

সরল সহ-সমীকরণ

□ প্রাথমিক আলোচনাঃ

সরল সহ-সমীকরণ বা দ্বিঘাত সমীকরণ হলো যেখানে দুটো অজানা রাশির মান নির্ণয় করতে হয়। এখানে অজানা রাশিদ্বয় ধরে সমীকরণ সাজিয়ে যে কোন একটির মান বের করার পর আরেকটির মান বের করতে হয়। বিভিন্ন পদ্ধতিতে দ্বিঘাত সমীকরণের অংকগুলো করা যায়। বিভিন্ন প্রকারের সমীকরণ: যেমন

ক. প্রতিস্থাপন খ. অপনয়ন গ. বজ্রগুণণ ঘ. নির্ণায়ক ঙ. লেখচিত্র।

তবে সবথেকে সহজ পদ্ধতি হলো অপনয়ন এবং প্রতিস্থাপন পদ্ধতি এবং এই নিয়মের অংকগুলোই সবথেকে বেশি আসে। নিচে বিস্তারিত ব্যাখ্যা প্রদান করা হল।

সহ-সমীকরণের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: সাধারণ সহ-সমীকরণ

□ একটি রাশির মান প্রশ্নেই দেয়া থাকলে। যেমন:

১. যদি $x+5y=24$ এবং $x=3y$ হয়, তাহলে $y=$ কত? (সহকারী জজ নিয়োগ পরীক্ষা-১০)

ক. 2 খ. 3 গ. 4 ঘ. 5 উত্তর: খ

কিভাবে করবেন?? একটির মান দেয়া থাকলে অপরটির মান বের করতে বলা হলে যার মান দেয়া থাকবে তার মানটি অসমীকরণে বসিয়ে সমাধান করতে হবে। যেমন:

প্রসমাধান:

এখানে পরবর্তী অংশে দেয়া আছে, $x=3y$, তাই প্রথম অংশে, x এর স্থলে $3y$ বসিয়ে

$$x+5y=24 \Rightarrow 3y+5y=24 \Rightarrow 8y=24 \quad \therefore y=3 \quad \text{Ans:3}$$

⇒ আর একটি দেখুন:

২. যদি $x+5y=16$ এবং $x=3y$ হয়, তাহলে $y=$ কত? [১৮ তম বিসিএস]

ক) -24 খ) -2 গ) 8 ঘ) 2 উত্তর: ঘ

প্রসমাধান:

$$x+5y=16 \quad \text{বা, } 3y+5y=16 \quad \{x=3y \text{ বসিয়ে।}\} \quad \text{বা, } 8y=16 \quad \therefore y=2$$

৩. $\frac{2}{x}=4$, $\frac{2}{y}=8$ তাহলে $x-y=?$ [PKB-(EO)-2017]

ক. $\frac{1}{5}$ খ. $\frac{1}{4}$ গ. $\frac{1}{6}$ ঘ. $\frac{2}{4}$ উত্তর: খ

প্রসমাধান:

$$\text{এখানে? } \frac{2}{x}=4 \quad \text{বা, } 4x=2 \quad \text{বা, } x=\frac{2}{4} \quad \therefore x=\frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } \frac{2}{y} = 8, \text{ বা, } 8y = 2 \text{ বা, } y = \frac{2}{8} \therefore y = \frac{1}{4}$$

$$\text{সুতরাং } x - y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

8. $x + 2y = 4$ এবং $\frac{x}{y} = 2$ হলে, $x =$ কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

ক. $\frac{2}{3}$

খ. $\frac{3}{2}$

গ. 2

ঘ. $\frac{1}{2}$

উত্তর: গ

সমাধান:

$$x + 2y = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{x}{y} = 2 \text{ বা, } x = 2y \dots\dots\dots (ii)$$

$$x = 2y \text{ (i) নং এ বসালে পাই } \Rightarrow 2y + 2y = 4$$

$$\therefore 4y = 4$$

$$\therefore y = 1$$

$$y \text{ এর মান (ii) নং এ বসাই } x = 2 \times 1 \text{ সুতরাং } x = 2$$

$$\text{Ans: } 2$$

□ নিজে করুন:

৫. যদি $x + 6y = 24$ এবং $x = -2y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? (দুর্নীতি দমন কমিশন-১০)

ক. ৫

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ৮

উত্তর: খ

৬. $2x = 5 - y$ হলে, $4x + 2y =$ কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)

ক. ৫

খ. ১০

গ. ১২

ঘ. ১৮

উত্তর: খ

৭. যদি $2x + y = 10$ এবং $x = 3$ হয়, তাহলে $x - y =$ কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)

ক. -১

খ. ২

গ. ৩

ঘ. ১

উত্তর: ক

৮. যদি $x + 3y = 40$ এবং $y = 3x$ হয়, তাহলে $x =$ কত? (বন ও পরিবেশ মন্ত্রণালয়-০৬)

ক. ৪

খ. ৮

গ. ৭

ঘ. ৯

উত্তর: ক

৯. যদি $x + 5y = 16$ এবং $x = -3y$ হয়, তাহলে $y =$ কত? (মহা হিসাব নিরীক্ষক-৯৮)

Ans: ৪

১০. $3x + 2y = 7$ এবং $2x = y$ হলে (x, y) হবে- [আইন, বিচার ও সংসদ বিষয়ক মন্ত্রণালয়ের সাব-রেজিস্ট্রার ২০১২]

ক) (2, 1)

খ) (3, 1)

গ) (1, 2)

ঘ) (-1, -2)

উত্তর: গ

সমাধান:

$2x = y$ দেয়া আছে যাকে এভাবে ঘুরিয়ে লেখা যায় $\gg y = 2x$, তাহলে ভগ্নাংশ আসবে না। এখন বাকীটা আগের মতই।

১১. যদি $k^2 + b^2 = 8$ এবং $k^2 - b^2 = -8$ হয়, তাহলে $k^6 + b^6$ এর মান কত হবে? [BADC (AO)-2017]

a. ১৬

b. -১৬

c. ১৮

d. -৮

Ans: a

সমাধান:

$$k^2 + b^2 = 8$$

$$k^2 - b^2 = -8$$

$$2k^2 = 0 \text{ [যোগ করে]}$$

$$\text{সুতরাং } k^2 = 0 \therefore k = 0$$

আবার,

$$2b^2 = 8 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

Shortcut:

দুটি বর্গ সংখ্যার যোগফল ৪ হলে তা অবশ্যই ২ ও ২ অথবা ০ ও ২ হতে পারে।

কিন্তু তাদের বর্গের বিয়োগফল -৪ হলে অবশ্যই একটি সংখ্যা ০ এবং অপরটি ২ হতে হবে। তাই পাওয়ার ৪ দিলে $0^6 + 2^6 = 16$ ই হবে।

বা. $x^2 = 8 \therefore x = 2$

সুতরাং

$a^2 + b^2 = 0^2 + 2^2 = 4$ $[(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$ সূত্র প্রয়োগ করেও করা যায়।

১২. $8x+4=64$ হলে, $2x+1=$ কত? (সহকারী জজ প্রিলিমিনারী-০৯)

ক. ১৫

খ. ১৬

গ. ১৭

ঘ. ১৮ উত্তর: খ

সমাধান: $4(2x+1) = 64$ or $2x+1 = 64+4 = 16$ Ans: 16

১৩. $2x + 3y = 36$ এবং $2x + y = 16$ হলে, (x,y) এর মান কত? (সরল মন্ত্রণালয়ের অধি: উপপরিদর্শক ২০১৩)

ক) (2, 10)

খ) (3, 10)

গ) (3, 5)

ঘ) (6, 10) উত্তর: খ

সমাধান: এখানে,

$2x + 3y = 36$ -----(i)

$2x + y = 16$ -----(ii)

$2y = 20$ [বিয়োগ করে]

$\therefore y = 10$

y এর মান (i) নং এ বসাই

$2x + 3.10 = 36 \Rightarrow 2x = 6 \therefore x = 3 \therefore (x,y) = (3,10)$

□ নিজে করুন:

১৪. $(2x - 6, 5) = (4, 2y - 5)$ হলে, (x, y) - এর মান কোনটি? (৮ম বেসরকারি শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা ২০১২)

ক) (4,5)

খ) (5,5)

গ) (6,4)

ঘ) (6,5)

উত্তর: খ

১৫. $x + y = 36$ এবং $x - y = 12$ হলে x এর মান কত? (অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১)

ক) 18

খ) 09

গ) 16

ঘ) 24

উত্তর: ঘ

১৬. $x + y = 6$ হলে xy এর বৃহত্তম মান কত? (অর্থ মন্ত্রণালয়ের অফিস সহকারী ২০১১)

ক) 7

খ) 10

গ) 9

ঘ) 12

উত্তর: গ

সমাধান:

$5 \times 1 = 5$

$4 \times 2 = 8$

$3 \times 3 = 9$

◆ Learning point: মনে রাখবেন দুটি সংখ্যার যোগফল দেয়া থাকলে তাদের মধ্যে সর্বোচ্চ গুণফলটি হবে তাদের মাঝামাঝি দুটি সংখ্যার গুণফল।। যেমন, দুটি সংখ্যার যোগফল ৮ হলে, তাদের মধ্যকার সবথেকে বড় গুণফলটি হবে $8 \times 8 = 16$ । কারণ ৮ এর মধ্যম সংখ্যাটি হচ্ছে ৪, নিচের গুলো দেখুন।

এখানে তৃতীয় টি বৃহত্তম

□ নিজে করুন:

১৭. $x + y = 14$ হলে xy এর সর্বোচ্চ মান কত?

উত্তর: 49

[Help: এখানে ১৪ এর মাঝামাঝি সংখ্যা ৭+৭ তাই এদের গুণফল হবে ৪৯, যা সবথেকে বড়, কিন্তু দুটি ৭ বাদে অন্য সংখ্যা নিলে তাদের গুণফল ৪৯ এর থেকে ছোট হয় তাই ৪৯ ই সর্বোচ্চ]

১৮. যদি $x = y = 2z$ এবং $x.y.z = 256$ হয়, তাহলে $y =$ কত? (বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-০৬)

a. 2

b. $2\sqrt{2}$

c. $4\sqrt[3]{2}$

d. 8

Ans: d

সমাধান: (সবগুলোকেই একই অক্ষর বানানোর পর সমাধান করতে হবে।)

$x = y = 2z \therefore z = \frac{x}{2}$ এখন, $xyz = 256$ হলে, $x.x.\frac{x}{2} = 256$ বা, $x^3 = 512$ বা, $x^3 = 8^3 \therefore x = 8$

১৯. যদি $a=2b=3c$ এবং $abc=36$ হয়, তাহলে $c=$ কত? (প্রতিষ্ঠান মন্ত্রণালয়-০৭)

a. $\sqrt{2}$

b. $2\sqrt{2}$

c. 2

d. $4\sqrt{2}$

Ans: c

২০. যদি $3x-2y=8$ এবং $2x+5y=-1$ হয়, তাহলে $x=$ কত? (উপজেলা পল: উন্নয়ন কর্মকর্তা-০৯)

ক. ৫

খ. ২

গ. ৭

ঘ. ১০

Ans: খ

২১. যদি $5xy+28x-2=0$ এবং $y=-4$ হয়, তাহলে $4x+y=$ কত? (প্রতিষ্ঠান মন্ত্রণালয়-০৭)

ক. 3

খ. 4

গ. -3

ঘ. 6

Ans: গ

সমাধান, $5xy+28x-2=0$

বা, $5x(-4) + 28x - 2 = 0$ [$y = -4$ বসিয়ে]

বা, $-20x + 28x - 2 = 0$

বা, $8x = 2$ বা, $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\therefore 4x + y = 4 \cdot \frac{1}{4} + (-4) = 1 - 4 = -3$

একটি রাশির মান বের করে দেয়া থাকলে, সমীকরণের ভেতরে শুধু সেই রাশিটির মান বসিয়ে অংকের সমাধান করুন।

যেমন:

২২. যদি $2x+y=12$ এবং $x=3$ হয়, তাহলে $x-y=$ কত? (যোগাযোগ মন্ত্রণালয়-০৭)

ক. ৫

খ. 8

গ. -3

ঘ. ৮

Ans: গ

সমাধান: এখানে পরের অংশে $x=3$ দেয়াই আছে, তাই প্রথম অংশে x এর জায়গায় 3 বসিয়ে সমাধান করুন

$2 \cdot 3 + y = 12$ বা, $y = 12 - 6 \therefore y = 6$

এখন x ও y উভয়েরই মান বসিয়ে $x - y = 3 - 6 = -3$ Ans: -3

পদ্ধতি-০২: প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সরল সহ-সমীকরণ

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি হচ্ছে একটি সমীকরণের কাজ আলাদাভাবে করার পর যে মানটি বের হবে তা অন্য সমীকরণে প্রয়োগ করে উত্তর বের করা। যেমন:

২৩. $x^2 + y^2 = 185$, $x - y = 3$ এর একটি সমাধান হল:- (৩৬তম বিসিএস)

ক. (7,4)

খ. (9,6)

গ. (10,7)

ঘ. (11,8)

উত্তর: ঘ

◆ লিখিত সমাধান:

আমরা জানি,

$2(x^2 + y^2) = (x+y)^2 + (x-y)^2 \Rightarrow 2 \times 185 = (x+y)^2 + 3^2 \Rightarrow (x+y)^2 = 370 - 9 \therefore x+y = \sqrt{361} = 19$

সুতরাং

$x - y = 3$ ----(i)

$x + y = 19$ ----(ii)

$2x = 22$ [(i) + (ii)]

$\therefore x = 11$

x এর মান ii নং বসিয়ে পাই,

$11 + y = 19$

$\therefore y = 8$

সুতরাং, নির্ণেয় সমাধান: $(x,y) = (11,8)$

◆ মুখে মুখে সমাধান:

$x^2 + y^2 = 185$ অর্থাৎ দুটি সংখ্যার বর্গের যোগফল 185 এবং $x - y = 3$ এই সংখ্যা দুটির পার্থক্য 3। প্রদত্ত অপশনগুলোর মধ্যে শুধুমাত্র (ঘ) নং অপশনের $11^2 + 8^2 = 121 + 64 = 185$ এবং $11 - 8 = 3$ হয়। তাই উত্তর: 11,8

১৪. $2x = 3y$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে, (x, y) হবে: [সরল সহ-সমীকরণের বহিরাগমন সহকারী পরিচালক ২০১১]

a. (6, 4)

b. (3, 2)

c. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{3})$

d. $(\frac{3}{2}, 1)$

Ans: b

সমাধান:

$$2x = 3y \text{-----(i)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{3y}{2}$$

$$\text{আবার } 3x - 2y = 5 \text{-----(ii)}$$

x এর মান (ii) নং এ বসাই

$$\text{বা, } 3\left(\frac{3y}{2}\right) - 2y = 5 \text{ বা, } \frac{9y}{2} - 2y = 5 \text{ বা, } \frac{9y - 4y}{2} = 5 \text{ বা, } 5y = 10 \therefore y = 2$$

y এর মান (i) নং এ বসাই

$$\text{বা, } 2x = 3 \cdot 2 \therefore x = 3 \text{ সুতরাং নির্ণেয় সমাধান: } (x, y) = (3, 2)$$

১৫. যদি $2xy + y = 14$ এবং $x = 3$ হয়, তাহলে $2y + x =$ কত? (বাংলাদেশ সরকারী কর্মকমিশন-০৬)

ক. ৫

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ৮

Ans: গ

Solution: $2xy + y = 14$

$$\text{বা, } y(2x + 1) = 14 \text{ বা, } y(2 \cdot 3 + 1) = 14 \text{ বা, } 7y = 14 \therefore y = \frac{14}{7} = 2$$

$$\therefore 2y + x = 2 \times 2 + 3 = 7$$

১৬. যদি $x + y = 4$ এবং $x - y = 3$ হয়, তাহলে $x + 2y =$ কত? (সমাজ কল্যাণ মন্ত্রণালয়-০৮)

Ans: $4\frac{1}{2}$

(Help: সমীকরণ দুটিকে উপরে নিচে লিখে প্রথমে x ও y এর মান বের করে তারপর সমাধান করতে হবে)

১৭. যদি $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ এবং $x + 2y = 10$ হয়, তাহলে x = কত? (বাংলাদেশ প.উন্নয়ন বোর্ড-০৬) [$x = 3y$ বসিয়ে $5y = 10, y = 2$]

ক. ৫

খ. ৬

গ. ৭

ঘ. ৮

Ans: খ

১৮. $a + b = 2, a - b = 0$ হলে $\frac{a}{b} =$ কত? (প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়-০৫)

ক. ১

খ. ২

গ. ৩

ঘ. ৮

Ans: ক

১৯. If $7x - 5y = 13$ and $2x - 7y = 26$, then $9x - 12y = ?$ (BRDB-04)

a. 13

b. 26

c. 39

d. 40

Ans: c

Solution:

$$7x - 5y = 13$$

$$2x - 7y = 26$$

$$9x - 12y = 39 \text{ (Ans: c)}$$

নিজে করুন:

২০. $3x - 7y + 10 = 0$ এবং $y - 2x - 3 = 0$ এর সমাধান- (৩১ তম বিসিএস)

ক) $x = 1, y = -1$

খ) $x = 1, y = 1$

গ) $x = -1, y = -1$

ঘ) $x = -1, y = 1$

Ans: ঘ

৩১. $x + y = 0$ এবং $2x - y + 3 = 0$ সরলরেখা দুটি কোন বিন্দুতে ছেদ করে? [১৭ তম বিসিএস/সমাধান করলেই উত্তর]

ক) $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

খ) (1,1)

গ) (-3,3)

ঘ) (-1,1)

Ans:ঘ

৩২. $x + 2y = 4$ এবং $xy = 2$ হয়, তবে $x =$ কত? [সমাজসেবা অধি: প্রবেশন অফিসার ২০১৩]

ক) 0

খ) 12

গ) 1

ঘ) 2

Ans: ঘ

পদ্ধতি-০৩: অপনয়ন পদ্ধতিতে সহ-সমীকরণ

□ অপনয়ন পদ্ধতি: যখন দুটি রাশিকে সমান করার জন্য একটি রাশিকে কোন একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করা হয়।

৩৩. $(x-y, 3) = (0, x+2y)$ হলে $(x, y) =$ কত? [৩৩ তম বিসিএস]

ক) (1,1)

খ) (1,3)

গ) (-1,-1)

ঘ) (-3,1)

উত্তর: ক

সমাধান:

এভাবে সমাধান আসলে সমীকরণটি সাজিয়ে নিতে হয় এভাবে

$$x - y = 0 \dots\dots(i)$$

$$x + 2y = 3 \dots\dots(ii)$$

$$-3y = -3 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

$$\therefore y = 1$$

এখন y এর মান (i) নং এ বসাই

$$x - 1 = 0 \text{ সুতরাং } x = 1$$

$$\text{সুতরাং নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (1, 1)$$

৩৪. (x, y) -এর মান কত, যখন- [সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার ২০০৯]

$$2x + 3y = 7 \text{ এবং } 5x - 2y = 8$$

a. (2,1)

b. (1,2)

c. (3,1)

d. (1,3)

Ans:a

সমাধান:

$$2x + 3y = 7 \dots\dots(i)$$

$$5x - 2y = 8 \dots\dots(ii)$$

(i) নং সমীকরণকে 2 এবং (ii) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই, (এভাবে গুণ করলে একটি রাশি সমান হবে)

$$4x + 6y = 14$$

$$15x - 6y = 24$$

$$19x = 38 \text{ [যোগ করে]}$$

$$\therefore x = 2$$

x -এর মান (i) নং-এ বসিয়ে পাই,

$$2 \cdot 2 + 3y = 7 \Rightarrow 3y = 7 - 4 \therefore y = 1 \text{ সুতরাং } (x, y) \text{ এর মান- } (2, 1)$$

৩৫. $2x + 3y = 1$ এবং $5x - 2y + 7 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত? [সহকারী উপজেলা শিক্ষা অফিসার -১০]

ক. 1, 1

খ. 3, 4

গ. -1, 1

ঘ. 2, -1

উত্তর: গ

সমাধান:

$$2x + 3y = 1 \dots\dots(i)$$

$$5x - 2y + 7 = 0$$

$$5x - 2y = -7 \dots\dots (ii)$$

নং কে 2 দ্বারা এবং (ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে যোগ করি,

$$4x + 6y = 2$$

$$15x - 6y = -21$$

$$19x = -19$$

$$\therefore x = -1$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$2(-1) + 3y = 1 \therefore y = 1 \text{ সুতরাং } x, y = (-1, 1)$$

৩৬. $2x + 3y = 3$ এবং $4x - 5y = 17$ হলে, x ও y- এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

ক. 1, -3

খ. 2, -1

গ. 3, -1

ঘ. -3, -1

উত্তর: গ

সমাধান:

$$2x + 3y = 3 \dots\dots (i)$$

$$4x - 5y = 17 \dots\dots (ii)$$

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$$4x + 6y = 6$$

$$4x - 5y = 17$$

$$11y = -11 \text{ [বিয়োগ করে]}$$

$$\therefore y = -1$$

$$2x + 3 \times (-1) = 3 \text{ [(i) নং মান বসিয়ে পাই]}$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \therefore x = 3$$

৩৭. $3x + 7y = 10$ এবং $4x - y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

ক. 1, 1

খ. $1, \frac{1}{2}$

গ. 2, 1

ঘ. $\frac{1}{2}, 1$

উত্তর: ক

সমাধান:

$$3x + 7y = 10 \dots\dots (i)$$

$$4x - y = 3 \dots\dots (ii)$$

(i) নং কে 1 এবং (ii) নং কে 7 দ্বারা গুণ করে পাই

$$28x - 7y = 21 \dots\dots (iii)$$

$$(i) + (iii) \Rightarrow 31x = 31$$

$$\therefore x = 1$$

$$(ii) \text{ নং এ মান বসিয়ে পাই } 4 \times 1 - y = 3 \therefore y = 1$$

৩৮. $2x + y = 7$ এবং $3x + y = 10$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক-১০]

ক. 2, 3

খ. 3, 1

গ. 4, -1

ঘ. 5, -3

উত্তর: খ

সমাধান:

$$2x + y = 7 \dots\dots (i)$$

$$3x + y = 10 \dots\dots (ii)$$

(ii) নং থেকে (i) বিয়োগ করে পাই $\Rightarrow x = 3$ আবার x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই $2 \times 3 + y = 7 \therefore y = 1$

৩৯. $3x - 4y = 10$ এবং $6x - 8y = 18$ এর সমাধান সেট কত? [৮ম বেসরকারি প্রডায়ক পরীক্ষা ২০১২]

- ক) $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ খ) (3, 0) গ) (2, 1) ঘ) কোনটিই নয় Ans: ঘ

সমাধান:

$$3x - 4y = 10 \text{-----(i)}$$

$$6x - 8y = 18 \text{-----(ii)}$$

(i) নং কে 2 এবং (ii) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই

$$6x - 8y = 20$$

$$6x - 8y = 18$$

$$0 = 2, \text{ যা অসম্ভব [বিয়োগ করে পাই]}$$

[x, y দুটোই উঠে যাওয়ায় কোন মানই বের হবে না। তাই উত্তর কোনটিই নয়]

নিজে করুন:

80. $3x - y = 7$ এবং $2x + y = 3$ সমীকরণে (x, y) = কত? [শ্রম মন্ত্রণালয়ের অধীনে সহকারি পরিচালক পদে ২০০৫]

- a. (1,1) b. (3,2) c. (2,-1) d. (-1,2) Ans: c

81. $5x + 3y = 7$ এবং $4x + 5y = 3$ হলে, x ও y এর মান হবে যথাক্রমে- [প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৫]

- a. 1,2 b. 2, -1 c. -1, 2 d. -2, 1 Ans: b

82. $2x + y = 8$ এবং $3x - 2y = 5$ হলে, x ও y এর মান কত? [জনশক্তি, কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর ইনস্ট্রাক্টও নিয়োগ-২০১৮]

- ক. (2, 3) খ. (2, 5) গ. (1, 2) ঘ. (3, 2) উত্তর : ঘ

সমাধান:

$$2x + y = 8 \text{..... (i)}$$

$$3x - 2y = 5 \text{..... (ii)}$$

(i) নং এর সাথে 2 গুণ করে গুণফল (ii) নং এর সাথে যোগ করে পাওয়া যাবে,

$$4x + 2y = 16$$

$$3x - 2y = 5$$

$$7x = 21$$

$$\therefore x = 3$$

x এর মান (i) নং এ বসালে পাই $2 \cdot 3 + y = 8 \Rightarrow \therefore y = 8 - 6 = 2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 2)

83. $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ এবং $\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3$ হলে (x, y) = কত? [একটি বাড়ী একটি খামার - (জেলা সমন্বয়কারী)-২০১৭]

- ক. (2, 5) খ. (8, 3) গ. (২, ৬) ঘ. (৬, ২) উত্তর : ঘ

সমাধান:

$$\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1 \text{-----(i)}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{3}{y} = 3 \text{-----(ii)}$$

(i) $\times \frac{1}{4}$ - (ii) $\times \frac{1}{3}$ করে পাই

$$\frac{x}{12} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{12} + \frac{1}{y} = 1$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline -\frac{1}{2y} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} - 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{-1-2}{2y} = \frac{1-4}{4} \Rightarrow \frac{-3}{2y} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2y} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2y = 4 \therefore y = 2$$

$$y \text{ এর মান (i) নং এ বসাই } \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 1+1 \Rightarrow \frac{x}{3} = 2 \therefore x = 6 \therefore (x,y) = (6,2)$$

পদ্ধতি-০৪: সহ-সমীকরণের প্রয়োগ

উপরের অংকগুলোতে সমীকরণ সাজিয়ে দেয়া থাকায়, সরাসরি সমাধান বের করা সম্ভব হয়েছে। কিন্তু এই পদ্ধতির অংকগুলোতে কিছু অংক কথায় লেখা থাকবে, সেখান থেকে সমীকরণ সাজিয়ে অংকটির অজানা রাশির মান বের করতে হবে।

88. দুইটি সংখ্যার সমষ্টি 80 এবং অন্তরফল (বিয়োগ ফল) 10। সংখ্যা দুইটি কত?

ক. ৪৫, ৩৫

খ. ৩৬, ২৬

গ. ২৭, ১৭

ঘ. ৭৮, ৬৮

উত্তর: ক

সমাধান:

এখানে জানা নেই সংখ্যা দুটি কি কি, তাই সমাধান করার সময় লিখতে হবে,

ধরি, একটি সংখ্যা x এবং অপর সংখ্যাটি y তাহলে

প্রথম শর্তমতে, $x+y = 80$ (i)

এবং ২য় শর্তমতে, $x-y = 10$ (ii)

$2x = 90$ [যোগ করে]

$\therefore x = 45$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$45+y = 80$, বা, $45+y = 80$ বা, $y = 80-45$, বা, $y = 35$ সুতরাং

Ans: 45 & 35

Suggestion: এ ধরনের সহজ সমীকরণের অংকগুলো কোণ কিছু না লিখেই কিভাবে মুখে মুখে করা সম্ভব তা বীজগণিত অধ্যায়ের শুরুতে মান নির্ণয় অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। সেখান থেকে আগে পড়ার পর বিস্তারিত নিয়মে করার জন্য এখানে সমাধান করে দেয়া অংকগুলো দেখুন।

85. দুইটি সংখ্যার গুনফল ১৫৬ এবং তাদের বর্গের যোগফল ৩১৩। সংখ্যা দুটির যোগফল কত? [BADC -(Computer-Operator)-2018]

a. ২৩

b. ২৫

c. ২৬

d. ২৭

Ans: b

Solution:

ধরি, সংখ্যা দুটি যথাক্রমে x এবং y

প্রথমতে, $xy = 156$ এবং $x^2 + y^2 = 313$

আমরা জানি,

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$\Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 2 \times 156 \Rightarrow (x+y)^2 = 313 + 312 \Rightarrow (x+y)^2 = 625 \therefore x+y = 25$

□ মাথা খটিতে পারলে কয়েক সেকেন্ডে উত্তর বের হবে: সংখ্যা দুটির গুনফল = ১৫৬ কে ভাগানো। যায় 12×13 আবার $12^2 = 144$ এবং $13^2 = 169$ এর যোগফল $144 + 169 = 313$ সুতরাং সংখ্যা দুয়ের যোগফল $12 + 13 = 25$ ।

৪৯. শহর A থেকে শহর B এর ২টি টিকেট এবং শহর A থেকে শহর C এর ৩টি টিকেটের মূল্য ৭৭ টাকা। আবার শহর A থেকে B এর ৩টি টিকেট এবং শহর A থেকে C এর ২টি টিকেটের মূল্য ৭৩ টাকা। শহর A থেকে B এবং শহর A থেকে C এর টিকেটের মূল্য যথাক্রমে কত? [DAE-(Store Keeper)-2017]
- a. ১৩ টাকা, ১৭টাকা b. ১৭ টাকা, ১৩ টাকা c. ৯টাকা, ১১টাকা d. ১১টাকা, ৯টাকা Ans: a

Solution:

ধরি, শহর A থেকে শহর B তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = x টাকা।

এবং শহর A থেকে শহর C তে যাওয়া টিকেটের মূল্য = y টাকা।

প্রথমতে,

$$2x+3y=77 \dots\dots\dots(i)$$

$$3x+2y=73 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) নং সমীকরণকে ২ এবং (ii) নং সমীকরণকে ৩ দিয়ে গুণ করে পাওয়া যায়।

$$4x+6y=154$$

$$9x+6y=219$$

.....

$$5x=65 \text{ (বিয়োগ করে।)}$$

$$\therefore x=13 \text{ আবার } 2x+3y=77 \Rightarrow 2 \times 13+3y=77 \Rightarrow 3y=51 \therefore y=17$$

সুতরাং A থেকে B এর ভাড়া ১৩টাকা এবং A থেকে শহর C এর ভাড়া ১৭ টাকা।

Shortcut: এ ধরনের প্রশ্ন সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান না করে অপশন ধরে হিসেব করলে সহজে উত্তর বের হবে।

□ নিজে করুন:

৫০. দুইটি সংখ্যার বিয়োগফল ৪৫ এবং একটি অপরাটর চারগুণ। বড় সংখ্যাটি কত?
 ক. ৪৫ খ. ৬০ গ. ৭০ ঘ. ৮০ উত্তর: খ
- (Help: এখানে $x-y=45$ এবং $x=4y$, x এর মান বসিয়ে নিজে করুন)
৫১. দুইটি সংখ্যার প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির পাঁচগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৫২ হয়। কিন্তু দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির আটগুণের সাথে যোগ করলে যোগফল ৬৫ হয়। সংখ্যা দুইটি কত? [Help: এখানে $x+5y=52$ এবং $8x+y=65$]
 ক. ৭, ৬ খ. ৭, ৯ গ. ৮, ৯ ঘ. ৬, ৯ Ans: খ

৫২. There are two numbers such that the sum of twice the first and thrice the second is 39, while the sum of thrice the first and twice the second is 36. The largest of the two is :
 [Janata Bank (EO)-2017 (afternoon)]
 a.6 b.8 c.9 d.12 Ans:c

Solution:

Let, the first number is x and second number is y

For first condition, $2x+3y=39$ ----- (i)

and for 2nd condition $3x+2y=36$ ---- (ii)

By solving the equation we get $x=6$ and $y=9$, So, largest number is 9

৫৩. $5x - 3y = 9$, $3x - 5y = -1$ হলে; $x, y = ?$ গ. (৩,১) ঘ. (৩,২) উত্তর: ঘ
 ক. (২,৩) খ. (২,১)
৫৪. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে ১ যোগ করলে $\frac{1}{2}$ হয় এবং হরের সাথে ১ যোগ করলে তা $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি কত?

সমাধান: ধরি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y । সুতরাং ভগ্নাংশটি হবে, $\frac{x}{y}$

প্রথম শর্তমতে, $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$ বা, $y = 2x + 2$ -----(i)

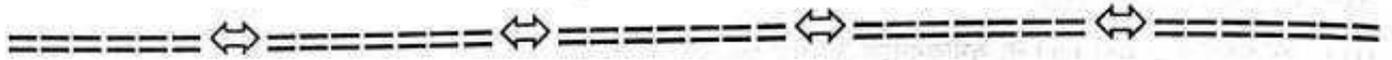
দ্বিতীয় শর্তমতে, $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{3}$ বা, $y + 1 = 3x$ -----(ii)

(i) নং থেকে y এর মান (ii) নং এ বসাই

বা, $2x + 2 + 1 = 3x$ বা, $-x = -3 \therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসাই $y = 2 \cdot 3 + 2$ বা, $y = 8 \therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{3}{8}$

Ans: $\frac{3}{8}$



লিখিত প্রশ্ন

১. ১০০ টাকায় ৪ টি কমলা এবং ১২টি আপেল ক্রয় করা যায় অথবা ১০টি কমলা এবং ৫ টি আপেল ক্রয় করা যায়। একটি কমলার মূল্য এবং একটি আপেলের মূল্য নির্ণয় করুন। [২৭তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান:

মনে করি, একটি কমলার মূল্য = x টাকা

এবং ১টি আপেলের মূল্য = y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $8x + 12y = 100$ -----(i)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 5y = 100$ -----(ii)

[(i) × 10 - (ii) × 4] করে আমরা পাই

$\Rightarrow 100y = 600$

$\Rightarrow y = 6$ টাকা

(i) নং এ $y = 6$ বসিয়ে পাই, $8x + 12 \cdot 6 = 100$ বা, $8x = 100 - 72 \therefore x = 9$

উত্তর: আপেলের মূল্য ৬ টাকা, কমলার মূল্য ৯ টাকা।

২. দুইটি শাড়ি ও ৪ টি শার্ট এর মূল্য ১৬০০ টাকা। সমপরিমাণ টাকা দিয়ে কোন ব্যক্তি ১টি শাড়ি ও ৬ টি শার্ট ক্রয় করতে পারে। যদি কোন ব্যক্তি ১২টি শার্ট কিনতে চায় তাহলে তাকে কত ব্যয় করতে হবে? [IBBL- (ATO)-2017]

ক. ২৪০০ টাকা

খ. ২৫০০ টাকা

গ. ২৬০০ টাকা

ঘ. ২৭০০ টাকা

উত্তর: ক

সমাধান:

ধরি,

একটি শাড়ির মূল্য = x টাকা এবং একটি শার্টের মূল্য = y টাকা।

প্রথম শর্তমতে, $2x + 8y = 1600$

বা, $x + 2y = 800$ -----(১)

২য় শর্তমতে, $x + 6y = 1600$ -----(২)

বিয়োগ করে পাই $8y = 800$; সুতরাং $y = 200$; অর্থাৎ একটি শার্টের দাম ২০০টাকা।

তাহলে ১২টি শার্টের দাম হবে $12 \times 200 = 2400$ টাকা।

৬. ২টি টেবিল ও ৩ টি চেয়ারের দাম একত্রে ১০৭৫ টাকা, আবার ৩ টি টেবিল ও ৮টি চেয়ারের দাম একত্রে ১৮৭৫ টাকা। একটি টেবিলের দাম নির্ণয় করুন।

(ক) ৪০০ টাকা

(খ) ৪২৫ টাকা

(গ) ৩০০ টাকা

(ঘ) ২০০ টাকা

উত্তর: খ

সমাধান:

মনে করি, একটি টেবিলের দাম x টাকা এবং একটি চেয়ারের দাম y টাকা।

প্রথম শর্তানুসারে, $2x+3y = 1075$ (i)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $3x+8y = 1875$ (ii)

সমীকরণ (i) $\times 8$ করে পাই, $16x+24y = 8600$

সমীকরণ (ii) $\times 3$ করে পাই, $9x+24y = 5625$

(বিয়োগ করে) $7x = 2975$ $\therefore x = \frac{2975}{7}$ $\therefore x = 425$

৭. ৯টি ঘোড়া এবং ৭টি গরুর মূল্য ৩০০০ টাকা এবং একই দরে ৬টি ঘোড়া এবং ১৩টি গরুর মূল্য একত্রে ৩০০০ টাকা। ওই দরে ৫ টি ঘোড়া এবং ৩টি গরুর মূল্য একত্রে কত টাকা হবে?

(ক) ১০৬০ টাকা

(খ) ১৫৬০ টাকা

(গ) ১৫০০ টাকা

(ঘ) ১৫৪০ টাকা

উত্তর: খ

সমাধান:

মনে করি, একটি ঘোড়ার মূল্য x টাকা, এবং একটি গরুর মূল্য y টাকা।

সুতরাং, প্রশ্নানুসারে, $9x + 7y = 3000$ (i)

এবং $6x + 13y = 3000$ (ii)

(i) $\times (2)$ করে পাই, $18x + 14y = 6000$ (iii)

(ii) $\times (3)$ করে পাই, $18x + 39y = 9000$ (iv)

(iv) থেকে (iii) বিয়োগ করে পাই, $25y = 3000$ or, $y = 120$

(i) এ y -এর মান বসিয়ে পাই, $9x+840 = 3000$

or, $9x = 2160$

or, $x = 240$

\therefore একটি ঘোড়ার মূল্য = 240 টাকা এবং একটি গরুর মূল্য 120 টাকা।

\therefore 5 টি ঘোড়া ও 3 টি গরুর মূল্য একত্রে-

$= (240 \times 5) + (120 \times 3) = (1200 + 360) = 1560$ টাকা।

উত্তর: ১৫৬০ টাকা।

□ নিজে করুন:

৫. পাঁচটি টেবিল ও 9 টি চেয়ারের মূল্য 9000 টাকা; আবার 4টি টেবিল ও 5 টি চেয়ারের মূল্য একত্রে 6100 টাকা। তিনখানি টেবিল ও 6 খানি চেয়ারের একত্রে মূল্য কত হইবে? উত্তর: 5700 টাকা।

৬. The price of 10 chairs is equal to that of 4 tables. The price of 15 chairs and 2 tables together is Tk. 4000. The total price of 12 chairs and 3 tables is [Combined 5 banks (Cash)-2019]

(A) Tk.3500

(B) Tk.3750

(C) Tk.3840

(D) 3900

Ans: D