের প্রতিটি দিয়ে সাজানো যাবে $120 \div 5 = 24$ টি করে। এখন Nokia শব্দটিতে যেহেতু দুটি Consonant আছে, তাই Consonant দিয়ে শুরু হবে মোট $24 \times 2 = 48$ টি বিন্যাস। উত্তর: ৪৮টি।

(বড় বড় বিন্যাস আসলেও নিয়ম একই)

□ নিজে করুন:

২৮. Courage শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? [৩৬ তম লিখিত]

৪ দিয়ে গুণ]

[Help: মোট বিন্যাস বের করে ৭ দিয়ে ভাগ দিয়ে

ক) ১৭২০

খ) ২৮৮০

গ) ৩৬৪০

ঘ) কোনটিই নয়

দ্রুত ফ্যাক্টোরিয়াল এর কাটাকাটি করার জন্য নিচের উদাহরণ দেখুন।

$$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} < \text{এভাবে না লিখে এভাবে লিখুন} > \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

নিচের 3! কে না ভেঙ্গে রেখে দিন। এবং উপরের 6! কে 3! পর্যন্ত ভাঙুন। এখন নিচের 3! এবং উপরের 3! কেটে দিয়ে অবশিষ্টগুলো গুণ করুন। সময় বাঁচবে। = 120 ই আসবে।

$$\frac{8!}{7!} = \frac{8 \times 7!}{7!} = 8 \text{ আবার সংখ্যা আসলে সংখ্যা মেলাতে হবে যেমন: } \frac{8!}{8} = \frac{8 \times 7!}{8} = 7!$$

[কারণ শুরুতে যেমন: A এবং শেষে d আসতে পারে ঠিক তেমনি শেষে A এবং শুরুতে d দেয়া যায়। অর্থাৎ তাদের নিজেদের মধ্যে দুভাবে বিন্যাস হবে।

∴ সর্বমোট সাজানো সংখ্যা = $1260 \times 2 = 2520$ উত্তর: ২৫২০

৩৩. PERMUTATION শব্দটি Vowel গুলোর অবস্থান পরিবর্তন না করে কত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়?

(ক) 360

(খ) 359

(গ) 355

(ঘ) 361

উত্তর: খ

সমাধান:

অবস্থান পরিবর্তন করা যাবে না বলতে বোঝায় Vowel গুলো যে জায়গায় আছে সেই জায়গাতেই রেখে দিতে হবে। তাহলে Vowel গুলো সূত্রের বাইরে রাখলে তাদের অবস্থান পরিবর্তন হবে না।

P	E	R	M	U	T	A	T	I	O	N
1	E	2	3	U	4	A	5	I	O	6

এখন শব্দটিতে Vowel = 5টি, Consonant = 6টি। ৬টির বিন্যাস করতে হবে কিন্তু এদের মধ্যে T আছে ২ বার

∴ $\frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে গঠন করা যেতে পারে।

কিন্তু PERMUTATION শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা। (কেননা ঐ ৩৬০টি বিন্যাসের মধ্যে Vowel গুলো অবস্থান স্থির রেখে যতগুলো বিন্যাস হয় তার মধ্যে এই PERMUTATION শব্দটিও একটি। যেহেতু প্রশ্নে পুনরায় সাজানোর সংখ্যা জানতে চাওয়া হয়েছে তাই একে নেয়া যাবে না।)

∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $(360 - 1) = 359$

৩৪. Article শব্দটিকে

(i) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র বিজোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?

উত্তর: ৫৭৬

(ii) স্বরবর্ণগুলোকে কেবলমাত্র জোড় স্থানে রেখে মোট বিন্যাস কত?

উত্তর: ১৪৪

সমাধান:

(i) Article শব্দটিতে মোট 7 টি অক্ষর আছে যার মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ। 7 টি অবস্থানের 4টি অবস্থান বিজোড়, প্রতিবারে তাদের 3টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূর্ণ করা যায় 4P_3 উপায়ে অর্থাৎ বিজোড় স্থান 8টি হলেও স্বরবর্ণ আছে ৩টি। তাই একটি বিজোড় স্থান ফাঁকা থাকবে, এখন অবশিষ্ট 1টি বিজোড় স্থান এবং 3টি জোড় স্থান = 4টি জোড় স্থানে 4টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায় 4P_4 উপায়ে।

∴ স্বরবর্ণগুলোকে শুধু বিজোড় স্থানে রেখে যতগুলো বিন্যাস গঠন করা যায় তার সংখ্যা
 $= {}^4P_3 \times {}^4P_4 = 4! \times 4! = 4.3.2 \times 4.3.2.1 = 24 \times 24 = 576$

(ii) জোড় স্থান = ৩টি এবং স্বরবর্ণ ৩টি। তাই ৩টি স্বরবর্ণকে ৩টি জোড় স্থানে রাখা যায় 3P_3 ভাবে, অবশিষ্ট ৪টি স্থানে ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণ রাখা যায় 4P_4 ভাবে। তাহলে এক্ষেত্রে মোট বিন্যাস $= {}^3P_3 \times {}^4P_4 = 3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$

1	2	3	4	5	6	7	Vowel বিজোড় স্থানে রেখে	${}^4P_3 \times {}^4P_4 = 576$
A	r	t	i	c	l	e	Vowel জোড় স্থানে রেখে	${}^3P_3 \times {}^4P_4 = 144$

৩৫. Cambridge শব্দটির বর্ণগুলো থেকে ৫টি বর্ণ নিয়ে শব্দ গঠন করলে কতগুলোতে প্রদত্ত শব্দটির সবগুলো স্বরবর্ণ থাকবে?

(ক) ১২০০

(খ) ১৪০০

(গ) ১৬০০

(ঘ) ১৮০০

উত্তর: (ঘ)

সমাধান:

Cambridge শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে ৯টি যেখানে স্বরবর্ণ ৩টি (a,i,e) এবং ব্যঞ্জনবর্ণ = ৬টি (c,m,b,r,d,g)

সুতরাং ৫ টি স্থানের মধ্যে ৩ টি স্থান স্বরবর্ণ দ্বারা পূরণ করার উপায় = ${}^5P_3 = 60$ ভাবে।

অবশিষ্ট ৬ টি বর্ণ দ্বারা ২ টি স্থান পূরণ করা যায় = ${}^6P_2 = 30$ ভাবে।

∴ ৫টি বর্ণ নিয়ে গঠন করা শব্দগুলোর মধ্যে Cambridge শব্দের সবগুলো স্বরবর্ণ (a,i,e) থাকবে এরূপ শব্দের সংখ্যা = $60 \times 30 = 1800$

৩৫. 'SECOND' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে ১টি স্বরবর্ণ ও ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যেতে পারে, যাতে স্বরবর্ণ সর্বদা মধ্যম স্থান দখল করবে?

সমাধান:

'SECOND' শব্দটি ২টি স্বরবর্ণ এবং ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে গঠিত। নতুন যে শব্দ গুলো গঠিত হবে তার মধ্যে ১ টি স্বরবর্ণ এবং ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকতে হবে। যেহেতু স্বরবর্ণটি মধ্যস্থানে থাকতে হবে, সুতরাং ২টি স্বরবর্ণ হতে তা ${}^2P_1 = 2! = 2$ ভাবে নেয়া যেতে পারে। পুনরায় ৪টি ব্যঞ্জনবর্ণ হতে ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ ${}^4P_2 = 4.3 = 12$ ভাবে নেয়া যেতে পারে।

∴ নির্ণেয় গঠিত সংখ্যা = $2 \times 12 = 24$

৩৬. 'EQUATION' শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে চার অক্ষরবিশিষ্ট বিভিন্ন শব্দ গঠন করা হলো; এদের কতগুলিতে q বর্তমান থাকবে কিন্তু n থাকবে না?

সমাধান:

'EQUATION' শব্দটিতে ৪টি বিভিন্ন বর্ণ রয়েছে। আমাদেরকে ৪টি বিভিন্ন বর্ণের শব্দ এমনভাবে তৈরি করতে হবে যেন গঠিত শব্দগুলোতে একটি নির্দিষ্ট বর্ণ (অর্থাৎ N) থাকবে না। সুতরাং আমাদের ব্যবহার্য বিভিন্ন বর্ণের মোট সংখ্যা $(8-1) = 7$ টি করা যায়। অপর দিকে আর একটি নির্দিষ্ট বর্ণ (অর্থাৎ Q) প্রতিটি বিন্যাসেই রাখতে হবে।

এখন ৪টি স্থানের মধ্যে একটি স্থানে একটি নির্দিষ্ট বর্ণ দ্বারা 4P_1 উপায়ে পূর্ণ করা যায়। অবশিষ্ট ৩টি স্থান $(7-1) = 6$ টি বর্ণ দ্বারা 6P_3 উপায়ে পূর্ণ করা যায়।

∴ নির্ণেয় সাজানোর সংখ্যা = ${}^4P_1 \times {}^6P_3 = 4 \times 6 \times 5 \times 4 = 480$

৩৭. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে? (গণনা শিক্ষা অফি: ৯৯)

ক. ১৩০

খ. ১৩৫

গ. ১৪০

ঘ. ১৪৫

উত্তর: খ

সমাধান:

যেহেতু AMERICA শব্দটিতে ৭ টি বর্ণ রয়েছে, যার মধ্যে A দুইটি।

একটি A বাদ দিয়ে ৬টি ভিন্ন বর্ণ থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = ${}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

আবার, দুইটি A কে ভিন্ন ভিন্ন পাঁচটি বর্ণের প্রতিটির সাথে নিলে ৩ বর্ণ শব্দ সংখ্যা = ${}^5P_1 \times \frac{3!}{2!} = 5 \times 3 = 15$

মোট শব্দ সংখ্যা = $120 + 15 = 135$

উত্তর: 135

□ পাশাপাশি রেখে বিন্যাস:

যখন কয়েকটি বর্ণ অথবা বস্তুকে একসাথে পাশাপাশি রাখতে বলা হয় তখন বিন্যাস করার জন্য নিচের স্টেপগুলো অনুসরণ করতে হবে।

- প্রথম কাজ: একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোকে ১টি ধরে সবগুলো বর্ণের বিন্যাস বের করতে হবে।
- দ্বিতীয় কাজ: ঐ একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোর মধ্যেই আবার বিন্যাস বের করতে হবে।
- শেষ কাজ: প্রথম দুটি কাজ থেকে প্রাপ্ত বিন্যাসের ফলাফল দুটি গুণ করতে হবে।

৩৯. Vowel গুলি একসাথে রেখে ACCLAIM শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?

a. 720

b. 120

c. 60

d. 180 উত্তর: d

✍️ Solution:

✓ প্রথম কাজ : Vowel গুলিকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা অর্থাৎ CCLM (AAI) = (4+1)! = 5! কিন্তু দুটি C থাকায়

নিচে ভাগ করতে হবে 2! দিয়ে অর্থাৎ $\frac{5!}{2!} = 60$

✓ দ্বিতীয় কাজ: (AAI) Vowel গুলির মধ্যেই বিন্যাস করা এখানে Vowel আছে তিনটি কিন্তু তাদের মধ্যে A আছে দুটি

তাই Vowel গুলির মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা হবে $\frac{3!}{2!} = 3$

✓ তৃতীয় এবং শেষ কাজ: দুই বিন্যাসের গুণফল বের করতে হবে। অর্থাৎ $60 \times 3 = 180$ । উত্তর: 180।

৪০. SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণ গুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভব যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা নির্ণয় কর।

ক. ১৪০

খ. ১৭৬

গ. ১৭৭

ঘ. ১৮০

উত্তর: ঘ

✍️ সমাধান:

SCIENCE শব্দটিতে বর্ণসংখ্যা ৭ টি

স্বরবর্ণতিনটিকে একত্রে রেখে একটি বর্ণবিবেচনা করলে অর্থাৎ SCNC (EEI) বর্ণসংখ্যা হবে ৫টি

∴ SCNC (EEI) এর সাজানোর সংখ্যা = মোট ৫টি বর্ণ যেখানে দুটি C = $\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 60$

আবার (EEI) এর বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{3!}{2!}$ [যেহেতু E = 2 টি] = $\frac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 3$

[যুক্তি, তিনটি স্বরবর্ণ পাশাপাশি রাখলেই হল, তাই এই স্বরবর্ণ গুলো EEI, EIE, অথবা IEE, এভাবে আসলেও শর্ত পূরণ হবে। এজন্য দুবার বিন্যাস করতে হল।]

অতএব নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা = $60 \times 3 = 180$

□ নিজে করুন: নিজে করুন:

৪১. Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে Problem শব্দটি বিন্যাস করা যাবে? [Help: Prblm(oe) = 6! শেষে 2! গুণ]

ক. ১৪৪০

খ. ১৬৬০

গ. ১৩৩৪

ঘ. ১৪৪৮

উত্তর: ক

৪২. In how many different ways can the letters of the word "Football" be arranged such that all vowels are always together?

a. 1720

b. 1120

c. 1160

d. 1080

উত্তর: d

[Help: ftbll (ooa) 6! + 2! = 360 then 360 × 3 = 1080]

৪৩. In how many ways can the letters of the word 'ARRANGE' be arranged in which the two Rs and two As come together? (ARRANGE' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে দুটো R এবং দুটো A একত্রে থাকবে?) (BB Ass: Director-2011)

a. 620

b. 120

c. 200

d. 180

উত্তর: b

✍️ Solution:

R দুটিকে এবং A টিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস করা যাবে (AA)(RR)NGE = 5! = 120টি। এখানে কোন গুণ অথবা ভাগ করতে হবে না। এর কারণ হলো A দুটিকে নিজেদের মাঝে মাত্র ১ ভাবেই বিন্যাস করা যায়, তেমনিভাবে R দুটি কেও। আবার দুটি সংখ্যাকে আলাদা আলাদা ভাবে ১টি করে ধরায় তারা রিপিট হয় নি। তাই নিচে ভাগও হবে না।

৪৪. ৩ জন ছাত্র ও ৫ জন ছাত্রীকে একসারিতে রেখে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে ৩ জন ছাত্র সর্বদা একত্রে থাকবে?

ক. ১২৪০

খ. ১১৭৬

গ. ৪১৭৭

ঘ. ৪৩২০ উত্তর: ঘ

সমাধান:

৩ জন ছাত্রকে মোহেতু একত্রে রাখতে হবে তাই তাদেরকে ১ জন ধরে এবং ৫ জন ছাত্রী ও ১ জন ছাত্র নিয়ে মোট বিন্যাস = $6!$ বা 720 এখন আগের ৩ জন ছাত্রকে তাদের নিজস্বদের মধ্যে সাজানো যায় $3! = 6$ ভাবে তাহলে মোট সাজানোর সংখ্যা $720 \times 6 = 8020$

উত্তর: ৪৩২০ [Shortcut: $6! \times 3! = 8020$]

□(D) একসাথে না রেখে বিন্যাস:

মনে রাখুন:

একসাথে না রেখে বিন্যাস করার সরাসরি কোন সূত্র নেই তাই একত্রে রাখা যাবে না বললে:

সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস = একসাথে না রাখা বিন্যাস।

- প্রথমে: সবগুলো বর্ণের সাধারণ বিন্যাস বের করতে হবে। যাতে একত্রে থাকা এবং একত্রে না থাকা সব ধরনের বিন্যাস থাকবে।
- এরপর একসাথে রাখার নিয়ম অনুযায়ী সমাধান বের করে মোট বিন্যাস থেকে বিয়োগ করলেই একসাথে না থাকার বিন্যাস বের হবে।

85. In how many ways can the letters of the word "APPLE" be arranged so that two P's are never together? ("APPLE" শব্দটিকে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে যাতে P গুলো কখনোই একসাথে থাকবে না?)

a. 24

b. 36

c. 48

d. 60

উত্তর: b

Solution:

"APPLE" শব্দটির সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা = $5!$ কিন্তু P আছে দুটি তাই বিন্যাস হবে $\frac{5!}{2!} = 60$

এখন এই ৬০টি বিন্যাসের মধ্যে কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে আবার কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে না। যেহেতু সরাসরি একত্রে না থাকার সূত্র নেই তাই

"APPLE" শব্দটির P দুটি একত্রে রেখে বিন্যাস = ALE (PP) = $4! \times 1! = 24$

সুতরাং P দুটি একত্রে না রেখে বিন্যাস = $60 - 24 = 36$

Shortcut: $\frac{5!}{2!} - (4! \times 1!) = 60 - 24 = 36$

86. Vowel গুলি পাশাপাশি না রেখে 'Triangle' শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে?

(ক) 35000

(খ) 36000

(গ) 35600

(ঘ) 36800

উত্তর: খ

সমাধান:

শব্দটিতে মোট ভিন্ন ৪টি অক্ষর যার ৩টি স্বরবর্ণ। সবগুলো একত্রে নিয়ে মোট,

$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ রকমে সাজানো যায়।

স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি রেখে, মোট $6! \times 3! = 720 \times 6 = 4320$ প্রকারে সাজানো যায়।

∴ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে মোট $(40320 - 4320) = 36000$ প্রকারে সাজানো যায়।

89. স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে "Daughter" শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?

ক. 37000

খ. 36000

গ. 36500

ঘ. 36400

উত্তর: খ

[Help: প্রথমে একত্রে রেখে সাজানোর সংখ্যা বের করুন, তারপর মোট সাজানো সংখ্যা $8!$ বের করে তা থেকে বিয়োগ দিলেই একসাথে না সাজানোর সংখ্যা বের হবে।]

8৮. In how many ways can Annie, Bushra, Camelia, Don, Elina and Farzana be seated if Annie and Bushra cannot be seated next to each other (Annie এবং Bushra একসাথে বসবে না)? [M.T.B.L: 14]

a.240

b.360

c.480

d.600

উত্তর: c

সবাইকে একসাথে রেখে 6 জনকে বসানো যায় $6! = 720$ ভাবে। এই 720 এর মধ্যে তারা একত্রে বসবে আবার আলাদা আলাদাও বসবে, অর্থাৎ এর ৭২০ এর মধ্যে সবধরণের বিন্যাস ই আছে।

এখন, যে দুজনকে একত্রে রাখা যাবে না তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা বা বসানো যায় $(5! \times 2!) = 240$ তাহলে ঐ দুজনকে একত্রে না রেখে বিন্যাস হবে $720 - 240 = 480$

Shortcut: $6! - (5! \times 2!) = 480$

পদ্ধতি-০৩: পুনরাবৃত্তির বিন্যাস

উপরের প্রশ্নগুলোতে যে কোন সংখ্যা বা অক্ষর শুধুমাত্র ১ বার ব্যবহার করা হয়েছে। অর্থাৎ একই সংখ্যা বা অক্ষর একাধিকবার ব্যবহৃত হয় নি।

যেমন: ১ ও ২ কে একবার মাত্র ব্যবহার করে, দু' অক্ষর কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

এরকম প্রশ্নের উত্তর ২! বা ২টি যথা: ১২ এবং ২১

কিন্তু এই একই প্রশ্নে, **repetition allowed** বা পুনরাবৃত্তি করা গেলে ১ ও ২ কে ব্যবহার করে ২ অক্ষর সংখ্যা বানানো যাবে $2^2 = 4$ টি। যথা: ১২, ২১, এর সাথে ১১ এবং ২২ [অর্থাৎ একই সংখ্যাকে একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে]

Formula of Repetition: n^r (এখানে n হচ্ছে মোট উপাদান এবং $r =$ যতবার নিতে হবে।)

8৯. পুনরাবৃত্তি করে A, B, C তিনটি উপাদান থেকে কয়ভাবে ২টি উপাদান নেয়া যাবে? এখানে, সকল বিন্যাস হবে এরূপ, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC, 9টি। কেননা প্রতি ক্ষেত্রেই প্রতি ধাপে আগের সব options থেকে যায়।

এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $n^r = 3^2 = 9$ । অর্থাৎ এক বর্ণ রিপিট করা গেলে এভাবে।

৫০. ১, ২, ৩, ৪, ৫ অঙ্কগুলির প্রতিটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক.১৩০

খ.১৩৫

গ.১২৫

ঘ.১২৭

উত্তর: গ

সমাধান:

যে কোন সংখ্যক বার অর্থ প্রতিবারই ১ নিয়ে ৩ অঙ্কের সংখ্যা হবে ১১১ অর্থাৎ এখানে রিপিট করা যাবে।

সূত্র: এরকম পুনরাবৃত্তি করা গেলে (মোট উপাদান) যতবার নেয়া যাবে এখানে মোট উপাদান ১, ২, ৩, ৪ ও ৫ = ৫টি এবং সংখ্যা বানাতে হবে ৩ অঙ্কের। তাই উত্তর হবে $5^3 = 125$ টি (যেমন: ১২৩, ১১২, ১১১, এরকম ১ দিয়ে ২৫টি সহ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে ২৫ টি করে মোট ১২৫ টি)

৫১. 4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়? এ সংখ্যাগুলোর কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে?

ক. 520

খ. 428

গ. 625

ঘ. 505

উত্তর: ঘ

সমাধান:

চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $5^4 = 625$ (যে কোন অঙ্ক একাধিকবার নেয়া যাবে।)

আবার 5টি অঙ্ক থেকে 4 টি অঙ্ক (প্রত্যেকটি কেবল একবার)

নিয়ে 4 অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5P_4 = 120$ (এগুলোতে একটি অঙ্ক মাত্র একবারই থাকবে।)

∴ প্রত্যেকটি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে এরূপ মোট সংখ্যা = $625 - 120 = 505$.

৫২. ৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলি থেকে ৩ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক. ২৪

খ. ২৬

গ. ২৮

ঘ. ২২

উত্তর: ক

☞ সমাধান:

এখানে যে কোন সংখ্যা ইচ্ছামত নেয়া যাবে না। তবে প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকেই শুধু ব্যবহার করা যাবে, যেখানে মোট ৬টি সংখ্যা দেয়া থাকলেও আসলে সংখ্যা (উপদান) মোট ৩টি এবং প্রতিটি ২ বার করে আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, ৩টি উপাদান দিয়ে ৩ অংকের সংখ্যা বানাতে হলে লিখতে হবে $৩^৩ = ২৭$ টি। কিন্তু লক্ষ্য করুন ৩টি উপাদান কিন্তু ইচ্ছে মত রিপিট করা যাবে না। বরং যে কয়টি সংখ্যা দেয়া আছে তা থেকেই নিতে হবে। এখানে ৫, ৬ এবং ৭ আছে ২টি করে। কিন্তু ২৭টি সংখ্যার মধ্যে এমন ৩টি সংখ্যা আছে যেখানে ৫৫৫, ৬৬৬, এবং ৭৭৭ আছে যেগুলো নেয়া যাবে না। কারণ প্রশ্নে ৩টি করে সংখ্যা দেয়া নেই। তাই এই ৩টি বাদ দিলে মোট সংখ্যা হবে $২৭ - ৩ = ২৪$ টি।

৫৩. 1, 2, 4, 6, 8, 9 অঙ্কগুলো যে কোন সংখ্যকবার নিয়ে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক. 200

খ. 216

গ. 400

ঘ. 560

উত্তর: খ

☞ Solution:

এখানে সর্বমোট সংখ্যা $n = 6$, প্রতিবার অঙ্ক নিতে হবে $r = ৩$ টি
সুতরাং সংখ্যা গঠন করা যাবে $n^r = 6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

$$\underline{6 \times 6 \times 6 = 216}$$

৫৪. ০ বাদে তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো পূর্ণসংখ্যা তৈরী করা যায় যেখানে কোন অঙ্ক দু'য়ের অধিকবার ব্যবহৃত হবে না? [BKB (officer) - 2017]

a. 729

b. 720

c. 756

d. 504

Ans: b

☞ Solution:

0 বাদে বাকী ডিজিটগুলোকে যে কোন সংখ্যক বার ব্যবহার করে তিন অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা বানানো যায় তাদের মোট সংখ্যা হবে $9^3 = 729$ [তিনটি অঙ্কের জন্য তিনটি পজিশনে প্রতিটিই রিপিট করা যাবে তাই $9 \times 9 \times 9 = 9^3$]

কিন্তু কোন সংখ্যাকে দু'বারের বেশি নেয়া যাবে না সুতরাং তিন অঙ্কের সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলোতে একটি ডিজিট 3 বার করে এসেছে সেগুলো বাদ দিতে হবে।

আর সেগুলো হলো. (111, 222, 333, 888, 999 = 9টি) তাই উত্তর: $729 - 9 = 720$ টি

৫৫. টেলিফন ডায়াল 0 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা আছে। যদি রাজশাহী শহরের টেলিফোনগুলো ৫ অঙ্ক বিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরে কত টেলিফোন সংযোগ দেয়া যাবে?

ক. 10^4 খ. 10^5 গ. 10^6 ঘ. 10^{10}

উত্তর: খ

$$\underline{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5}$$

৫৬. একটি প্রফেসর পদের জন্য 3 জন প্রার্থী এবং 5 জন শোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবে, কত প্রকারে ভোট দেয়া যেতে পারে?

ক. 243

খ. 360

গ. 440

ঘ. 660

উত্তর: ক

☞ Solution:

$$\underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243}$$

প্রার্থী = 3 জন, ভোটার = 5 জন

∴ ভোট দেয়ার উপায় = (প্রার্থী)^{ভোটার} = $3^5 = 243$

বিষয়টা প্রাকটিকালি এভাবে ভাবতে পারেন। একজন ভোটার চেয়ারম্যান, ভাইস-চেয়ারম্যান এবং কাউন্সিলর সবাইকে ভোট দিতে পারে। তেমনিভাবে ৫ জন ভোটারের সবাই ৩ জনকে ভোট দিতে পারবে। এক্ষেত্রে ১ করে কমবে না।

৫৭. কোন নির্বাচনে ভোটার সংখ্যা 10 জন এবং প্রার্থী 3 জন। কত ভাবে ভোট হতে পারে?

উত্তর: 3^{10}

পদ্ধতি-০৪: বিভিন্ন সংখ্যা গঠন

□(A)সাধারণ সংখ্যা গঠন:

৫৮. 1,3,5,7,9, অঙ্কগুলি-ব্যবহার করে 3 অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে।

(i) অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি না করে = ${}^n P_r = {}^5 P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(ii) অঙ্কগুলি পুনরাবৃত্তি করে অর্থাৎ একাধিক বার নিয়ে = $n^r = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

৫৯. ৫, ৯, ১, ৪ অঙ্কগুলি দ্বারা ৫,০০০ এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যায়? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০১১]

(ক) ১২টি

(খ) ৮টি

(গ) ১৮টি

(ঘ) ১৬টি

উত্তর: ক

☞ সমাধান:

৫, ৯, ১, ৪ এই চারটি অংশ দ্বারা ৫,০০০ এর চেয়ে বড় কোনো সংখ্যা তৈরি করতে হলে প্রথম স্থানে ৫ বা ৯ বসাতে হবে, (১ ও ৪ বসালে তা ৫০০০ এর থেকে ছোট হয়ে যাবে) ১ম স্থানটি ৫ ও ৯ দ্বারা ${}^2 P_1$ বা ২ প্রকারে পূরণ করা যায় বাকী তিনটি স্থান তিনটি অঙ্ক দ্বারা ৩! বা ৬ প্রকারে পূরণ করা যায়।

∴ মোট বিন্যাস = $2 \times 6 = 12$ ।

অথবা প্রথমে ৫ কে নির্দিষ্ট রেখে অন্য ৩টি দিয়ে বিন্যাস = $3! = 6$ টি।

একইভাবে প্রথমে ৯ কে নির্দিষ্ট রেখে অন্য ৩টি দিয়ে বিন্যাস = $3! = 6$ টি। মোট বিন্যাস = $6+6 = 12$ টি।

৬০. ৩, ৫, ৭, ৮ এবং ৯ সংখ্যাগুলো দিয়ে ৪ অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে যারা ৭০০০ এর থেকে বড়?

a. 48

b. 60

c. 72

d. 80

Ans: c

☞ Solution:

হাজারের স্থানে 3 ও 5 কে নিলে 7000 থেকে কম হয় তাই ৩ ও ৫ বাদ দিয়ে অন্য সংখ্যাগুলো থেকে নিতে হবে।

সুতরাং ৭, ৮ এবং ৯ এই ৩টি সংখ্যা থেকে ১টি নেয়া যায় ${}^3 P_1 = 3$ ভাবে। আবার ১ম অঙ্কটি নেয়ার পর ৭, ৮, ৯ এর অবশিষ্ট ২ অঙ্ক এবং অপর ৩টি অঙ্ক সহ মোট ৫টি থেকে ৩টি নেয়া যায় ${}^4 P_3 = 24$ ভাবে।

সুতরাং মোট সংখ্যা গঠন = $3 \times 24 = 72$ টি।

এক লাইনে: $3 \times 4!$ (প্রথম ঘরে ৩টির ১টি রেখে অন্য ৪টির হিবেস) অথবা,

এদের যে কোন একটি Fixed থাকলে মোট সংখ্যা থাকে ৪ টি এবং নিতে হবে ৩টি। ${}^3 P_1 \times {}^4 P_3 = 72$

আবার এভাবেও ভাবা যায়, ৭ কে নির্দিষ্ট করে রাখলে অন্য ৪টির বিন্যাস = $4! = 24$ টি। একই ভাবে ৮ কে প্রথমে নির্দিষ্ট রেখে আবার ২৪ এবং ৯ কে শুরুতে নির্দিষ্ট রেখেও ২৪টি। মোট = $24+24+24 = 72$ টি সংখ্যা তৈরি করা যাবে।

৬১. 1,3,5,7,9 অঙ্কগুলো থেকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন অঙ্ক নিয়ে 200 থেকে বৃহত্তম তিন অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যাবে।

a. 48

b. 60

c. 72

d. 80

Ans: a

☞ Solution:

প্রথম অঙ্ক	২য় অঙ্ক	৩য় অঙ্ক	উত্তর:
${}^4 P_1$ (৩, ৫, ৭, ৮) = ৪	৪ (প্রথমটা বাদে যে কোন ৪টি) ×	৩ (প্রথমের ১+২য় ১ বাদে বাকী সব)	$8 \times 8 \times 3 = 8 \times 24 = 192$

☞ ব্যাখ্যা:

শতকের অবস্থান পূর্ণ করা যাবে = ৪ভাবে (৩, ৫, ৭, ৯ দিয়ে)

4 × 4 × 3 = 48

৬৫. প্রত্যেক অঙ্ক একবার মাত্র ব্যবহার করে 0,1,2,3,5,6 দ্বারা চার অঙ্ক বিশিষ্ট অর্থ পূর্ণ সংখ্যা কত?

ক. 350

খ. 400

গ. 500

ঘ. 300

উত্তর: ঘ

☞ Solution:

$$\underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} = {}^6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \text{ (মোট বিন্যাস)}$$

$$\underline{0} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} = {}^{6-1}P_{4-1} = {}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (শুরুতে 0)}$$

সুতরাং মোট বিন্যাস = 360 - 60 = 300টি।

[0 এর সাথে জোড় বিজোড় থাকলে অনেকের কাছে কঠিন লাগে তাদের জন্য নিচের প্রশ্নগুলো, বুঝে বুঝে করুন:]

৬৬. প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে 8, ৩, ২, ১, ০ অঙ্কগুলি দ্বারা ৫ অঙ্কের কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক. ২৪

খ. ২৬

গ. ২৮

ঘ. ৩৬

উত্তর: ঘ

☞ সমাধান:

এখানে শর্ত দুটি: ১. সংখ্যাগুলো ৫ অংক বিশিষ্ট হতে হবে ২. সংখ্যাগুলো বিজোড় হতে হবে। (১ ও ৩ দিয়ে শেষ হতে হবে) শেষে ১ কে নির্দিষ্ট রেখে মোট বিন্যাস = 8! = ২৪টি।

$$\underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \underline{1} = 4! = 24$$

কিন্তু এই ২৪টি বিজোড়ের মধ্যে শেষে ১ থাকবে কিন্তু শুরুতে ০ আছে এমন বিজোড় গুলো ৫ অঙ্কবিশিষ্ট নয়। তাই সেগুলো বাদ দিতে হবে। নিচের বক্সটি দেখুন। শুরুতে ০ ও শেষে ১ কে নির্দিষ্ট রেখে অন্য ৩টি অঙ্ক সাজানো যায় ৩! = ৬ ভাবে।

$$\underline{0} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \underline{1} = 3! = 6$$

তাহলে ১ দিয়ে শেষ হয়েছে এমন ৫ অঙ্কবিশিষ্ট বিজোড় সংখ্যা রয়েছে = ২৪ - ৬ = ১৮টি।

ঠিক, একইভাবে শেষে ৩ দিয়ে বিজোড় সংখ্যা হবে ২৪ - ৬ = ১৮টি।

সুতরা মোট বিজোড় সংখ্যা হবে = ১৮ + ১৮ = ৩৬টি।

☐ গুরুত্বপূর্ণ শিক্ষণীয় বিষয়:

> ০ দ্বারা কোন সংখ্যা শুরু হয় না।

> জোড় অথবা বিজোড় বের করতে বলা হলে শেষের সংখ্যা মেলাতে হবে।

৬৭. প্রত্যেক অঙ্ককে প্রত্যেক সংখ্যায় কেবল একবার ব্যবহার করে ৬, ৫, ২, ৩, ০ দ্বারা পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো

(i) অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

(ii) আবার কতগুলো অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

☞ সমাধান:

(i) এখানে, প্রত্যেকটি বিজোড় সংখ্যার শেষ অঙ্ক ৩ বা ৫, শেষ অবস্থানে ৩ নির্দিষ্ট রেখে বাকি ৪টি, অঙ্ক ৪! = ২৪ উপায়ে সাজানো যায়।

$$\underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \underline{3} = 4! = 24$$

আবার ১ম অবস্থানে ০ রেখে প্রাপ্ত সংখ্যা ৫ অঙ্কের নয়। সুতরাং প্রথম অবস্থানের ০ এবং শেষ অবস্থানে ৩ রেখে বাকি ৩টি অঙ্ক = ৩! = ৬ উপায়ে সাজানো যায়।

$$\underline{0} \times \underline{*} \times \underline{*} \times \underline{*} \underline{3} = 3! = 6$$

সুতরাং শেষ অবস্থানে ৩ নিয়ে প্রাপ্ত স্বার্থক বিজোড় সংখ্যা = ২৪ - ৬ = ১৮।

অনুরূপভাবে, শেষ অবস্থানে ৫ নিয়ে প্রাপ্ত স্বার্থক বিজোড় সংখ্যা = ১৮

∴ নির্ণেয় বিজোড় সংখ্যা = ১৮ + ১৮ = ৩৬ (উত্তর)

(ii) পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ জোড় সংখ্যা গঠনের ক্ষেত্রে দুইটি শর্ত:

১. শেষ অঙ্ক অবশ্যই ২, ৬ বা ০ হবে।

২. ১ম অঙ্কটি '০' হতে পারবে না।

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 2 = 4! = 24$$

প্রথমত: শেষ অঙ্কটি ২ বা ৬ দ্বারা পূরণের উপায় = 2P_1 (0 এর হিসেব পরে)

১ম স্থানটি ২ অথবা ৬ ও ০ ব্যতীত অবশিষ্ট ৩টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় = 3P_1

আবার মাঝের ৩টি স্থান অবশিষ্ট ৩টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় = 2P_3

∴ এক্ষেত্রে অর্থপূর্ণ পাঁচ অঙ্কবিশিষ্ট জোড় সংখ্যা = ${}^2P_1 \times {}^3P_1 \times {}^2P_3 = 2 \times 3 \times 6 = 36$ [শেষে ২ বা ৬ বিশিষ্ট সংখ্যা]

দ্বিতীয়ত: শেষ স্থানে '০' কে নির্দিষ্ট করে অবশিষ্ট ৪টি অঙ্ক দ্বারা পূরণের উপায় = ${}^4P_1 = 24$ (০ শেষে থাকলে শুরুতে থাকার সুযোগ নেই তাই এখান থেকে কোন কিছু বাদ দিতে হবে না।)

সুতরাং ৫ অঙ্কবিশিষ্ট মোট অর্থপূর্ণ সংখ্যা = $36 + 24 = 60$ টি।

নিচের বক্সের মত করেও ভাবা যায়:

শেষে ২ হলে সংখ্যা হবে = $28 - 6 = 18$ টি।

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 2 = 4! = 24 \text{ থেকে বাদ } \underline{0} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 2 = 3! = 6$$

শেষে ৬ হলে সংখ্যা হবে = $28 - 6 = 18$ টি।

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 6 = 4! = 24 \text{ থেকে বাদ } \underline{0} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 6 = 3! = 6$$

শেষে ০ হলে মোট সংখ্যা হবে = ২৪ টি। (এখানে শেষে ০ অন্য আসায় শুরুতে ০ আসার সুযোগ নেই তাই বিয়োগ হবে না)

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 0 = 4! = 24 \text{ (বাদ যাবে না)}$$

সুতরাং মোট সংখ্যা গঠন করা যাবে $18 + 18 + 28 = 60$ টি।

পদ্ধতি-০৪: বিন্যাসের বিবিধ

□ বৃত্তাকারে সাজানো:

বৃত্তাকারে সাজানোর সূত্র: $(n-1)!$ (এখানে $n =$ যতজনকে বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হবে)

❖ টিপস: বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হলে যত জনকে সাজাতে বলা হবে তা থেকে ১ বিয়োগ করতে হবে।

কারণ

➤ A,B,C,D চারজনকে পাশাপাশি (বেঞ্চে) বসাতে বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি ভিন্ন বিন্যাস।

➤ কিন্তু A,B,C,D চারজনকে বৃত্তাকারে (গোলটেবিলে) বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি বিন্যাস দ্বারা একটি বিন্যাসকে ই বোঝায়। কারণ শেষের ব্যক্তি D এসে পেছন দিক থেকে A এর পাশে বসায় বিন্যাস সংখ্যা কমে যায়।

❖ নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন:

৬৮. কতভাবে ৪ জন লোক একটি বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসতে পারে?

[৩! = ৬]

ক. ৬

খ. ৪

গ. ৩

ঘ. ১০

উত্তর: ক

৬৯. সভাপতির আসন নির্দিষ্ট রেখে ৬ জন লোক একটি গোল টেবিল বৈঠক কত উপায়ে করতে পারে?

ক. 580

খ. 630

গ. 772

ঘ. 720

উত্তর: ঘ

✍️ **Solution:**

সভাপতির আসন নির্দিষ্ট থাকায় তাকে বাদ দিয়ে অন্য ৬ জনের বিন্যাস হবে = $n! = 6! = 720$

৭০. ৬ জন মানুষ এক সারিতে নামাজে দাঁড়াতে পারবে কত উপায়ে?

a. 240

b. 360

c. 720

d. 600

Ans: c

✍️ **Solution:**

৬ জন মানুষ সারিতে দাঁড়াতে পারবে = $6! = 720$ উপায়ে

৭১. The number of ways that 8 beads of different colours be strung as a necklace is (৮টি ভিন্ন

রং এর পৃথি কতভাবে একটি হারে লাগানো যাবে?)

a. 2520

b. 2880

c. 4320

d. 5040

উত্তর: a

✍️ **Solution:**

মালা, তসবীহ বা বৃত্তাকার কোন কিছু সামনে ও পেছন থেকে একই রকম দেখালে

$$\text{তাদেরকে সাজানোর সূত্র} = \frac{(n-1)!}{2}$$

(মালা যেহেতু বৃত্তাকার তাই একটিকে স্থির রেখে বাকীগুলো হিসেব করতে হবে। আবার সামনের দিক থেকে মালা যেমন দেখা যায় পেছন দিক থেকেও একই রকম দেখা যায় তাই ২ দিয়ে সরসময় ভাগ হবে।)

$$\text{৮টি পৃথি দিয়ে মালা বানানোর উপায়} = \frac{(8-1)!}{2} = \frac{7!}{2} = \frac{5040}{2} = 2520 \text{ (since } n = 8)$$

৭২. একটি বালকের নিকট ১১টি বিভিন্ন বস্ত্র আছে, যার মধ্যে ৫টি কালো এবং ৬টি সাদা। একটি কালো বস্ত্র মাঝখানে রেখে সে তিনটি বস্ত্র এক সারিতে কত প্রকারে সাজাতে পারে?

✍️ **সমাধান:**

যেহেতু একটি কালো বস্ত্র সর্বদা মাঝখানে রাখতে হবে সুতরাং ৫টির মধ্যে ১টিকে একটি স্থানে ${}^5P_1=5$ প্রকারে রাখা যাবে। অবশিষ্ট ২টি স্থানে বাকি ১০ টি বস্ত্রকে ${}^{10}P_2=90$ প্রকারে রাখা যাবে।

∴ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $5 \times 90 = 450$ । নিচের টেবিলের মত করে ভাবা সবথেকে সহজ। $10 \times 5 \times 9 = 450$

$$10 \times 5 \times 9$$

৭৩. 1,2,3,4,5,6,7 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট বাহুগুলো দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের সংখ্যা কত?

a. 35

b. 32

c. 30

d. 36

✍️ **সমাধান:**

এখানে মোট ৭টি বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া আছে। এবং প্রতিবার চতুর্ভুজ নেয়ার জন্য ৪টি করে বাহু নিতে হবে।

$$৭টি থেকে ৪টি করে নিয়ে মোট চতুর্ভুজের সংখ্যা = {}^7C_4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35 \text{ টি।}$$

কিন্তু চতুর্ভুজ তৈরী হওয়ার জন্য শর্ত হলো যে কোন ৩ বাহুর সমষ্টি ৪র্থ বাহু অপেক্ষা বড় হতে হবে।

কিন্তু প্রদত্ত দৈর্ঘ্যগুলো মধ্যে, (১,২,৩,৬), (১,২,৩,৭) এবং (১,২,৪,৭) বাহু বিশিষ্ট ৩টি ক্ষেত্র চতুর্ভুজ নয় কারন এখানে প্রথম ৩টি যোগ করলেও তা অপরটির থেকে বড় হচ্ছে না। সুতরাং মোট চতুর্ভুজ সংখ্যা হবে $৩৫ - ৩ = ৩২$ টি।



Practice part

১. নিচের শব্দগুলির সবগুলি বর্ণ একবারে নিয়েকত প্রকারে সাজানো যায় :

(i) INFINITESIMAL

(ii) PROPORTION ?

সমাধান:

(i) 'INFINITESIMAL' শব্দটিতে মোট 13টি অক্ষর আছে, যাদের মধ্যে 4টি I, 2টি N. ∴ মোট বিন্যাস = $\frac{13!}{4!2!}$

(ii) 'PROPORTION' শব্দটিতে মোট 10টি বর্ণ আছে, যার মধ্যে 2টি P, 2টি R এবং 3টি O. ∴ বিন্যাস = $\frac{10!}{2!2!3!}$

২. ALLAHABAD শব্দটির নয়টি বর্ণের প্রত্যেকটিকে প্রতি সাজানো ব্যবস্থায়

(i) একবার মাত্র নিয়ে যত প্রকার বিন্যাস সংখ্যা হতে পারে তা নির্ণয় কর ।

(ii) এই বিন্যাসসমূহের কতগুলিতে A চারটি একত্রে থাকবে?

(iii) এদের কতগুলিতে স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করবে?

সমাধান:

(i) 'ALLAHABAD' শব্দটির মোট 9টি অক্ষরের মধ্যে 4টি A, 2টি L আছে।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{9!}{4!2!} = 7560$

(ii) 4টি A-কে একটি অক্ষর মনে করে আমরা শব্দ গঠন করার জন্য 6টি অক্ষর পাই যাদের মধ্যে 2টি L আছে।

∴ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{2!} = 360$

পুনরায় 4টি A-কে তাদের মধ্যে $\frac{4!}{4!} = 1$ উপায়ে সাজানো যায়।

অতএব, 4টি A-কে একত্রে বসিয়ে নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $360 \times 1 = 360$

(iii) 4টি জোড় স্থান 4টি A দ্বারা এক উপায়ে এবং 5টি বিজোড় স্থান 5টি বিজোড় স্থান 5টি ব্যঞ্জনবর্ণ L, L, H, B, D দ্বারা

$\frac{5!}{2!}$ উপায়ে পূরণ করা যায়। ∴ স্বরবর্ণগুলোকে জোড় স্থানে রেখে নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{5!}{2!} \times 1 = 60$

৩. 'Arrange' শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়, যাতে r দুইটি পাশাপাশি থাকবে না?

(ক) ৭২০

(খ) ৮০০

(গ) ৩৬০

(ঘ) ৯০০

উত্তর : ঘ

সমাধান:

ARRANGE শব্দটিতে মোট অক্ষর 7 টি যেখানে r = 2 টি, a = 2 টি

∴ 7 টি বর্ণকে সাজানো যায় = $\frac{7!}{2!2!} = 1260$

r দুইটিকে একত্রে ধরে ভিন্ন অক্ষর ৬ টি (rr ange) যেখানে r = 2 টি

r দুইটিকে ক পাশাপাশি রেখে বিন্যাস $\frac{6!}{2!} \times \frac{2!}{2!}$

r দুইটিকে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস = $1260 - 360 = 900$

৪. কত বিভিন্ন রকমে ৫ জন বালককে বৃত্তাকারে বিন্যস্ত করা যায়?

ক. ১৪৪

খ. ১২০

গ. ২৩৮

ঘ. ২১২

[$5! = 120$]

উত্তর: খ

৫. Motherland থেকে ৩ টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও ২ টি স্বরবর্ণ একত্রে কত উপায়ে বাছাই করা যেতে পারে?

সমাধান: Motherland এ ৭টি ভিন্ন ভিন্ন ব্যঞ্জনবর্ণ এবং ৩ টি ভিন্ন ভিন্ন স্বরবর্ণ আছে।

সুতরাং ৭ টি থেকে ৩ টি এবং ৩ টি থেকে ২ টি নিয়ে একত্রে বাছাই করতে হবে।

$$\therefore \text{বাছাইয়ের মোট উপায়} = {}^7C_3 \times {}^3C_2 = 105 \quad \text{উত্তর: ১০৫}$$

৬. 'CAUTIONS' শব্দটি হতে প্রতিবারে ৪টি করে অক্ষর নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যাবে? [Help: ${}^8P_4 = 1680$]

ক) ১৫০০

খ) ১২৮০

গ) ১৬৮০

ঘ) ১৩০০

উত্তর: গ

৭. "AMERICA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা "CANADA" শব্দটির বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? [ভিন্ন উত্তর বের করে ভাগ]

ক. ২০ গুণ

খ. ২২ গুণ

গ. ২৪ গুণ

ঘ. ২১ গুণ

উত্তর: ঘ

৮. 1, 2 ও a, b এই সংখ্যা ও বর্ণগুলির প্রত্যেকটিকে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতগুলো কোড তৈরি করা যাবে? [Help: $n^r = 4^4 = 256$]

ক) ২৪৬

খ) ২৫০

গ) ২৫৬

ঘ) ৩০০

উত্তর: গ

৯. 0, 1, 2, 3 এই সংখ্যাগুলি হতে প্রতিবারে ৩টি করে নিয়ে (যেখানে উপাদানগুলো একাধিকবার ব্যবহার করা যাবে) কতগুলো পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে? [Help: $4^3 = 64$]

ক) ১৩০

খ) ৬০

গ) ৭২

ঘ) ৬৪

উত্তর: ঘ

১০. ১, ২, ৩, ৪ এই সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করে কতগুলি পাসওয়ার্ড তৈরি করা যাবে?

ক) ৩০

খ) ২৪

গ) ৩৬

ঘ) ৪০

উত্তর: খ

সমাধান:

যেহেতু প্রত্যেকটিকে ব্যবহার করতে হবে তাই পাসওয়ার্ড সংখ্যা হবে = $4! = 24$ টি।

১১. কতটি ভিন্ন উপায়ে 'OPTICAL' শব্দটিকে সাজানো যায় যাতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

a. 120

b. 720

c. 4320

d. 2160

Ans: b

$$[\text{Help: } 5! \times 3! = (120 \times 6) = 720]$$

১২. 'DETAIL' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে স্বরবর্ণগুলো বেজোড় অবস্থানে থাকবে?

a. 32

b. 48

c. 36

d. 60

Ans: c

$$[\text{Help: } {}^3P_3 \times {}^3P_3 = 3! \times 3! = 6 \times 6 = 36]$$

১৩. 3, 4, 5, 3, 4, 5, 6 অক্ষরগুলি বিজোড় অক্ষরগুলি সর্বদাই বিজোড় স্থানে রেখে সাত অক্ষর কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে?

সমাধান:

প্রদত্ত অক্ষরগুলোর মধ্যে ৪টি বিজোড় সংখ্যা হচ্ছে 3, 5, 3, 5 এবং তাদের মধ্যে দুটি 3, দুটি 5 আছে।

তিনটি জোড় সংখ্যা হচ্ছে 4, 4, 6 এবং তাদের মধ্যে দুটি 4 আছে।

৪টি বিজোড় স্থান ৪টি বিজোড় অক্ষর দ্বারা $\frac{4!}{2!2!} = 6$ উপায়ে পূরণ করা যায়। (২টি করে রিপিট থাকায় নিচে ২টি ২!)

অবশিষ্ট ৩টি জোড় স্থান ৩টি জোড় অক্ষর দ্বারা $\frac{3!}{2!} = 3$ উপায়ে পূরণ করা যায়। ()

$$\therefore \text{নির্ণয় গঠিত সংখ্যা} = 6 \times 3 = 18$$

১৪. 'ALGEBRA' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে প্রতিবারে 3 টি করে নিয়ে কতগুলি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যায়? উত্তর: 135
১৫. 'ABAHONI' শব্দটি থেকে প্রতিবারে 3 টি বর্ণ নিয়ে গঠিত শব্দগুলির সংখ্যা নির্ণয় কর? উত্তর: 135
১৬. 'IMMEDIATE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের মধ্যে কতগুলিতে প্রথমে T এবং শেষে A থাকবে?
[Help: $\frac{9!}{2!2!2!} = 15360, \frac{7!}{2!2!2!} = 630$]
১৭. 'POSTAGE' শব্দটির অক্ষরগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে? শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে থাকবে? উত্তর: [Help: ${}^1P_3 \times {}^4P_4 = 144, (4! \times 4!) = 576$ উপায়ে]
১৮. 'Maturity' শব্দটির সব অক্ষরগুলি ব্যবহার করে কত উপায়ে সাজানো যায়? এ উপায় গুলোর মধ্যে কয়টির প্রথমে 'M' থাকবে?
উত্তর: $\frac{8!}{2!} = 20160, \frac{7!}{2!} = 2520$
১৯. স্বরবর্ণগুলিকে পৃথক না রেখে INSURANCE শব্দটির অক্ষরগুলিকে একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় তা নির্ণয় করুন।

সমাধান:

'INSURANCE' শব্দটিতে 4 টি স্বরবর্ণ রয়েছে। স্বরবর্ণগুলোকে একটি বর্ণ ধরে বর্ণ দাড়ায় (IUAE), N, S, R, N, C অর্থাৎ দুটি N সহ মোট 6টি বর্ণ।

অতএব স্বরবর্ণগুলোকে একটি বর্ণ ধরে এ 6 টি বর্ণকে $\frac{6!}{2!}$ উপায়ে সাজানো যায়।

কিন্তু 4টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে আবার সাজানো যায় = 4! উপায়ে

$$\therefore \text{নির্ণয় বিন্যাস সংখ্যা} = \frac{6!}{2!} \times 4! = 360 \times 24 = 8640$$

২০. 7 টি সবুজ, 8টি নীল এবং 2টি লাল কাউন্টার এক সারিতে কত রকমে সাজানো যেতে পারে? এদের কতগুলিতে লাল কাউন্টার দুইটি একত্রে থাকবে?

সমাধান:

$$\text{মোট কাউন্টারের সংখ্যা} = 7+4+2=13$$

$$\therefore 13 \text{ টি কাউন্টারের মধ্যে 7টি সবুজ, 4টি নীল এবং 2টি লাল কাউন্টার দ্বারা গঠিত সাজানো সংখ্যা} = \frac{13!}{7!4!2!} = 25740$$

২য় অংশ:

এখন ২টি লাল কাউন্টারকে একত্রে একটি মনে করি। সুতরাং 12 টি কাউন্টারের মধ্যে 7টি সবুজ, 4টি নীল কাউন্টার দ্বারা

$$\text{গঠিত সাজানো সংখ্যা} = \frac{12!}{7!4!} \text{ [একই রংয়ের হওয়ায় নিচে রিপিটের জন্য 7! ও 4!]}$$

পুনরায় লাল কাউন্টার 2টি তাদের নিজেদের মধ্যে $\frac{2!}{2!} = 1$ উপায়ে সাজতে পারে।

$$\therefore \text{লাল কাউন্টার দুটি একত্রে থাকবে এরূপ সাজানো সংখ্যা} = \frac{12!}{7!4!} \times 1 = \frac{12!}{7!4!} = 3960$$

◆ Others:

- A. সাধারণ বিন্যাস: (i) BOGRA=120 (ii) KHULNA =720
- B. পূর্ণসংখ্যার বিন্যাস হলে: (i) BAMBOO=180 (ii) MANNER = 360
- C. স্বরবর্ণগুলো একসাথে থাকবে: (i) ABACUS = 72 (ii) MATHEMATICS'= 120960
(iii) 'LEADING'=720 (iv) 'CORPORATION' =50400 (v) 'DIRECTOR' =2160
- D. স্বরবর্ণগুলো একসাথে থাকবে না: (i) "AFTER"=72, (ii) 'BENGALI' = 4320


Model Test


পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০মিনিট

১. Mobile শব্দটির বর্ণমালাগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?
ক. ১০৫০ খ. ৭২০ গ. ১০৮০ ঘ. ১৪৪০
২. SUCCESS শব্দের সব বর্ণ নিয়ে কতটি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?
ক. ১৫০ খ. ৭২০ গ. ৪২০ ঘ. ৪৪০
৩. Vowel গুলি একসাথে রেখে Rajshahi শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? (Science এর মতই)
ক. ১০৫০ খ. ৭২০ গ. ১০৮০ ঘ. ১৪৪০
৪. Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে trouble শব্দটি বিন্যাস করা যাবে?
ক. ১০৫০ খ. ৭২০ গ. ১০৮০ ঘ. ১৪৪০
৫. ৩, ৩, ৪, ৪, ৪, ৫ সংখ্যাগুলো দিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?
ক. ৫০ খ. ২০ গ. ৮০ ঘ. ৬০
৬. প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার করে ব্যবহার করে ১, ২, ৩ দ্বারা কতগুলো দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়?
ক. ৪ খ. ৫ গ. ৬ ঘ. ৭
৭. ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?
ক. ১৫০ খ. ৭২০ গ. ১০৮ ঘ. ৩৬০
৮. ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যকবার নিয়ে চার অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?
(ক) ৫৭৬ (খ) ১৪৪ (গ) ৬২৫ (ঘ) ৭০০
৯. SCIENCE শব্দটির প্রত্যেকটি বর্ণ দিয়ে কত উপায়ে শব্দটিকে সাজানো যাবে?
ক) ১২৬০ খ) ১৬২০ গ) ১৬০২ ঘ) কোনটিই নয়
১০. Parallel শব্দটির Vowel গুলিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত হবে? ৩৬০
ক. ২৪০ খ. ২৭৬ গ. ৩৭৭ ঘ. ৩৬০

□ উত্তরমালা:

১.	খ	২.	গ	৩.	গ	৪.	খ	৫.	ঘ
৬.	গ	৭.	ঘ	৮.	গ	৯.	ক	১০.	ক