

ল.সা.ও ও গ.সা.ও (L.C.M & H.C.F)

□ ল.সা.ও (L.C.M.- Least Common Multiple)

দুই বা ততোধিক রাশির মধ্যে সাধারণ গুণিতকের সবচেয়ে ছোট গুণিতকটিকে লম্বির সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.ও বলে। যেমন-
 $x^2y^2z^2$, $x^3y^2z^2$ এবং $x^4y^3z^3$ এ রাশি তিনটির ল.সা.ও $x^4y^3z^3$

□ ল.সা.ও নির্ণয়ের নিয়ম:

- পাঠ্যপুস্তকের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাতালো থাকবে তার ল.সা.ও নির্ণয় করতে হবে।
- দীর্ঘগণিতীয় রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদকের সবচেয়ে শক্তি বের করতে হবে।
- এখন উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.ও।

□ ল.সা.ও এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

১. a^2bc , ab^2c এবং abc^2 -এর ল.সা.ও কত? (উপরেলা পরিমার্জন করতঃ 10)

- a. $a^3b^3c^3$ b. $a^2b^2c^2$ c. a^2bc^2 d. $a^2b^2c^2$ **Ans: a**

▶ সমাধান:

প্রদত্ত রাশি তিনটির ল.সা.ও হবে- প্রতিটি রাশির মধ্যে সবচেয়ে পাওয়ার বিশিষ্ট সংখ্যা তালোর গুণফল নির্ণয় ল.সা.ও, $a^2b^2c^2$

২. $(a+b)$ এবং $a^2(a-b)$ -এর ল.সা.ও কত? (পার-সার্ভিস কমিশনে সহঃ পরিঃ 04)

- a. $a^2(a^2-b^2)$ b. $a^3(a^2-b^2)$ c. $a^4(a^2-b^2)$ d. $a^3(a^3-b^3)$ **Ans: a**

৩. $2x^2+x$ এবং $4x^2-1$ এর ল.সা.ও কত? (বানা শিক্ষা অফিসার-00)

- a. $x(2x+2)(2x-1)$ b. $x(x+1)(2x-1)$ c. $x(2x+1)(2x-2)$ d. $x(2x+1)(2x-1)$ **Ans: d**

▶ সমাধান:

প্রথম রাশি, $2x^2 + x = x(2x + 1)$

দ্বিতীয় রাশি, $4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1^2 = (2x + 1)(2x - 1)$

ল.সা.ও = $x(2x + 1)(2x - 1)$

৪. x^2y-xy^2 এবং x^2-y^2 -এর ল.সা.ও কত? (তথ্য মন্ত্রঃ অধীন সহঃ পরিঃ-03)

- a. $x(x+y)(x-y)$ b. $xy(x-y)(y+x)$ c. $y(y-x)(x+y)$ d. $xy(x-y)(x+y)$ **Ans: d**

৫. x^3+x^2y , x^2y+xy^2 এর ল. সা. ও. কোনটি? (32তম বিসিএস (বিশেষ)) (কমন ও আনকমন উভয় রাশি নিতে হবে)

- a. $xy(x+y)$ b. $x^2(x+y)$ c. $x^2y(x+y)$ d. $y(x+y)$ **Ans: c**

৬. $3x^2+9$, x^4-9 এবং x^4+6x^2+9 -এর ল.সা.ও নির্ণয় করুন। (বরুই মন্ত্রঃ পুলিশ সহঃ-02)

- a. $(x^2+3)(x^2-3)(x^2+3)$ b. $3(x^2+3)(x-3)(x^2+3)$ **Ans: d**
 c. $3(x^2+3)(x^2-3)(x^2+4)$ d. $3(x^2+3)^2(x^2-3)$

৭. x^3-1 , x^3+1 , x^4+x^2+1 এর ল. সা. ও. কত? (প্রশ্নঃ শিক্ষক-10)

- a. x^3-1 b. x^4-1 c. x^9-1 d. x^6-1 **Ans: d**

▶ Solution:

১ম রাশি, $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

২য় রাশি, $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

Khairul's Basic Math

$$\begin{aligned} \text{৩য় রাশি, } x^4 + x^2 + 1 &= (x^2)^2 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \\ \text{নির্ণেয় ল.সা.ও} &= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) \\ &= (x^3 - 1)(x^3 + 1) = x^6 - 1 \end{aligned}$$

□ নিজে করুন:

৮. ল. সা. ও. নির্ণয় করুন, $a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$, [৮ম বেসরকারী শিক্ষক নিবন্ধন ও প্রত্যয়ন পরীক্ষা 2012]

a. $a^3 - 1$

b. $a^2 - 1$

c. $a - 1$

d. $a^6 - 1$

Ans. d

৯. $4x^2y^2z$ এবং $6xy^2z$ এর ল. সা. ও. কত? [জাক ও টেলিযোগাযোগ মন্ত্রণালয়ের টেলিফোন পরিচালক 2004]

a. $12x^2y^2z$

b. $12xy^2z$

c. $10x^2y^2z$

d. $12x^2y^2z$

Ans. d

□ গ.সা.ও. (H.C.F. - Highest Common Factor):

দুই বা ততোধিক রাশির অন্তর্গত সর্বোচ্চ সংখ্যক সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কের ধারাবাহিক গুণফলকে ঐ রাশিগুলোর গ.সা.ও. সাধারণ গুণনীয়ক বা গ.সা.ও. বলা হয়। যেমন- $x^2y^3z^4, x^4y^2z^2$ এবং $x^3y^4z^3$ এ রাশি তিনটির গ.সা.ও. $x^2y^2z^2$

□ গ.সা.ও. নির্ণয়ের নিয়ম :

- পাটিগণিতের নিয়মে রাশিগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাগুলো থাকবে তার গ.সা.ও. নির্ণয় করতে হবে।
- বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে।
- প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সংখ্যক বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর এবং সাংখ্য-সহগের গ.সা.ও. এ ধারাবাহিক গুণফল হচ্ছে নির্ণেয় গ.সা.ও.।

☞ গ.সা.ও. এর উপর বিভিন্ন প্রশ্ন:

১০. $(4x^2 - 16)$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ -এর গ.সা.ও. ----- (31তম বিসিএস)

a. $4(x+2)$

b. $2(x+3)$

c. $2(x+2)$

d. $2(x+5)$

Ans: c

☞ সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি, } 4x^2 - 16 = 4(x^2 - 4) = 4(x^2 - 2^2) = 4(x + 2)(x - 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি, } 6x^2 + 24x + 24 \Rightarrow 2(3x^2 + 12x + 12) \Rightarrow 2(3x^2 + 6x + 6x + 12)$$

$$\Rightarrow 2\{3x(x + 2) + 6(x + 2)\} \Rightarrow 2(x + 2)(3x + 6)$$

$$\text{নির্ণেয় গ.সা.ও.} = 2(x + 2)$$

১১. $(2x^2 - 8)$ এবং $4x^2 + 20x + 24$ -এর গ.সা.ও. ---

a. $x + 4$

b. $x + 2$

c. $x - 2$

d. $2(x + 2)$

Ans: d

☞ সমাধান:

$$\text{প্রথম রাশি} = 2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x^2 - 2^2) = 2(x + 2)(x - 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 4x^2 + 20x + 24 = 4(x^2 + 5x + 6) = 4(x^2 + 3x + 2x + 6) = 4\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$$

$$= 2 \cdot 2(x + 3)(x + 2)$$

$$\text{নির্ণেয় গ.সা.ও.} = 2(x + 2)$$

☞ Shortcut: ১ম রাশি $2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x^2 - 2^2) = 2(x + 2)(x - 2)$

$$\text{২য় রাশি} = 4(x^2 + 5x + 6) = 2 \cdot 2(x + 3)(x + 2)$$

অর্থাৎ 2 উৎপাদক হিসাবে d. নং এ আছে উহার সঠিক উত্তর।

১২. Find the HCF (গ.সা.ও) of $x^3 - 16x$, $2x^3 + 9x^2 + 4x$, $2x^3 + x^2 - 28x$. [Agrani Bank (SO-Auditor)-2018-(Written)]

↓Solution:

<p>প্রথম রাশি, $x^3 - 16x$ $= x(x^2 - 16) \Rightarrow x(x^2 - 4^2) \Rightarrow x(x+4)(x-4)$ ২য় রাশি $2x^3 + 9x^2 + 4x$ $= x(2x^2 + 9x + 4)$ $= x(2x^2 + 8x + x + 4)$ $= x\{2x(x+4) + 1(x+4)\}$ $= x(x+4)(2x+1)$</p>	<p>৩য় রাশি $2x^3 + x^2 - 28x$ $= x(2x^2 + x - 28)$ $= x(2x^2 + 8x - 7x - 28)$ $= x\{2x(x+4) - 7(x+4)\}$ $= x(x+4)(2x-7)$</p>
<p>সুতরাং H.C.F বা (গ.সা.ও) = $x(x+4)$ (গ.সা.ও বের করার সময় শুধু কমন রাশিগুলো নিতে হয়।)</p>	<p>Ans. $x(x+4)$</p>

১৩. $x^2 - 11x + 30$ এবং $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$ এর গ.সা.ও কত? [25তম বিসিএস]

a. $x-4$

b. $x-2$

c. $2x-5$

d. $x-5$

Ans: d

প্রসমাধান: প্রথম রাশি $= x^2 - 11x + 30 = x^2 - 5x - 6x + 30 = x(x-5) - 6(x-5) = (x-5)(x-6)$

২য় রাশি $= x^3 - 4x^2 - 2x - 15 = x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2(x-5) + x(x-5) + 3(x-5) = (x^2 + x + 3)(x-5)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.ও = $x - 5$

১৪. $x^2 + 5x$, $x^2 - 25$, $x^2 + 7x + 10$ এর গ.সা.ও কত? [একটি বাজী একটি খামার - (জেগা সমন্বয়কারী)-২০১৭]

ক. $x-5$

খ. $x+5$

গ. $x(x+5)$

উত্তর : খ

প্রসমাধান:

১ম রাশি $= x^2 + 5x = x(x+5)$

২য় রাশি $= x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$

৩য় রাশি $= x^2 + 7x + 10 = x^2 + 5x + 2x + 10 = x(x+5) + 2(x+5) = (x+5)(x+2)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.ও. = $(x+5)$

□নিজে করুন:

১৫. $a^2 - 3a$, $a^2 - 9$, $a^2 - 4a + 3$ এর গ.সা.ও. হবে- [হম মহলগালের সহকারী পরিচালক 2005]

a. $(a-3)$

b. $(a-2)$

c. $(a+2)$

d. $(a+3)$

Ans.a

১৬. সাধারণ উৎপাদক নির্ণয় করুন : $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$, $b^2 - c^2 - a^2 - 2ac$ (পররাই মহলগালয়-০৬)

Ans: $a+b+c$

↓Solution:

১ম রাশি $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc = a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc) = a^2 - (b+c)^2 = (a+b+c)(a-b-c)$

২য় রাশি $b^2 - c^2 - a^2 - 2ac = b^2 - (c^2 + a^2 + 2ac) = b^2 - (c+a)^2 = (a+b+c)(b-c-a)$

∴ নির্ণেয় সাধারণ উৎপাদক (গ.সা.ও) = $a+b+c$

১৭. $a(a+b)$, $ab(a+b)$, এবং $a(a+b)^2$ এর গ.সা.ও কত? [বিআরটিএ (মেট্রিকান পরিদর্শক)-২০১৭]

ক. $a(a+b)$

খ. $ab(a+b)$

গ. $a+b$

ঘ. $a(a+b)^2$

উত্তর : ক

প্রসমাধান:

১ম রাশি $= a(a+b)$, ২য় রাশি $= ab(a+b)$, ৩য় রাশি $= a(a+b)^2 = a(a+b)(a+b)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.ও. = $a(a+b)$

১৮. দুটি সংখ্যার ল.সা.ও $a^2b(a+b)$ এবং গ.সা.ও $a(a+b)$ । একটি সংখ্যা a^3+a^2b হলে, অপর সংখ্যাটি কত? (সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার-৯৯)

পরি:পরি:অফিস:-১৯)

a. a^2b+ab^2

b. $ab+ab^2$

c. a^2b+ab

d. a^2b+b^2

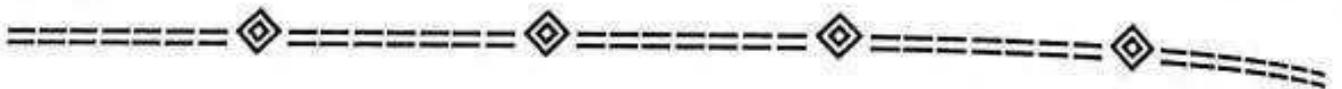
Ans: a

সমাধান:

$$\text{অপর সংখ্যা} = \frac{\text{গ.সা.ও} \times \text{ল.সা.ও}}{\text{একটি সংখ্যা}} = \frac{a^2b(a+b) \times a(a+b)}{a^2(a+b)} = ab(a+b) = a^2b + ab^2$$

□ বীজগণিতের ল.সা.ও এবং গ.সা.ও এর সারমর্ম:

- উৎপাদকের অংকের মতই প্রথমে প্রদত্ত রাশিগুলোকে ভাগতে হবে।
- ল.সা.ও এর উত্তরটি বড় এবং গ.সা.ও এর উত্তরটি ছোট হবে।
- ল.সা.ও এর ক্ষেত্রে কমন আনকমন সবগুলো রাশি একবার করে নিতে হবে, কোনটা দুবার নেয়া যাবে না।
- গ.সা.ও এর ক্ষেত্রে শুধু মিল রাশিগুলো নিতে হবে, এবং মিল না থাকলে উত্তর ১ হবে।
- রাশি গুলোর সাথে সাধারণ সংখ্যা আসলে তাদের ল.সা.ও গ.সা.ও ভিন্নভাবে করে উত্তরে যোগ করে দিতে হবে।



বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

১. x সংখ্যক আমের দাম y টাকা হলে, x টাকায় কতটি আম পাওয়া যাবে? (পর:মন্ত্র প্রশা: কর্ম: 01)

Ans. $\frac{x^2}{y}$

২. If $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ then $\frac{xy}{x+y} = ?$ [B.B.L.Off:14]

a. $\frac{1}{5}$

b. $\frac{1}{3}$

c. 1

d. 3

Ans: 3

সমাধান: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \quad \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{3} \quad \therefore \frac{xy}{x+y} = 3$

৩. $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y} = ?$ [B.C.B.L.Off: 08]

a. $\frac{(x-y)}{x+y}$

b. $\frac{(x-y)^2}{x+y}$

c. $x-y$

d. $2+x-y$

Ans: d

সমাধান $\frac{2x+2y+x^2-y^2}{x+y} = \frac{2(x+y) + (x-y)(x+y)}{x+y} = \frac{(x+y)(2+x-y)}{x+y} = 2+x-y$

৪. $\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{y^2-x^2}{xy} =$ কত? (সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার-৯৯)

Ans. $\frac{2x}{y}$

৫. $\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{2y}{x}$ হবে? [Help: $\frac{2y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{2y^2 - x^2}{xy}$]

৬. $\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac}$ = কত? [১৬তম বিসিএস]

সমাধান:

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}{a^2 + 2ac + c^2 - b^2} = \frac{(a+b)^2 - c^2}{(a+c)^2 - b^2} = \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b+c)} = \frac{(a+b-c)}{(a-b+c)}$$

৭. $\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে? (কর্মসংস্থান ও প্রশিক্ষণ ব্যুরো-০৭)

Ans: $\frac{y^2 - x^2}{xy}$

Solution: প্রশ্নটি সমাধান করার আগে প্রাকটিকালি এভাবে ভাবুন:

১০ টাকার সাথে কত টাকা যোগ করলে ১২ টাকা হয়? অর্থাৎ প্রথমে সংখ্যাটি ছোট ছিল পরে অন্য একটি সংখ্যা যোগ করার পর তা বড় হয়ে গেছে। এখন বড় সংখ্যাটি থেকে পূর্বের সংখ্যাটি বিয়োগ করলে যে বিয়োগফল আসবে তাই হলো উত্তর। যেমন: $12 - 10 = 2$ অর্থাৎ ১০ এর সাথে ২ যোগ করলে যোগফল = ১২ হবে।

ঠিক তেমনি:

$\frac{x}{y}$ এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{y}{x}$ হবে বের করার জন্য যোগফল $\frac{y}{x}$ থেকে আগের সংখ্যাটি বিয়োগ দিলেই উত্তর

বের হবে। সুতরাং সংখ্যাটি হলো $= \frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{y^2 - x^2}{xy}$ = উত্তর: $\frac{y^2 - x^2}{xy}$ [কোন সংখ্যাটি আগে বসবে তা লক্ষ্য রাখবেন]

৮. সরল করুন: $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2+1}$ [২৪তম বিসিএস, লিখিত]

সমাধান: $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2+1}$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x+1 - x+1}{(x-1)(x+1)} \right) - \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^2+1 - x^2+1}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{2}{x^4-1}$$

Ans: $\frac{2}{x^4-1}$

