

লগারিদম (Logarithm)

□ প্রাথমিক আলোচনা:

সর্বপ্রথম কটল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়ার' (1550-1617) লগারিদম আবিষ্কার করেন।
ঐ ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য, ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই

যদি $a^x = M$ হয় তবে x কে M এর a ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়। লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়: $\log_a M = x$

$\log_a M$ কে a ভিত্তিক লগ 'M' পড়া হয়।

ব্যবহারিক ক্ষেত্রে লগারিদমের ভিত্তি সাধারণত ১০ ধরা হয়। ১০ ভিত্তিক লগারিদমকে সাধারণ লগারিদম বলে। এই ক্ষেত্রে ভিত্তি উহ্য রাখা হয় অর্থাৎ $\log_{10} M$ বোঝাতে $\log M$ লেখা হয়।

□ লগারিদমের প্রবর্তন করেন- (গণমাধ্যম ইনস্টি: সহ: পরি:) উত্তর: জন নেপিয়ার

এই অধ্যায়ের সাথে সম্পর্কিত সূত্রাবলী:

- $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ (অর্থাৎ গুণ থাকলে যোগ এবং ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
- $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ (অর্থাৎ ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
- $\log_a M^n = n \log_a M$ (ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি, আবার ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি গুরুতে বসে) যেমন:
 $\log_x 10^5 = 5 \log_x 10$
- $\log_a 1 = 0$ (যে কোন ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়)
- $\log_a a = 1$ অর্থাৎ $\log_{10} 10 = 1$ (ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়।)
- $\log_a a^2 = 2$ অর্থাৎ $\log_x x^4 = 4$ (অর্থাৎ কখনো log এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে তাই উত্তরে লিখতে হয়)
- $\log a + \log b + \log c = \log(abc)$ (log কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ)
- $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$ (log কমন নেয়ার সময়, বিয়োগ থাকলে ভাগ হয়, এবং প্রথমটি উপরে বসে)
- $\log_a y = x$ হলে $a^x = y$ (সূত্রটি সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ)

□ ব্যাখ্যা: (কোন পাওয়ার = কোন মান দেয়া থাকলে log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায়) অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন: $\log_x 4 = 2$ হলে $x^2 = 4$

Log এর বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-০১: Log- এর সাধারণ প্রশ্নসমূহ

1. $\text{Log}3 + \text{log}4 = ?$

a. $\text{log}2$

b. $\text{log}4$

c. $\text{log}6$

d. $\text{log}12$

Ans:d

সমাধান: $\text{Log}3 + \text{log}4 = \text{Log}(3 \times 4) = \text{log}12$

2. $3\text{log}2 + \text{log}5 = ?$

a. $\text{log}20$

b. $\text{log}40$

c. $\text{log}60$

d. $\text{log}12$

Ans:b

সমাধান: $\text{Log}2^3 + \text{log}5 = \text{Log}8 + \text{log}5 = \text{Log}(8 \times 5) = \text{log}40$

3. $\text{log}_2 64 + \text{log}_2 8$ এর মান কত? [জনপ্রশাসন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-২০১৬]

ক. ১২৮

খ. ৭

গ. ৯

ঘ. ২

উত্তর: গ

সমাধান: $\text{log}_2 64 + \text{log}_2 8 = \text{log}_2 2^6 + \text{log}_2 2^3 = 6 \text{log}_2 2 + 3 \text{log}_2 2 = 6 + 3 = 9$

Ans:9

4. $5\text{log}_5 5 - \text{log}_5 25 =$ কত?

a. 7

b. -7

c. 5

d. 3

[Help: $5-2=3$]

Ans:d

Learning point: Log এর অংকগুলো করার সময়, সব সময় চেষ্টা করবেন কিভাবে ভিত্তিমূল ও ভিত্তিকে সমান করা যায়, কেননা ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলে গেলে দুটোই বাদ দেয়া যাবে, তখন তার পাওয়ারটিই হবে উত্তর।

5. $\text{Log}_3 9 =$ কত?

a. 2

b. -7

c. 5

d. 3

Ans:a

সমাধান:

$\text{Log}_3 9$

$= \text{Log}_3 3^2$

$= 2 \text{Log}_3 3$ (পাওয়ার শুরুতে চলে যায়)

$= 2 \times 1$ (Log এর ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান 1 হয়)

$= 2$

Ans: 2

এই অংকটিই মুখে মুখে করতে চাইলে এভাবে ভাবুন

ভিত্তিমূল ও ভিত্তি মিলিয়ে দেয়ার পর যা পাওয়ার থাকবে তা - ই উত্তর।

6. $\text{Log}_2 8 =$ কত? [প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: - ২০১৮]

(ক) ১

(খ) ২

(গ) ৩

(ঘ) ৪

Ans: গ

সমাধান

$$\text{Log}_2 8 = \text{Log}_2 2^3 = 3 \text{Log}_2 2 = 3 \quad [\text{যেহেতু } \text{Log}_a a = 1]$$

7. $\text{Log}_4 2 =$ কত? এখানে নিচের ভিত্তিমূলকে পরিবর্তন করা যাবে না। তাই উপরের ভিত্তি ২ কে ভিত্তিমূলের সাথে মেলানোর জন্য যা

করা দরকার তাই করতে হবে। আমার জানি $\sqrt{4} = 2$ সুতরাং আমরা ২ কে ৪ বানানোর জন্য লিখতে পারি $2 = \sqrt{4}$

সমাধান: $\text{Log}_4 2 = \text{Log}_4 \sqrt{4} = \text{Log}_4 4^{\frac{1}{2}} \quad (\text{যেহেতু } \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}})$

$$= \frac{1}{2} \quad (\text{Log এর ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে যাওয়ায়, পাওয়ার রেখে সব বাদ দেয়া হয়েছে।})$$

Ans: $\frac{1}{2}$

17. $\log_5(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$ [৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর ১ এর ৩]

a. $\frac{3}{5}$

b. 6

c. $\frac{5}{6}$

d. 5

Ans: c

✍️Solution:

$$\log_5 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6}$$

পদ্ধতি-০২: Log- এর সমাধান

18. $\log_{\sqrt{2}} 16 =$ কত? (৮ম প্রভাবক নিব: পরীক্ষা-১২)

[Help: $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{\sqrt{2}} 2^4 = \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^8 = 8$]

a. 7

b. 8

c. 5

d. 3

Ans: b

19. $\log_2 16$ -এর মান কত?

[Help: $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$]

ক. 5

খ. 3

গ. 4

ঘ. $\frac{1}{4}$

Ans: গ

20. $\log_3 9$ এর মান- [৩৫তম বিসিএস]

[Help: $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$]

ক) 2

খ) -2

গ) 3

ঘ) -3

Ans: ক

21. $\log_x 9 = -2$ হলে, x-এর মান কত? (বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১)

a. 7

b. -7

c. 5

d. 3

Ans: d

[Help: $\log_x 9 = -2$ বা, $x^{-2} = \frac{1}{9}$ বা, $x^2 = \frac{1}{3^2}$ বা, $x^2 = 3^{-2} \therefore x = 3$]

Ans: 3

22. $\log_x \frac{1}{16} = -2$ হলে, x - এর মান কত? [১২তম বেসরকারি কুল নিবন্ধন পরীক্ষা- ১৫]

(ক) 3

(খ) 5

(গ) 4

(ঘ) 6

Ans: গ

✍️সমাধান: $\log_x \frac{1}{16} = -2 \Rightarrow x^{-2} = \frac{1}{4^2} \Rightarrow x^{-2} = 4^{-2} \therefore x = 4$

23. $\log_{10} (0.001) =$ কত? [বেলগে উপ-সহকারী -২০১৩]

(ক) -2

(খ) -3

(গ) $\frac{1}{2}$

(ঘ) $\frac{1}{3}$

Ans: খ

✍️ সমাধান: ধরি, $\log_{10} (.001) = x$ বা, $10^x = .001$ বা, $10^x = 10^{-3} \therefore x = -3$
 [এভাবে x ধরে করা যায় আবার দশমিক থেকে ভগ্নাংশ বানিয়ে উপরের নিয়মেও করা যায়। উত্তর একই আসবে।]

24. $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$ হলে, $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right)$ এর মান কত? [৩৫-তম বিসিএস]

ক) 1

খ) 2

গ) 4

ঘ) 5

উত্তর: গ

✍️সমাধান:

$\log_a x = n$ হলে $x = a^n$

$\log_a x = 1$ বা, $a^1 = x \therefore x = a^1 = a$ (কোননা.)

$\log_a y = 2$ বা, $a^2 = y \therefore y = a^2$

$\log_a z = 3$ বা, $a^3 = z \therefore z = a^3$

এখন, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right) = \log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right) = \log_a a^4 = 4 \log_a a = 4 \times 1 = 4$

Ans:4

25. $\log_x \left(\frac{3}{2} \right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x - এর মান কত? (৩৭-তম বিসিএস প্রিলি)

(ক) $\frac{4}{9}$

(খ) $\frac{9}{4}$

(গ) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(ঘ) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

উত্তর: (ক)

□ ব্যাখ্যা: $\log_x \left(\frac{3}{2} \right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$ (পাওয়ার এ মাইনাস থাকলে তা উল্টাশ আকারে লিখতে হয়)

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \therefore x = \frac{4}{9}$

26. সমাধান করুন: $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$

☞ Solution: $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ বা, $a^{\frac{1}{6}} = \sqrt{2}$, বা, $a^{\frac{1}{3 \cdot 2}} = 2^{\frac{1}{2}}$ বা, $a^{\frac{1}{3}} = 2$ বা, $a = 2^3 \therefore a = 8$ Ans: 8

27. $\log_{12} \sqrt{12} = ?$

ক. 3

খ. 4

গ. $\frac{1}{2}$

ঘ. $\frac{1}{3}$

Ans: গ

28. $\log_{10} x = -2$, হলে x এর মান কত?

ক. 1

খ. $\frac{1}{100}$

গ. 10

ঘ. 120 = খ

[Help: $10^{-2} = x$ বা, $x = \frac{1}{10^2} \therefore x = \frac{1}{100}$]

29. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে x এর মান কত? (৮ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২) + [৩৭তম বিসিএস লিখিত]

a. 7

b. 4

c. 5

d. 3

Ans:b

☞ সমাধান: $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$

বা, $(2\sqrt{5})^x = 400$ (পাওয়ার এবং মান কে স্থানান্তরিত করে)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 16 \times 25$ (৪০০ কে ভাগানোর সময় এমন সংখ্যা দিয়ে ভাগতে হবে যেন বর্গ সংখ্যা হয়)

বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4 \times 5^2$ বা, $(2\sqrt{5})^x = 2^4 \times (\sqrt{5})^4 =$ বা, $(2\sqrt{5})^x = (2\sqrt{5})^4 \therefore x = 4$

30. $\text{Log}_3 324 = 4$ হলে, x এর মান কত? (অর্থ মন্ত্রণালয়ের পরিদপ্তরের সহঃ পরীক্ষা-১০৫)

☞ সমাধান: $\text{Log}_3 324 = 4$

বা, $x^4 = 324$ বা, $x^4 = 81 \times 4$ বা, $x^4 = 3^4 \times (\sqrt{2})^4$ বা, $x^4 = (3\sqrt{2})^4 \therefore x = 3\sqrt{2}$

31. 32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? (১৩তম বিসিএস)

a. 7

b. -7

c. 5

d. 3

Ans:c

☞ Solution:

$\text{Log}_2 32$ (32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত বলতে বোঝায় Log এর 2 ভিত্তির উপর 32 বসালে তার মান কত হবে)
 $= \text{Log}_2 2^5 = 5$ Ans: 5

☐ নিজে করুন:

32. 64 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত? (কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরোর উপ-পরিচালক পরীক্ষা-০৭)

a. 7

b. 6

c. 5

d. 3

Ans:b

33. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? (৯ম-১০ম শ্রেণী ৪.২ এর উদাহরণ ৭ এর (ক))

a. $\frac{3}{2}$

b. $\frac{2}{3}$

c. 1

d. 5

Ans:a

☞ Solution:

$5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ = $\log_5 (5\sqrt{5})$
 $= \log_5 5^{1.5} = \log_5 5^{1+\frac{1}{2}} = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_5 5 = \frac{3}{2}$ [যেহেতু, $\text{Log}_a a = 1$]

34. $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$ = কত? (পরিবেশ ও বন মন্ত্রণালয়ের সহ পরিচালক: ১০)

ক. \log_5

খ. 1

গ. $\log 2^2$

ঘ. $3\log 2$

Ans:খ

☞ Solution:

$\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$
 $\log_2 \left(\sqrt{6 \times \frac{2}{3}} \right) = \log_2 (\sqrt{2 \times 2}) = \log_2 2 = 1$

35. $\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$ হলে, x এর মান কত? (৯ম-১০ম শ্রেণী (উচ্চতর গণিত- অনু: ৯.২ এর উদাহরণ: ৫)

Ans: 32

☞ সমাধান:

$\text{Log}_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{8}} x = \frac{10}{3} \Rightarrow x = (\sqrt{8})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2^{3 \times \frac{1}{2}})^{\frac{10}{3}} \Rightarrow x = (2)^{\frac{3 \times 10}{3}} \Rightarrow x = 2^5 \therefore x = 32$

Model Test

পূর্ণমান: ১০

সময়: ১০ মিনিট

1. $\log_{10} x = 3$ হলে x-এর মান কত? (উপজেলা পল: উন্নয়ন কর্মকর্তা-১২)

a. 1000

b. 1002

c. 1004

d. 10000

2. $\log_4 \frac{3}{4} = -2$ হলে x এর মান কত?

a. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

c. $\sqrt{3}$

d. 0

3. $\log_2 8 + \log_3 27$ এর মান কত?

a. 4

b. 2

c. 3

d. 6 ans: d

4. 64 এর 4 ভিত্তিক লগারিদম কত?

a. 3

b. 5

c. 7

d. 9

5. $\log_6 625 = 4$ হলে $x =$ কত?

a. 6

b. 5

c. 8

d. 11

6. $\log_3 x = 3$ হলে $x =$ কত?

a. 125

b. 225

c. 375

d. 120

7. $\log_4 324 = 4$ হলে x এর মান কত? ((চ-ম প্রভাষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১২)

a. $\sqrt{2}$

b. $2\sqrt{3}$

c. $3\sqrt{2}$

d. none

8. $\log_8 2 =$ কত?

a. 1

b. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{2}{3}$

d. $\frac{1}{3}$

9. $\log_x \frac{1}{25} = -2$ হলে, x -এর মান কত? (বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষা-১১)

a. 3

b. 2

c. 5

d. 4

10. $x^{\frac{1}{2}} =$ কত?

a. $\frac{1}{\sqrt{x}}$

b. $\frac{1}{2}$

c. $-x$

d. \sqrt{x}

উত্তরমালা

১.	a	২.	b	৩.	d	৪.	a	৫.	b
৬.	a	৭.	c	৮.	d	৯.	c	১০.	a

লিখিত প্রশ্ন

1. যদি $\frac{\log a}{q-r} = \frac{\log b}{r-p} = \frac{\log c}{p-q}$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে, $a^{q+r} b^{r+p} c^{p+q} = 1$ [৩৫ তম বিসিএস(লিখিত)]

ধরি, $\frac{\log a}{q-r} = \frac{\log b}{r-p} = \frac{\log c}{p-q} = k$

বা, $\frac{\log a}{q-r} = k \quad \therefore \log a = k(q-r)$

বা, $(q+r)\log a = k(q-r)(q+r)$ [উভয় পক্ষে $(q+r)$ গুণ করে।]

বা, $\log a^{q+r} = k(q^2-r^2)$

$\therefore \log a^{q+r} = kq^2 - kr^2$

Khairul's Basic Math

অনুরূপ ভাবে $\log a^{r+p} = kr^2 - kp^2$ এবং $\therefore \log c^{p+q} = kp^2 - kq^2$
 এখন, $\log a^{q+r} + \log b^{r+p} + \log c^{p+q} = kq^2 - kr^2 + kr^2 - kp^2 + kp^2 - kq^2$
 $\log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = 0$
 $\Rightarrow \log(a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q}) = \log 1$ [$\because \log 1 = 0$] $\therefore a^{q+r} \cdot b^{r+p} \cdot c^{p+q} = 1$ (প্রমাণিত)

2. সরল করুন : $3\log \frac{36}{25} + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2\log \frac{16}{125}$ (সমাজ কল্যাণ সংগঠক-০৭)

{Ans: log2}

সমাধান:

$3\log \left(\frac{36}{25}\right) + \log \left(\frac{2}{9}\right)^3 - 2\log \frac{16}{125}$ (বাম পাশের সংখ্যাগুলোকে পাওয়ার হিসেবে লেখা হয়েছে)

$= \log \left(\frac{4 \times 9}{5^2}\right)^3 + \log \left(\frac{2}{3^2}\right)^3 - \log \left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2$

$= \log \left(\frac{2^2 \times 3^2}{5^2}\right)^3 + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6}$

$= \log \frac{2^6 \times 3^6}{5^6} + \log \frac{2^3}{3^6} - \log \frac{2^8}{5^6}$

$= \log \left(\frac{2^6 \times 3^6}{5^6} \times \frac{2^3}{3^6} \times \frac{5^6}{2^8}\right)$ (log কমন নিলে +টি x ও -টি+ হয়ে যায়। + কে x করে শেষের ভগ্নাংশটি উল্টানো হয়েছে)

$= \log \frac{2^9}{2^8}$ (সবগুলো কাটাকাটি করে অবশিষ্টাংশ লেখা হয়েছে)

$= \log 2^{9-8}$ (ভাগ থাকলে পাওয়ার বিয়োগ করতে হয়) $= \log 2$

Ans. log2

3. $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$ (৯ম-১০ম শ্রেণী (সাধারণ গণিত-অনু: ৪.২ এর উদাহরণ-১০:))

সমাধান:

$\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$

$= \frac{\log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10} (10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10} \frac{12}{10}}$

$= \frac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} (10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} (3 \times 2^2) - \log_{10} 10} = \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1}$ [$\because \log_{10} 10 = 1$] $= \frac{3}{2}$ Ans. $\frac{3}{2}$