

অনুপাত-সমানুপাত(Ratio-Proportion)

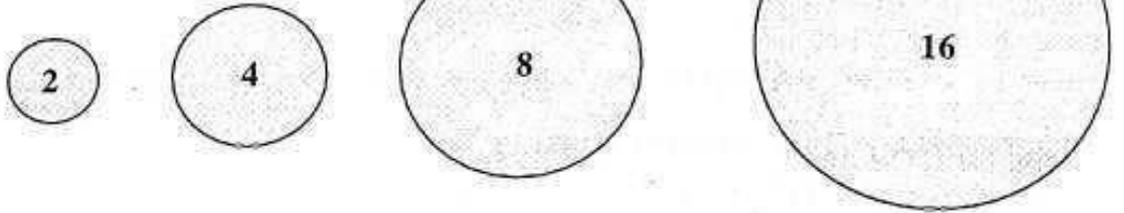
এই অধ্যায়ে আমরা শিখবো

পদ্ধতি-০১:	সাধারণ অনুপাত
পদ্ধতি-০২:	সমানুপাত বের করা
পদ্ধতি-০৩:	ভগ্নাংশের অনুপাত
পদ্ধতি-০৪:	দুটি ভিন্ন অনুপাতকে এক অনুপাতে পরিণত করা
পদ্ধতি-০৫:	সমীকরণ সাজিয়ে অনুপাতের সমাধান
পদ্ধতি-০৬:	বিবিধ অনুপাত
পদ্ধতি-০৭:	এই অধ্যায়ের উচ্চতর স্তরের কিছু প্রশ্ন লিখিত প্রশ্ন ও সমাধান

□প্রাথমিক আলোচনা:

ΔRatio বা অনুপাত কী?

ভালোভাবে বোঝার জন্য চিত্র দেখুন।



এখানে ৪ টি বৃত্তের মধ্যে প্রথম বৃত্তটির দ্বিগুণ হচ্ছে পরের বৃত্তটি এবং ৪গুণ হচ্ছে তৃতীয় বৃত্তটি আবার শেষের বৃত্তটি হচ্ছে ৮গুণ। তাহলে প্রথম বৃত্ত ও শেষের বৃত্তের তুলনা হচ্ছে ২:১৬ যাকে ১:৮ ও লেখা যায়। আবার ২য় বৃত্ত: ৪র্থ বৃত্ত = ৪:১৬ বা ১:৪ অর্থাৎ ৪ গুণ বড়।

সুতরাং আমরা বলতে পারি অনুপাত হচ্ছে এক বা একাধিক রাশির তুলনা যাকে (:) চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয় যা একটি ভগ্নাংশের

নির্দেশ করে। যেমন: $৩:৭ = \frac{৩}{৭}$

❖ মনে রাখুন:

- অনুপাত হচ্ছে একটি ভগ্নাংশ যাতে প্রথম রাশি লব এবং দ্বিতীয় রাশি হর।
- অনুপাতকে সবসময় ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করতে হয়। অর্থাৎ ১০:৪ না লিখে লিখা যায় ৫:২
- অনুপাতের তুলনার যে রাশি প্রথমে তার মান ও প্রথমেই বসাতে হয়। যেমন: A:B = 5:2 হলে B:A = 2:5 লেখা যায়। কিন্তু A:B = 5:2 এবং B:A = 5:2 লেখা যাবে না।
- অনুপাতে প্রকাশ করার জন্য কমপক্ষে দুটি রাশির মানের প্রয়োজন।

একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় যা অনেকে গুলিয়ে ফেলে, রিমির বয়স ১৫, রিনির বয়স ১২ তাই রিমি:রিনি = $১৫:১২ = \frac{৫}{৪}$ এরকম অংকে খেয়াল রাখতে হবে কে বড় আর কে ছোট এবং কার নাম প্রথমে আছে আর কার নাম পরে আছে। আবার যদি বলে রিনি ও রিমির বয়সের অনুপাত কত তখন ৫:৪ না লিখে ৪:৫ লিখতে হবে।

অর্থাৎ যার নাম আগে তার বয়সও আগে লিখতে হবে।

কিছু গুরুত্বপূর্ণ বিষয় মনে রাখুন:

□ ব্যস্ত বা বিপরীত অনুপাত (Reciprocal Ratio):

সাধারণ একটি অনুপাতে ঘুরিয়ে লিখলে যে নতুন অনুপাত তৈরী হয় তাকে পূর্বের অনুপাতটির ব্যস্ত অনুপাত বলে।
যেমন- ৫:৬ কে ঘুরিয়ে লিখলে হবে ৬:৫।

উদাহরণ: ক এর ১০% = খ এর ২০% এর সমান হলে ক:খ শতকরা অনুপাত = ১০:২০ = ১:২ হলেও তাদের মোট সম্পদের পরিমানের অনুপাতটি ব্যস্তানুপাত হবে অর্থাৎ ২:১ হয়ে যাবে। ঠিক একই ভাবে গতিবেগের অনুপাত: ২:৩ হলে সময়ের অনুপাতটি উল্টে যায় অর্থাৎ ৩:২ হয়।

□ মিশ্র অনুপাত (Compound Ratio):

একের অধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফলকে পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশিগুলোর গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে যে অনুপাত তৈরী করা হয়, তাকে মিশ্র অনুপাত বলা হয়। যেমন- ৩:৪, ৫:৬ ও ২:৫ তিনটি সরল অনুপাত। তাদের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল = (৩×৫×২) = ৩০ এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল = (৪×৬×৫) = ১২০। সুতরাং প্রদত্ত অনুপাত তিনটির মিশ্র অনুপাত ৩০:১২০। বা ১ : ৪ (এগুলো পরীক্ষায় আসে)

মনে রাখবেন: অনুপাতের কোন নির্দিষ্ট একক নেই। অর্থাৎ ৬ : ৭ = ৬ কেজি ও ৭ কেজি এভাবে বলা যাবে না। বরং যখন যার অনুপাত প্রকাশ করবে তখন সেই নামই হবে।

□ কিছু সাধারণ প্রশ্ন:

১. ৫ : ৭, ১৪ : ১৫ ও ৯ : ২০-এর যৌগিক অনুপাত কত?

সমাধান: নির্ণেয় যৌগিক অনুপাত = $\frac{৫ \times ১৪ \times ৯}{৭ \times ১৫ \times ২০} = \frac{৩}{১০} = ৩ : ১০$

২. ৪ : ৭ ও ১০ : ১১ অনুপাত দুইটির মধ্যে কোনটি বৃহত্তম?

সমাধান:

$৪ : ৭ = \frac{৪}{৭}$ এবং $১০ : ১১ = \frac{১০}{১১}$ [অনুপাত কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়]

এখানে হরদ্বয় ৭ ও ১১ এর ল.সা.গু. = ৭৭ [দুটি ভগ্নাংশের হর দুটি কে সমান করলে তুলনা করতে সহজ হবে।]

এখন, $৪ : ৭ = \frac{৪}{৭} = \frac{৪ \times ১১}{৭ \times ১১} = \frac{৪৪}{৭৭}$,

এবং $১০ : ১১ = \frac{১০}{১১} = \frac{১০ \times ৭}{১১ \times ৭} = \frac{৭০}{৭৭}$; এখানে, $\frac{৭০}{৭৭} > \frac{৪৪}{৭৭}$

সুতরাং ১০ : ১১ অনুপাতটি বৃহত্তর।

[একই নিয়মে ৩, ৪টি অনুপাতের মধ্য থেকে ছোট বড় টি বের করা যায় ভগ্নাংশের তুলনা করার মত করে হিসেব করে।]

৩. সাজুর ও রাজুর বয়সের অনুপাত ৩:২; সাজুর বয়স ১৫ বছর হলে, রাজুর বয়স কত?

ক.১০

খ.১২

গ.১৩

ঘ.১৪

উত্তর:ক

সমাধান:

এখানে লক্ষ্য করুন, অনুপাতের প্রথমে সাজুর নাম তাই অনুপাতটির প্রথমটি সাজুর বয়স। তাই এখানে অনুপাতের ৩ অংশের মান = ১৫ হলে ১ অংশের মান হবে $১৫ \div ৩ = ৫$ । এখন যেহেতু রাজুর বয়স বের করতে বলেছে তাই এই ১ অংশের মান দিয়ে রাজুর অংশকে গুণ করতে হবে। আর এই অংকটিতে রাজুর অংশ হল ২। তাই রাজুর বয়স হবে $৫ \times ২ = ১০$ বছর।

□ আবার একটু ভিন্ন ভাবে আসতে পারে, যেমন:

৪. সাজু ও রাজুর বয়সের অনুপাত ৪:৫; রাজুর বয়স ২০ হলে সাজুর বয়স কত?

ক. ১০

খ. ১২

গ. ১৬

ঘ. ৩৬

উত্তর: ঘ

সমাধান:

এখানে অনুপাতের ৪ অংশ = ২০ না, বরং ৫ অংশ = ২০ কেননা ২০ হলো রাজুর বয়স এবং রাজুর বয়সের অনুপাতিক মান হলো ৫। অনেকেই ভুল করতে পারে, এক্ষেত্রে আগে ১ অংশের মান আনলে মুখে মুখে করা যাবে। যেমন: ৫ অংশ = ২০

তাই ১ অংশ = $\frac{২০}{৫} = ৪$, এখন ৪ অংশ = $৪ \times ৪ = ১৬$ বছর, (কেননা সাজুর বয়স মোট অনুপাতের ৪ অংশ),

আবার যদি তাদের দু জনের মোট বয়স কত? চাইতো তাহলে, $৪+৫ = ৯$ অংশের মান বের করতে হবে, ৯ অংশ = $৪ \times ৯ = ৩৬$ বছর।

অনেকে ২ জনের আলাদা আলাদা বয়স বের করে যোগ করবেন, তাতেও হবে কিন্তু ২ সেকেন্ড সময় বেশি লাগবে। তাই যেভাবে করলে দু সেকেন্ড সময় কম লাগবে সেভাবে শেখার চেষ্টা করুন।

□ উল্টোভাবে আসলে, যেমন:

৫. পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৪:১, তাদের মোট বয়স ৫০ বছর হলে কার বয়স কত?

ক. ৪০ ও ১০

খ. ৪২ ও ১২

গ. ৩৭ ও ১৩

ঘ. ৩৬ ও ১৪

উত্তর: ক

সমাধান:

দেখেই বোঝা যাচ্ছে, পিতার ৪ অংশ + পুত্রের ১ অংশ = মোট ৫ অংশ, আবার মোট বয়স ৫০ বছর, তাই ৫ অংশের মান = ৫০

বছর। তাহলে ১ অংশের মান $\frac{৫০}{৫} = ১০$ বছর, এখন পিতার বয়স = ৪ অংশ $\times ১০ = ৪০$ বছর এবং পুত্রের বয়স = ১ অংশ

$\times ১০ = ১০$ বছর।

এখানে মনে রাখবেন অনুপাতের মধ্যকার সংখ্যাগুলো অনুযায়ী অংশ ধরা হয় এবং যত অংশের মান দেয়া থাকে সেই অংশ কে ভাগ করে প্রথমে এক অংশের মান বের করার পর যার অংশ বের করতে বলে তার অংশ বের করতে হয়। যেমন:

৬. ক, খ ও গ এর আয়ের অনুপাত ২ : ৩ : ৫ টাকা। ক এর আয় ১০০ টাকা হলে গ এর আয় কত টাকা, এবং তিন জনের মোট আয় কত?

সমাধান:

এরকম অংকের ক্ষেত্রে সবার আগে অংকটি করা শুরু করবেন অংকে প্রদত্ত সংখ্যাটি থেকে, অর্থাৎ অংকটিতে যে ১০০ দেয়া আছে তা কী? এটা হলো ক এর মোট আয়। আবার অনুপাতে ক এর মোট অংশ ২ তাহলে বোঝাই যাচ্ছে এই ১০০ হচ্ছে ২ অংশের মান। এখানে ২ অংশের মান ১০০ টাকা তাই ১ অংশের মান হচ্ছে $১০০ \div ২ = ৫০$ টাকা। তাহলে গ এর আয় অনুপাতে দেয়া আছে ৫ অংশ, তাই ৫ অংশের মান হবে $৫০ \times ৫ = ২৫০$ টাকা। আবার তাদের মোট আয় হবে $২+৩+৫ = ১০$ অংশ অর্থাৎ $১০ \times ৫০ = ৫০০$ টাকা।

☞ **Very Very Important** : এখান থেকে ভালোভাবে শিখে নিন এই ১ অংশ বিষয়টি কি? কিভাবে এই ১ অংশের মান বের করে তা দিয়ে অনুপাতের বিভিন্ন অংক খুব দ্রুত করা যায়। তাহলে অধিকাংশ অংকই মুখে মুখে করতে পারবেন।

৭. করিম ও রহিমের বেতনের অনুপাত ৭:৫। করিমের বেতন রহিমের বেতন অপেক্ষা ৪০০ টাকা বেশী হলে করিমের কাছে মোট কত টাকা আছে? (আবহাওয়া: অবি: সহ: আবহাওয়াবিদ: -০০)

ক. ১০০০

খ. ১২০০

গ. ১৩০০

ঘ. ১৪০০

উত্তর: ঘ

সমাধান:

প্রথমে অনুপাতের বিয়োগফল অর্থাৎ $৭-৫=২$ এখন এই ২ ভাগ = ৪০০ টাকা তাই ১ ভাগ = ২০০ টাকা
আর ১ ভাগের মান বের হলে কার মান কত তা সহজেই মুখে মুখে বের করা যায়। এখানে করিমের অংশ = ৭। তাই করিমের কাছে টাকা আছে = $৭ \times ২০০ = ১৪০০$ টাকা।

অনুপাত-সমানুপাতের বিভিন্ন পদ্ধতির প্রশ্ন

পদ্ধতি-১ : সাধারণ অনুপাত

৮. $৪:৫ = ১২:X$ হলে, X -এর মান কত? (সহ:শি:-১০)

□ টিপস:

এ ধরনের অংকে প্রথমে দেখতে হবে একটি অনুপাত সমান হারে বাড়ার ক্ষেত্রে কতগুণ বেড়েছে? যতগুণ বাড়বে অন্য সংখ্যাটিও ততগুণ বাড়বে।

✍ সমাধান:

লক্ষ্য করুন, এখানে প্রথম অনুপাতটিতে বামপক্ষ ছিল ৪ এবং এই ৪ ই ২য় অনুপাতে ১২ হয়ে গেছে। অর্থাৎ $১২ \div ৪ = ৩$ গুণ বেড়ে গেছে। তাহলে পরের যে সংখ্যাটি অর্থাৎ ৫ ও ৩ গুণ বেড়ে যাবে। তাই উত্তর হবে $৫ \times ৩ = ১৫$ উত্তর: ১৫

□ নিজে করুন:

৯. $৩:৭ = ১২:X$ হলে, X -এর মান কত?

(৪ গুণ করে বাড়বে)

ক. ২৪

খ. ২৬

গ. ২৮

ঘ. ৩০

উত্তর: গ

১০. দুইটি সংখ্যার অনুপাত $৫:৮$ । ছোট সংখ্যাটি ৬৫ হলে, বড় সংখ্যাটি কত? (সহ:শি:-১০) [Help: ১৩গুণ বেড়েছে]

ক. ১০২

খ. ১০৪

গ. ১০৬

ঘ. ১১০

উত্তর: খ

১১. ২টি সংখ্যার যোগফল ৮। যদি সংখ্যাগুলো $৩:১$ অনুপাতে থাকে, তবে সংখ্যাগুলোর গুণফল কত হবে?

ক. ১০

খ. ২০

গ. ১২

ঘ. ১৪

উত্তর: গ

[Help: প্রথমে ১ অংশের মান বের করুন তারপর অনুপাতের সংখ্যা দিয়ে গুণ করে উত্তর বের করুন, ৮ হচ্ছে ৪ অংশের মান]

□ দুটি অনুপাতের মান বের করা:

দুটি ভিন্ন ভিন্ন রাশির অনুপাত দেয়া থাকবে, তাদের যে কোন একটির মান বের করতে হবে।

- উত্তর রাশি: ডান হাতের পাশে যে রাশি থাকে তা-ই উত্তর রাশি।
- পূর্ব রাশি: উত্তর রাশি বাদে যে রাশি থাকে তাকে পূর্ব রাশি বলে।

১২. দুইটি রাশির অনুপাত $৬:১১$ । উত্তর রাশি ৯৯ হলে, পূর্ব রাশি কত? (সহ:শি:-০৬)

ক. ২৯

খ. ৩০

গ. ৫৪

ঘ. ৪৫

উত্তর: গ

✍ সমাধান:

এ ধরনের অংক মুখে মুখে-ই করা সম্ভব এবং খাতা কলম ছাড়াই করতে হবে। লক্ষ্য করুন অনুপাত বাদে যে ৯৯ সংখ্যাটি দেয়া আছে তা হল অনুপাতের ১১ অংশের মান, তাহলে সংখ্যাটি ৯ গুণ বেড়ে গেছে। সুতরাং অপর রাশিটিও সমান অনুপাতে ৯ গুণ বেড়ে হয়ে যাবে ৫৪।

১৩. দুইটি বইয়ের মূল্যের অনুপাত $৫:৭$ । দ্বিতীয়টির মূল্য ৮৪ টাকা হলে, প্রথমটির মূল্য কত? (৬ষ্ঠ শ্রেণী-(অনু:২.১))

✍ সমাধান:

২য় বইটির মূল্য = ৭ অংশ = ৮৪ হলে ১ অংশ = $৮৪ \div ৭ = ১২$ ।

তাহলে প্রথম বইটির মূল্য হবে = ৫ অংশ = $৫ \times ১২ = ৬০$ টাকা।

উত্তর: ৬০ টাকা।

১৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত $৫:৭$ এবং এদের যোগফল ১০৮। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? [BADC (AC)-2017]

ক. ৪২

খ. ৪৯

গ. ৫৬

ঘ. ৬৩

উত্তর: ঘ

✍ সমাধান:

$৫+৭ = ১২$ অংশের মান = ১০৮ হলে ১ অংশের মান $১০৮ \div ১২ = ৯$ তাহলে বড় সংখ্যাটি = $৯ \times ৭ = ৬৩$ উত্তর: ৬৩

১৫. The ratio of the two numbers is 3:4 and their sum is 630. The smaller one of the two number is ---/দ্বিতীয় সংখ্যক- (ক্যাশ)-২০১৮/

(ক) ৩৬০

(খ) ২৭০

(গ) ১৮০

(ঘ) ১২০

উত্তর: খ

সমাধান:

$3+4 = 7$ অংশের মান ৬৩০ সুতরাং ১ অংশের মান $630 \div 7 = 90$ । ছোট সংখ্যাটি = ৩ অংশ = $3 \times 90 = 270$ ।

Note: অনুপাতের অংকে অনুপাত বাদে যে সংখ্যাটি দেয়া থাকবে তা নিয়ে সর্ব প্রথম ভাবা শুরু করবেন। এভাবে সে সংখ্যাটি কত অংশের মান? তাহলে যে কোন অনুপাতের অংকই খুব দ্রুত এমনকি মুখে মুখে উত্তর বের করা সম্ভব।

১৬. কিছু টাকা লাভিব, সামি ও সিয়ামের মধ্যে 5 : 4 : 2 অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হল। সিয়াম 180 টাকা পেলে লাভিব ও সামি কত টাকা পাবে নির্ণয় কর। [৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]

লিখিত সমাধান:

ধরি, লাভিব, সামি ও সিয়ামের কাছে যথাক্রমে $5x$, $4x$ এবং $2x$ টাকা আছে।

প্রশ্নমতে,

সিয়ামের টাকা $2x = 180$

$\therefore x = 180 \div 2 = 90$ টাকা।

সুতরাং লাভিব পাবে, $5x = 5 \times 90 = 450$ টাকা

এবং সামি পাবে, $4x = 4 \times 90 = 360$ টাকা

মুখে মুখে: x ধরে পাশের নিয়মের এই লিখিত সমাধানটিকেই আমরা ১ অংশ ধরে মুখে মুখে উত্তর বের করতে পারি। অনুপাতে সিয়ামের অংশ ২ আবার যেহেতু প্রশ্নে সিয়ামের টাকা ১৮০ তাহলে ২ অংশ = ১৮০ হলে ১ অংশ = ৯০, লাভিব = ৫ অংশ = $5 \times 90 = 450$ ও সামি ৪ অংশ = $4 \times 90 = 360$

নিজে করুন:

১৭. দুইটি রাশির অনুপাত ৮:১৫। পূর্ব রাশি ৪০ হলে, উত্তর রাশি কত? (সহ:শি:-১০)

ক. ৭৫

খ. ৩০

গ. ৪৫

ঘ. ৫০

উত্তর: ক

১৮. ৫৬ কে ৮:৭ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে? (সহ:শি:-০৭) ৪৯

ক. ২৯

খ. ৩৯

গ. ৪০

ঘ. ৪৯

উত্তর: ঘ

সমাধান:

হ্রাস পাওয়া অর্ধ কমে যাওয়া এখানে ৮ অনুপাত থেকে ৭ অনুপাতে আনলে কমবে। ৫৬ সংখ্যাটি ৮ অংশের মান। তাই হ্রাস কৃত সংখ্যাটি হবে $7 \times 7 = 49$ ।

১৯. ধানে চাল ও তুষ্কের অনুপাত ৭:৩ হলে, এতে শতকরা কী পরিমাণ চাল আছে? (বোর্ড বই-৯ম-১০ শ্রেণী) + IAKUB (Cashier)-2017]

ক. ৮৫%

খ. ৯৫%

গ. ৬৫%

ঘ. ৭০%

উত্তর: ঘ

সমাধান:

অনুপাতের যোগফল = $7+3 = 10$ যেখানে চাল আছে ৭ অংশ।

\therefore চালের পরিমাণের শতকরা হার = $\frac{7 \times 100}{10} \% = 70 \%$

২০. কোনো ক্লাসে বালকদের গড় বয়স বালিকাদের সংখ্যার দ্বিগুণ। ৩৬ জনের ঐ ক্লাসে বালক ও বালিকাদের সংখ্যার অনুপাত ৫:১। ঐ ক্লাসের বালকদের মোট বয়স কত বছর? [BADC (AO)-2017]

a. ৩০০

b. ৩২০

c. ৩৬০

d. ৪০০

Ans: c

Solution:

$5+1 = 6$ অংশের মধ্যে মোট বালক = $36 \times \frac{5}{6} = 30$ জন এবং বালিকা = $36-30 = 6$ জন।

\therefore বালকদের গড় বয়স = ১২ বছর। সুতরাং বালকদের মোট বয়স = $30 \times 12 = 360$ বছর।

২১. একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত 4:7। ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে? (৯ম-১০ম শ্রেণীর অনু:১১.২)

সমাধান:

আগের অংশ = ৪ অংশ = ৩০৪ তাহলে ১ অংশ = $308 \div 4 = 76$ কুইন্টাল।

নতুন অংশ = ৭ অংশ = $76 \times 7 = 532$ কুইন্টাল। উত্তর: ৫৩২ কুইন্টাল।

□ নিজে করুন

২২. ৬৩ কে ৯:৭ অনুপাতে হ্রাস করলে নতুন সংখ্যা হবে?

ক. ২৯

খ. ৩৯

গ. ৪৯

ঘ. ৪৫

উত্তর: গ

২৩. In a school, the ratio of boys to girls is 3 to 7. If there are 150 boys and girls in the school, how many boys are there? [Sonali Janata and Agrani bank Ltd officer (Cash) BRC 2008]

a. 40

b. 50

c. 55

d. 45

Ans: d

[Help: Total students = 150 which is equal to $3+7 = 10$ part, so 3 part = ?]

২৪. In a class the ratio of boys and girls was 7 to 3. If there were 210 girls in the class, what was the number of boys in the class? (BB Cash Officer-11) [Help: 3 part = 210]

a. 490

b. 492

c. 482

d. 400

Ans: a

২৫. In a class, the ratio of the number of boys to girls is 5:3. What percent of the students of the class are girls? (একটি ক্লাসে ছাত্র-ছাত্রীর অনুপাত ৫: ৩ হলে ঐ ক্লাসের শতকরা কতজন ছাত্রী?) [IFIC bank Ltd Probationary officer- 2008]

a. 37.5%

b. 38.5%

c. 39.5%

d. 45.5%

Ans: a

সমাধান:

অংকটিতে বলা হয়েছে যে ছাত্র-ছাত্রী = ৫:৩ অর্থাৎ ৫ জন ছাত্র থাকলে ছাত্রীর সংখ্যা ৩ জন। এখানে অনেকে ভুল করে ফেলতে পারেন এভাবে করতে গেলে ৫ জনে ছাত্রী = ৩ জন লিখা যাবে না। কেননা বের করতে বলা হয়েছে, ক্লাসের সকলের মধ্যে ছাত্রী কত শতাংশ? তাহলে প্রথমে বের করতে হবে যে ক্লাসে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত? এখানে মোট ছাত্র-ছাত্রীর অনুপাতিক মান $5+3 = 8$ । তাই লিখতে হবে ৮ জনের মধ্যে ছাত্রী = ৩ জন। তাহলে ১০০ জনের মধ্যে ছাত্রী সংখ্যা হবে,

$$\frac{3 \times 100}{8} = 37.5\% \text{ উত্তর: } 37.5\% \text{ (নিচেরটা ও একই নিয়মে করুন)}$$

□ মান হতে পারবে না:

ধরুন আপনার কাছে লাল ও হলুদ রংয়ের মিলে মোট ৫০টি বল। এখন এই বলগুলো, ২:৩, অথবা ৩:২, বা ৪:১ অথবা ১:৪ এভাবে থাকতে পারে। কারণ এই অনুপাতের যোগফলগুলো দিয়ে ৫০ কে ভাগ করা যাচ্ছে। কিন্তু বলগুলোর অনুপাত ৫:১ বা ৫:২ এরকম কোন হতে পারবে না। কারণ তখন অনুপাতের যোগফল দিয়ে ৫০ কে ভাগ করা যাচ্ছে না। তাহলে যে অনুপাতগুলো দিয়ে ভাগ করা যাবে সেগুলো হতে পারবে। আর যেগুলো দিয়ে যাবে না সেগুলো হতে পারবে না।

২৬. যদি দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪:৩ হয়, তবে নিচের কোন সংখ্যাটি ঐ দুটি সংখ্যার যোগফল হতে পারবে না। [CGDF Auditor Exam-2017]

a. ১১২

b. ১৫৪

c. ১৭৮

d. কোনটিই নয়

Ans: c

Solution:

দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪:৩ হলে ঐ সংখ্যাদুটির যোগফল অবশ্যই অনুপাতের যোগফল দিয়ে নি:শেষে বিভাজ্য হতে হবে।

প্রশ্নে প্রদত্ত অপশন গুলোর মধ্যে শুধু ১৭৮ কে ৭ দিয়ে ভাগ করা যাচ্ছে না বলে এটাই উত্তর:

□টিপস:

এরকম অংকের ক্ষেত্রে প্রথমে যার যার অনুপাত বের করতে বলা হবে সেগুলোকে পাশাপাশি লিখুন, তারপর এমন ভাবে কাটাকাটি করুন যেন অবশিষ্ট সংখ্যাটিকে আর কাটাকাটি করা না যায়। ভুল করে আগেবটা পরে বা পরেরটা আগে লিখলে হবে না। কেননা ৫:৬ আর ৬:৫ এক জিনিস না।

✍সমাধান:

এখানে সঞ্চয়ের সাথে আয়ের অনুপাত বের করতে বলা হয়েছে। কিন্তু প্রশ্নে সঞ্চয় দেয়া নেই। তাই প্রথমে সঞ্চয় বের করে নিতে হবে। আয় - ব্যয় = সঞ্চয়। সুতরাং

সঞ্চয় $২২০০ - ১৬৫০ = ৫৫০$ টাকা। এখন সঞ্চয় : আয় = $৫৫০ : ২২০০$ (প্রথমটিকে উপরে এবং পরের রাশিটিকে নিচে

রেখে কাটাকাটি করলে সুবিধা হবে) $\frac{৫৫০}{২২০০}$ বা $\frac{১}{৪}$ কে অনুপাত আকারে সাজালে হবে $১:৪$ । উত্তর: $১:৪$

৩৩. ৪:২৫ এর দ্বিগুণানুপাত কত? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা (সাধারণ) নিয়োগ-২০১৮]

ক. ৮:৫০

খ. ২:৫

গ. ১৬:৬২৫

ঘ. ৮:২৫

উত্তর: গ

✍সমাধান:

কোনো অনুপাতের বর্গহি হলো তার দ্বিগুণানুপাত। সুতরাং ৪:২৫ এর দ্বিগুণানুপাত হলো $৪^২:২৫^২$ বা, $১৬:৬২৫$ ।

[Be careful: দ্বিগুণানুপাতের নাম শুনে ২ দিয়ে গুণ করে ৮:৫০ লিখলে ভুল হবে। কিন্তু জানা না থাকলে এটাই করবে অনেকে আর ভুল হচ্ছে তা বুঝতে পারবে না কারণ অপশনগুলোর শুরুতে ৮:৫০ ই দেয়া আছে। তাই সাবধান। এজন্য এরকম ছোট খাটো বিষয়গুলো জেনে রাখতে হবে।]

□নিজে করুন:

৩৪. কোনো স্কুলে মোট ২০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ১৫০ জন ছাত্র। ছাত্র এবং ছাত্রীর অনুপাত কত? (সহ:শি:-০২)

ক. ৩:১

খ. ৫:১

গ. ৪:২

ঘ. ৪:১

উত্তর: ক

[Help: ছাত্রী = $২০০ - ১৫০ = ৫০$ সুতরাং ছাত্র:ছাত্রী = $১৫০:৫০ = ৩:১$ (২০০ কিছু মোট ছাত্র ছাত্রী।)]

৩৫. If Marie has twice as much money as Curie has, who has three times as much money as Sunny has, what is the ratio of the amount of money Sunny has to the amount of money Marie has? (BB Ass: Director-2006)

a. 1:8

b. 1:6

c. 1:4

d. 1:2

Ans:b

✍সমাধান:

অনুপাত বের করতে হবে সানি : মেরী এখন প্রশ্নে কু গুলো থেকে সবার শেষের সানির টাকার অংশ ধরি = x ,

তাহলে কুরীর টাকা হবে $3x$ এবং মেরীর টাকা হবে $6x$ সুতরাং সানি ও মেরীর অনুপাত $x:6x$ বা $১:৬$

(পরামর্শ: এ ধরনের অংক অর্ধ বুঝে সবথেকে ছোট জনের বয়স ধরে শুরু করতে হয়)

□দুটি রাশির মানের পার্থক্য:

৩৬. একটি জারে দুধ ও পানির অনুপাত ৫:১। দুধের পরিমাণ যদি পানি অপেক্ষা ৮ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত?

(২৬তম বিসিএস) + RAKUB (Cashier)-2017]

ক. ২

খ. ৩

গ. ৪

ঘ. ৫

উত্তর:ক

□টিপস: এরকম অংক করার ক্ষেত্রে প্রথমে অনুপাতের রাশিদ্বয়ের পার্থক্য বের করে ঐ পার্থক্য = পার্থক্যের যে মান দেয়া থাকবে তা লিখতে হবে। তারপর ১ অংশের মান বের করে যার যত অংশ তত দিয়ে গুণ করে দিলেই সংখ্যাগুলো বের হয়ে যাবে। যেমন:

Khairul's Basic Math

✍ লিখিত সমাধান:

মনে করি, দুধ ও পানির পরিমাণ যথাক্রমে = $5x$ ও x

$$\therefore 5x - x = 8$$

$$8x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{8} \therefore x = 2$$

সুতরাং পানির পরিমাণ = ২ লিটার

☐ মুখে মুখে: $5-1 = 8$ অংশের মান ৮ হলে ১ অংশের মান = $8 \div 8 = 2$ লিটার। যেহেতু পানি = ১ অংশ। তাই পানি আছে = ২ লিটার।

☐ নিজে করুন:

৩৭. একটি পাত্রে দুধ ও পানির অনুপাত ৫:২। যদি পানি অপেক্ষা দুধের পরিমাণ ৬ লিটার বেশি হয় তবে পানির পরিমাণ কত? (১১তম বিসিএস) ৪ লিটার। [Help: এখানে $5-2 = 3$ অংশের মান ৬ হলে ১ অংশের মান ২ দেন পানি ২ অংশ = ৪ লিটার।]
 ক. ৪ লিটার খ. ৬ লিটার গ. ৮ লিটার ঘ. ১০ লিটার উত্তর: ক

৩৮. শফিকের আয় ও ব্যয়ের অনুপাত ১১:১০ এবং তার মাসিক সঞ্চয় ১০০০ টাকা হলে তার মাসিক আয় কত টাকা?
 ক. ১১০০০ খ. ১১০০০ গ. ১১২০০ ঘ. ১০৫০ উত্তর: ক

[$(11-1) = 1$ অংশের মান = সঞ্চয়ের ১০০০ টাকা। \therefore আয় ১১ অংশের মান = $11 \times 1000 = 11000$ টাকা।]

☐ দুয়ের অধিক রাশির অনুপাত:

☐ টিপস: এক্ষেত্রে যে রাশিরই মান বের করতে বলা হোক না কেন প্রথমে ১ অংশের মান বের করতে হবে। তারপর যার মান বের করতে বলা হবে তার অনুপাত দিয়ে ঐ ১ অংশের মানকে গুণ করে দিলেই উত্তর বের হয়ে যাবে। (সমাধানটি ভালোভাবে দেখুন)

৩৯. ৬০ মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি নলকে ৩:৭:১০ অনুপাতে টুকরা করা হয়েছে। ছোট টুকরাটি কত? (উপজেলা পরি: কর্ম:-১০)
 ক. ৭ খ. ৮ গ. ৯ ঘ. ১০ উত্তর: গ

✍ সমাধান:

প্রথমেই সবগুলো রাশির অনুপাতের মানগুলো যোগ করে $(3+7+10 = 20)$ তাদের মোট মানকে (৬০) ভাগ করতে হবে ২০ দিয়ে $60 \div 20 = 3$ । এখন প্রশ্নে যেহেতু সবচেয়ে ছোট টুকরাটির দৈর্ঘ্য বের করতে বলা হয়েছে যার মান ৩ তাই এই ৩ কে ৩ দ্বারা গুণ করলে উত্তর হবে $3 \times 3 = 9$ ।

৪০. ২০ মিটার দীর্ঘ একটি রশিকে ২:৩:৫ অনুপাতে ভাগ করলে ছোট টুকরার দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে? [PETROBANGLA-(UDA)-2017]

- a. ২ b. ৪ c. ৬ d. ১০ Ans: b

✍ Solution:

$$\text{ছোট টুকরার দৈর্ঘ্য} \left(20 \times \frac{2}{2+3+5} \right) \text{ মিটার} = \left(20 \times \frac{2}{10} \right) \text{ মিটার} = 8 \text{ মিটার উত্তর:}$$

৪১. ৩ জন জেলে ৮৮০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত ২০:৪০:৫০ হলে কে কত মাছ ধরেছে? [PKB-(EO)-2017]

- ক. ১৬০, ৩২০ ও ৪০০ টি খ. ১০০, ৪২১ ও ৫০০ টি উত্তর: ক
 গ. ১৬০, ২২০ ও ৪০০ টি ঘ. ৬৬০, ১২০ ও ৫০০ টি

✍ সমাধান:

তাদের মাছ ধরার অনুপাতের যোগফল = $(20+40+50) = 110$

$$\therefore \text{তাদের মাছ ধরার সংখ্যা} = 880 \text{ এর } \frac{20}{110} = 160, 880 \text{ এর } \frac{40}{110} = 320, 880 \text{ এর } \frac{50}{110} = 400$$

(২০:৪০:৫০ অনুপাতটিকে ছোট করে নিয়ে ২:৪:৫ করলেও একই উত্তর আসবে।)

উত্তর: ১৬০, ৩২০ ও ৪০০ টি

৪২. ৭৫০০ টাকা ১ : ২ : ৩ : ৪ : ৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য হবে—(গ্রাই: সহ: শি: নি: পরীক্ষা-২০১৪ (অনু:২০১৮))
- a. ২৬০০ b. ৩৩০০ c. ২০০০ d. ২৫০০ Ans:c

Solution:

অনুপাতের যোগফল = $1+2+3+4+5 = 15$

বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম অংশের পার্থক্য = $5-1 = 4$ অংশ।

সুতরাং তাদের পার্থক্যের পরিমাণ = $৭৫০০ \text{ এর } \frac{4}{15} = ২০০০$

(বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম অংশ আলাদা করে বের করে বিয়োগ করলে ও ২০০০ ই আসবে।)

৪৩. A sum of the money is to be distributed among A,B,C,D in the proportion of 5:2:4:3. If C gets Tk 1000 more than D, what is B's share? (পূর্ণা সময় ব্যাংক- (কাশ)-২০১৮)
- (ক) ৫০০ টাকা (খ) ২০০০ টাকা (গ) ১৫০০ টাকা (ঘ) ১০০০ টাকা উত্তর: খ

[Help:C এবং D এর টাকার পার্থক্য যেহেতু ১০০০ টাকা বলা হয়েছে তাই প্রথমে দেখুন তাদের অংশের পার্থক্য $4-3 = 1$ অংশ, অর্থাৎ ১ অংশের মান = ১০০০, এখন B এর অংশ যেহেতু ২, তাই তার টাকা হবে $2 \times 1000 = ২০০০$ টাকা)

৪৪. Saif, Dr. Nazma and Shakil divided a sum of money among themselves in the ratio 2:3:7. Find the share of Saif, if the total share of Saif and Dr.Nazma together is Tk. 1500 less then that of Shakil? (DBBL.MTO:09) [Help: $7 - (3+2) = 2$ part = 1500 so Saif =?]
- a. 500 b. 1500 c. 2000 d. none of these Ans:b

নিজে করুন:

৪৫. ৪০ মিটার দীর্ঘ রশিকে ৩:৭:১০ অনুপাতে ভাগ করলে দীর্ঘতম অংশটির দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহ:অপ:-০৯)
- ক. ১৫ খ. ২০ গ. ৩০ ঘ. ৩৫ উত্তর: খ
- [Help: প্রথমে ৪০ হচ্ছে $3+7+10 = 20$ অংশের মান সেখান থেকে ১ অংশের মান বের করে ১০ অংশের মান নিজে করুন।]
৪৬. তিনজনের মধ্যে ৭৫০ টাকা ৩:৫:৭ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকের ভাগের টাকার অংশগুলো হবে—(সহ:সি:-০০)
- ক. ১৫০, ২৫০, ৩৫০ খ. ১২০, ২০০, ২৫০ গ. ১৫০, ২৫০, ৫০ ঘ. ২০০, ২৫০, ১২০ উত্তর: ক
৪৭. ১০০০ টাকা ক ও খ ১:৪ অনুপাতে ভাগ করে নেয়। খ-এর অংশ সে এবং তার মা ও মেয়ের মধ্যে ২:১:১ অনুপাতে ভাগ করে। মেয়ে কত টাকা পাবে?(২১তম বিসিএস)
- ক. ১৫০ টাকা খ. ২০০ টাকা গ. ৩০০ টাকা ঘ. ৩৫০ টাকা উত্তর: খ
- [Help: প্রথমে প্রথম অনুপাতের কাজ করে একই নিয়মে ২য় অনুপাতটির কাজ করুন।]
৪৮. ৯৪৫০ টাকা ২:৩:৪ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতর অংশের পার্থক্য কত হবে? (খাদ্য অফিসতরের বাদ্য পরিদর্শক -২০১১)
- ক. ২১০০ খ. ২২০০ গ. ২৩০০ ঘ. ২৪০০ উত্তর: ক
- [Help: $৯৪৫০ \div 9$ তারপর $4-2 = 2$ অংশের মান বের করুন।]

৪৯. Three boys have marbles in the ratio of 19:5:3.If the boy with the least (সবথেকে কম) number has 9 marbles, how many marbles does the boy with the highest number have? [National bank Ltd. Recruitment Test for officer 2009] [Hints: 3part = 9 so 19 part =?]
- a.57 b.60 c.62 d.64 Ans:a

পদ্ধতি-২ : সমানুপাত বের করা

দুইটি অনুপাত পরস্পর সমান হলে তাকে সমানুপাত (Proportion) বলে।
চারটি রাশির মধ্যে যদি প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়,

তবে ঐ রাশি চারটিকে সমানুপাতী (Proportional) বলে। যথা-

$$(১) ৪ : ৬, ১০ : ১৫ \text{ এরা সমানুপাতী। কারণ, } ৪ : ৬ = \frac{৪}{৬} = \frac{২}{৩}; \text{ এবং } ১০ : ১৫ = \frac{১০}{১৫} = \frac{২}{৩};$$

উভয় অনুপাতের মান $\frac{২}{৩}$ বলে এরা সমানুপাতী।

(২) ২ টাকা, ৫ টাকা, ১২ গজ, ৩০ গজ-এই চারটি রাশি সমানুপাতী।

$$\text{কারণ, } ২ \text{ টাকা} + ৫ \text{ টাকা} = \frac{২}{৫}, \text{ এবং } ১২ \text{ গজ} + ৩০ \text{ গজ} = \frac{১২}{৩০} = \frac{২}{৫}.$$

এখানে প্রথম রাশি দুইটির অনুপাত, তৃতীয় ও চতুর্থ রাশি দুইটির অনুপাতের সমান হওয়ায়, ঐ রাশির চারটি সমানুপাতী।

লেখার প্রণালী (Process of writing)

$৪ : ৬ = ১০ : ১৫$ “=” এই সমান চিহ্নটির পরিবর্তে “::” এই চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়। যথা, $৪ : ৬ :: ১০ : ১৫$.

□ টিপস: চারটি রাশি সমানুপাতী হলে প্রান্তীয় (প্রথমটি ও চতুর্থটি) রাশি দুইটির মানের গুণফল মধ্যরাশি দুইটির মানের গুণফলের সমান হবে। অর্থাৎ প্রথম ও শেষ রাশিটির গুণফল মধ্য রাশি দুটির গুণফলের সমান হবে।

$$\text{যেমন: } a : b = b : c \text{ হলে } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ বা, } b^2 = ac \text{ [অর্থাৎ অনুপাতের প্রথম রাশিটি সবসময় উপরে বসে এ ক্ষেত্রে } b \text{ মধ্যসমানুপাতী]}$$

৫০. ৩, ৯ এবং ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত? [RAKUB (Cashier)-2017]

ক.৪

খ.১৪

গ.১৬

ঘ.১২

উত্তর: ঘ

সমাধানঃ

ধরি, ৪র্থ রাশিটি = x তাহলে আমার অনুপাতটিকে সাজাই, $3 : 9 :: 4 : x$ বা, $\frac{3}{9} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{9}{3} \Rightarrow x = \frac{9 \times 4}{3} = 12$

সমানুপাতের অংকগুলো মুখে মুখে করার জন্য এভাবে ভাবুন >> প্রথমে অংকটি দেখেই ৩, ৯, ৪ এর মধ্যে মাঝখানের দুটি গুণফল ৩৬ তাহলে প্রথম ও শেষ রাশিটির গুণফল ও ৩৬ হবে। এখানে প্রথম রাশি দেয়া আছে ৩, তাহলে শেষ রাশিটি হবে $৩৬ \div ৩ = ১২$ ।

□ নিজে করুন:

৫১. ১০, ৪০ এবং ৫০ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত? (রাজস্ব অফিসার: ১২)

ক.২০০

খ.৩০০

গ.৪০০

[Hints: প্রথমে ৫০×৪০ তারপর ১০ দিয়ে ভাগ]

৫২. ৯ ও ১৬-এর মধ্য সমানুপাতী কত? (বিশেষ শি: নি: - ১০)

ক.১২

খ.১৪

গ.১৬

ঘ.৫০০

উত্তর: ক

[Hints: মধ্যসমানুপাত একই, শুধু মাঝের রাশি দুটি একই সংখ্যা হবে, তাই $৯ \times ১৬ = ১৪৪$ এর বর্গমূল ১২ হবে উত্তর।

৫৩. ৪ এবং ৯ এর মধ্য সমানুপাত কোনটি?

ক.৬

খ.৮

গ.১২

ঘ.১৪

উত্তর: ক

৫৪. টিপু বোনের বয়স টিপু বয়সের এবং তার বাবার বয়সের মধ্য সমানুপাতী। টিপু বয়স ১২ বছর, তার বাবার বয়স ৪৮ বছর হলে, তার বোনের বয়স কত? (দাত্তিকৃত ২৪তম নিসিএস)

ক.১২

খ.২৪

গ.১৬

ঘ.১৮

উত্তর: খ

[Hints: $১২ \times ৪৮ = ৫৭৬$ এর বর্গমূল = ২৪]

পদ্ধতি-৩ : ভগ্নাংশের অনুপাত

□ টিপস: এ জাতীয় অংক করতে শুধু অনুপাতটিকে ভগ্নাংশ আকারে অথবা ভগ্নাংশটিকে অনুপাত আকারে সাজিয়ে লিখলেই হয়ে যায়। লক্ষ্য রাখবেন প্রথম অংশটি বা বামপক্ষ ভগ্নাংশের উপরে এবং অন্যটি নিচে লিখতে হয়। যেমন: $a:b = b:c$ হলে $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ এরকম দুটি অনুপাত সমান সমান হলে প্রথম রাশি \times শেষ রাশি = মাকের দ্বিতীয় রাশি \times তৃতীয় রাশি

□ জেনে রাখুন:

ভগ্নাংশ কে অনুপাত আকারে লেখা যায় না। তাই যে কোন সময় অনুপাতে ভগ্নাংশ আসলে তাকে পূর্ণ সংখ্যায় পরিণত করতে হয়। যেমন: $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ এখানে তাই $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ তাই এই ভগ্নাংশটিকে তুলে দিতে আড়াআড়ি গুণ করতে হয়। এক্ষেত্রে যে ভগ্নাংশের উপরের সংখ্যা (পব) দিয়ে গুণ করবো তা প্রথমে লিখতে হয়। যেমন: $1 \times 5 = 5$ প্রথমে এবং $1 \times 2 = 2$ শেষে। তাহলে উত্তর হলো $5:2$ । কিন্তু যদি তিনটি বা ততোধিক সংখ্যা আসে, সে ক্ষেত্রে প্রথমে হরগুলোর ল.সা.ও করে সবগুলো ভগ্নাংশের সাথে তা গুণ করে কটাকাটি করতে হয়। তারপর যা অবশিষ্ট থাকবে তাই উত্তর।

$$\text{যেমন: } \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \times 30 : \frac{1}{3} \times 30 : \frac{1}{5} \times 30 = 15:10:6 \text{ (Ans:)}$$

৫৫. 261 টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? (৩৭-৩ম বিসিএস ফিল্ড)

(ক) 45

(খ) 81

(গ) 90

(ঘ) 135

উত্তর: ঘ

✓ ব্যাখ্যা:

যে কোন অনুপাতের অংকে ভগ্নাংশ আসলে প্রথমে ঐ ভগ্নাংশগুলোকে তাদের হরের ল.সা.ও দিয়ে গুণ করে পূর্ণ সংখ্যায় পরিণত করতে হয়। $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ হরগুলোর ল.সা.ও = 45, সুতরাং পূর্ণ সংখ্যায় অনুপাত হবে $\frac{1}{3} \times 45 : \frac{1}{5} \times 45 : \frac{1}{9} \times 45 = 15:9:5$

এখন অনুপাতের যোগফল $15+9+5 = 29$ সুতরাং প্রথম ভাই পাবে 261 এর $\frac{15}{29} = 135$ টি।

□ নিজে করুন:

৫৬. তিনজন জেলে ৬৯০ টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল? (৯ম-১০ম সেশনের

অনু:১১.২) [Help: ভগ্নাংশের অনুপাতগুলোকে সাধারণ অনুপাত বানিয়ে উপরের নিয়মে করুন। উত্তর: ২০০, ২৪০ ও ২৫০

৫৭. The ratio of $\frac{1}{5}$ to $\frac{2}{7}$ is ----- (BB Ass: Director-2008) [$\frac{1}{5} : \frac{2}{7} = 7:10$ আড়াআড়ি গুণ করে]

a. 3:5

b. 5:7

c. 7:9

d. 7:10

e. 3:7

Ans:d

৫৮. If X is $\frac{2}{5}$ of Y and Y is $\frac{5}{7}$ of Z, what is the ratio of Z:X? (RAKUB Senior off.-2015)

a. 5:7

b. 2:7

c. 7:5

d. 7:2

Ans:d

✓ সমাধান: সহজে, $X = \frac{2Y}{5}$ and $Y = \frac{5}{7} \times Z$ or, $Z = \frac{7Y}{5}$ এখন $Z:X = \frac{7Y}{5} : \frac{2Y}{5} = 35:10 = 7:2$

পদ্ধতি-০৪: দুটি ভিন্ন অনুপাতকে এক অনুপাতে পরিণত করা

□ প্রথমে অংকটি দেখুন,

৫৯. ক:খ = ২:৩ এবং খ:গ = ৪:৫ হলে ক:খ:গ = কত?

ক. ৮:১২:১৫

খ. ৮:১৪:১৫

গ. ৮:১৫:১৬

ঘ. ৮:১২:১৮

উত্তর: ক

সমাধান:

□ টিপস: এরকম দুটি অনুপাতকে একটি অনুপাতে পরিণত করতে হলে প্রথমে বেরান করুন যে অনুপাত দুটিতে মোট ৪টি কপি মান দেয়া থাকলেও মোট ব্যক্তি কিন্তু তিনজন। অর্থাৎ খ দুবার আছে। তাই এদেরকে তিনটি রাশিতে সাজাতে হবে। এক্ষেত্রে দুটি অনুপাতই সোজাসুজি উপর নিচে লিখতে হবে এভাবে

$$\text{ক:খ} = ২ : ৩$$

$$\text{খ:গ} = ৪ : ৫$$

$$\text{ক:খ:: খ:গ} = ৮:১২::১২:১৫$$

নিচের খ এর মান দিয়ে প্রথমে উপরের ক এর অনুপাতকে এবং পরে খ এর অনুপাতকে গুণ। এরপর উপরের খ এর মান দিয়ে প্রথমে খ এবং পরে গ কে গুণ দিয়ে মানগুলো লিখুন। যে রাশি মিল থাকে তা দিয়ে গুণ করতে হয়

এখন খ এর মান দুটি অনুপাতে একই হওয়ায় একটি অনুপাত বাদ দিয়ে লিখতে হয় ক:খ:গ = ৮:১২:১৫ এভাবে প্রচুর অংক কিভাবে আসে তা নিচের অংকগুলো দেখে বোঝার চেষ্টা করুন

□ আরেকটি দেখুন,

৬০. মিতা ও আজিজের নম্বরের অনুপাত ৩:৪ এবং আজিজ ও রিতার নম্বরের অনুপাত ৬:৭ হলে, মিতা ও রিতার নম্বরের অনুপাত কত? (সহ:শি:-০৬)

ক. ৮:১২

খ. ৯:১৪

গ. ৮:১৫

ঘ. ১২:১৮

উত্তর: খ

সমাধান:

এখানে মোট তিন জন ব্যক্তি কিন্তু দুটি অনুপাত দেয়া আছে। এখন এই দুটি অনুপাতকে একটি অনুপাতে পরিবর্তন করতে হলে নিচের নিয়মটি আয়ত্ত্ব করুন,

$$\text{মিতা ও আজিজ} = ৩:৪ = (৩ \times ৬) : (৪ \times ৬) = ১৮:২৪$$

$$\text{আজিজ ও রিতা} = ৬:৭ = (৬ \times ৪) : (৭ \times ৪) = ২৪:২৮$$

সমান করার জন্য নিচের আজিজের অংশ দিয়ে গুণ এবং উপরের সংখ্যা দিয়ে নিচে গুণ

$$\text{মিতা : আজিজ : আজিজ : রিতা} = ১৮(৬ \times ৩) : ২৪(৬ \times ৪) : ২৪(৬ \times ৪) : ২৮(৪ \times ৭)$$

$$\text{এখন মিতা:আজিজ:রিতা} = ১৮:২৪:২৮ \text{ বা } ৯:১২:১৪$$

$$\text{তাহলে মিতা ও রিতার নম্বরের অনুপাত} = ৯:১৪ \text{। উত্তর: } ৯:১৪$$

৬১. If A and B are in the ratio 3:4, and B and C in the ratio 12:13, then A and C will be in the ratio [Combined 5 banks (Cash)-2019]

(A) 3:13

(B) 36:13

(C) 13:9

(D) 9:13

Ans:D

সমাধান:

$$A:B = 3:4 \text{ or } 9:12 \text{ [নিচের অনুপাতে B এর মান ১২ তাই ৪ দিয়ে গুণ করে উপরেও ১২ আনা হয়েছে]}$$

$$B:C = 12:13$$

$$\text{So, } A:B:C = 9:12:13 \therefore A:C = 9:13$$

৬২. ক : খ = ৪ : ৭, খ : গ = ১০ : ৭ হলে, ক : খ : গ নির্ণয় কর। [৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]

সমাধান:

$$\text{ক : খ} = ৪ : ৭ = ৪০ : ৭০ \text{ [ভিন্ন রাশিকে খ এর নিচের মান ১০ দ্বারা গুণ]}$$

$$\text{আবার, খ : গ} = ১০ : ৭ = ৭০ : ৪৯ \text{ [ভিন্ন রাশিকে খ এর উপরের মান ৭ দ্বারা গুণ]}$$

$$\therefore \text{ক : খ : গ} = ৪০ : ৭০ : ৪৯$$

উত্তর: ৪০ : ৭০ : ৪৯

□ নিজে করুন:

৬৩. ক:খ=৩:৫ এবং খ:গ = ৪:৭ হলে ক:গ = কত? (সহ:পি:-০৬)

উত্তর: ১২:৩৫

৬৪. If a:b=2:3 and b:c=5:7 find a:b:c :

Ans: 10:15:21.

৬৫. A:B = 4:7, B:C = 5:6 হলে A:B:C = কত? (ATEO-2012)

Ans: 20:35:42

৬৬. Let x:y = 3:4 and x:z = 6:5, then z:y = is? (BB Ass: Director-2008)

a. 5:3

b. 6:7

c. 4:2

d. 5:8

Ans: d

ঘুরিয়ে আসলে বা ২টির বেশি অনুপাত দেয়া থাকলে:

৬৭. A:B= 4:5, A:C =10:9 Then A:B:C =? (Sonali, Janata & Agrani Bank Senior Officer:04) 20:25:18

a. 5:3:9

b. 6:7 :9

c. 20:25:18

d. 5:4:10

Ans: c

সমাধান:

যেহেতু উপরে প্রদত্ত নিয়মটি ভালোভাবে বোঝানো হয়েছে তাই এই অংকটি উপরের নিয়মটির সাথে এভাবে মিলিয়ে নিয়ে সমাধান করা যায়। এখানে A:B = 4:5, এবং A:C =10:9 দুটি অনুপাতেই A আছে। কিন্তু দু জায়গায় শুরুতে। তাই দু জায়গায় A এর মান দিয়ে দুটি অনুপাতকেই গুণ করে পাই A:B:C = 20:25:18

৬৮. A:B = 2:3, B:C = 4:5, C:D=10:14 হলে, A:D এর অনুপাত কত?

(ক) ২১:৮

(খ) ১০:৭০

(গ) ৯:১৫

(ঘ) ৮:২১

উত্তর: ঘ

সমাধান: [বেশি রাশি হলেও ধাপে ধাপে কাজ করলে শেষে মিলে যাবে।]

A:B = 2:3, = 8:12 [মূল কথা হচ্ছে কমন রাশিরটির মান বেশ সমান হয়। যেমন: এখানে B = 12]

B:C = 4:5 = 12 : 15 [উপরে B = ১২ তাই এখানেও B = 12 আনতে হবে]

∴ A:B:C = 8:12:15 = 16:24:30 [15 কে ২ দিয়ে গুণ করলে ৩০ হবে যা নিচের ১০ ও ১৫ এর ল.সা.হ]

C:D=10:14 = 30:42 [১০ কে ৩ দিয়ে গুণ করলে ৩০ হবে যা আগের C এর মানের সমান]

∴ A:B:C:D=16:24:30:42

A:D=16:24 = 8:21

Ans: A:D = 8:21

□ Shortcut: $\frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{10}{14} = \frac{8}{21} \therefore A:D = 8:21$

৬৯. If A:B=3:4, C:B=5:4, C:D=10:9 then A:B:C:D is? [Janata Bank (AEO-RC)-2017]

a. 8: 6: 9:10

b. 8 : 6 : 10 :9

c. 6 : 8:10 : 9

d. 6 : 8 : 9 : 10

Ans: c

♦ Shortcut: শুধু A : D এর মান বের করার জন্য = $\frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{120}{180}$ এরপর ১২০ এবং ১৮০

এর মান ধরে সবগুলোর মান মিলিয়ে দিলে অনুপাত হবে A:B:C:D = 120:160:200:180 or 6:8:10:9 (Ans)

□ নিজে করুন:

৭০. If A:B = 5:4, A:C = 6:5 Then C:B=? (BB Officer:-01)

a.25:24

b. 26:17

c.14:12

d. 15:14

Ans:a

৭১. If A:B = 3 : 4, B : C = 5 : 6, C : D = 2 : 3 then A : D is equal to?

a.5: 12

b. 6: 17

c. 17: 5

d. 12: 5

Ans: a

৭৫. Kamal has a collection of red, blue and green marbles. If the ratio of red to blue marbles is 5:2 and the ratio of green to blue marbles is 10:3, what is the ratio of red to green marbles? (কামালের কাছে কিছু সংখ্যক লাল, নীল ও সবুজ মার্বেল আছে। যদি লাল ও নীল মার্বেলের অনুপাত ৫ : ২ হয় এবং সবুজ ও নীল মার্বেলের অনুপাত ১০ : ৩ হয় তাহলে লাল ও সবুজ মার্বেলের অনুপাত কত?) (FSIB Ltd. PO 2013)

- a. 2:3 b. 4:1 c. 3:4 d. none of these Ans: c

Solution:

Red : blue = 5:2 or 15:6
Green : blue = 10:3 or 20:6

So, Red:blue:green = 15:6:20 and thus Red : green = 15:20 or 3:4

৭৬. তামা, দস্তা ও রূপা মিলিয়ে এক রকমের গহনা তৈরি করা হলো। ঐ গহনায় তামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ২ এবং দস্তা ও রূপার অনুপাত ৩ : ৫। ১৯ গ্রাম গহনের গহনায় কত গ্রাম রূপা আছে? (১৭ সেপ্টেম্বর ২০১১)
ক. ৮ খ. ১০ গ. ৩২ ঘ. ৩ উত্তর: খ

[Help: তামা, দস্তা ও রূপা এর অনুপাত = ৩:৬:১০ বোলক = ১৯ রূপা আছে $19 \times \frac{10}{19}$ গ্রাম = ১০ গ্রাম]

৭৭. ক্রিকেট খেলায় বুলবুল, বাশার ও এনামুল সর্বমোট ২৮০ রান করলো। বুলবুল ও বাশারের রানের অনুপাত ২:৩, বাশার ও এনামুলের রানের অনুপাত ৩:২ হলে এরা প্রত্যেকে কে কত রান করে? (বিমান ও পল্টন মন্ত্রণালয় কর্মকর্তা পরীক্ষা-২০০৫)
ক. ১০০, ১২০, ৮০ খ. ৯০, ১২০, ১০০ গ. ৯০, ১২০, ৮০ ঘ. ৯০, ১২০, ৮০ উত্তর: গ

[Help: বুলবুল: বাশার: এনামুল = ২:৩:২- মজার বিষয় হলো এখানে অনুপাতগুলো গণ না করেই মিল পাওয়া যায়]

৭৮. একটি পাত্রে মিশ্রণে পাউডার দুধ ও পানির ওজনের অনুপাত ৫:৬। অপর একটি পাত্রে মিশ্রণে পানি ও চিনির অনুপাত ৭:৪। ঐ দুটি পাত্রে মিশ্রণ একত্র করলে দুধ, পানি ও চিনির ওজনের অনুপাত কত হবে? (স্কস শ্রেণী ২১) [নিজে করুন]
ক. ৮:১২:১০ খ. ৩৫:৪২:২৪ গ. ৮:১৫:১৬ ঘ. ১৪:১২:১৮ উত্তর: খ

পদ্ধতি-৫: সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান

✍ টিপস: যে কোন অনুপাতের অংক ধরে করার সময় শুধু x ধরে করা যায় না। বরং অনুপাত হিসেবে ধরে করতে হয়।

- ক. যখন শুধু অনুপাতগুলো ধরে হিসেব করলে ভুল উত্তর আসার সম্ভাবনা থাকে
- খ. অথবা প্রিলির পরীক্ষায় দ্রুত উত্তর বের করার জন্য নয় বরং কিভাবে সমাধান হলো তা দেখানোর জন্য
- গ. অথবা জটিল যে প্রশ্নগুলোতে সমীকরণ তৈরী না করে উত্তর বের করা যায় না সেগুলোতে অনুপাত অনুযায়ী রাশিগুলোকে 2x, 3x এভাবে ধরে হিসেব করতে হয়।

৭৯. তিনটি সংখ্যার অনুপাত ৪:৫:৬ এবং মধ্যম সংখ্যাটির বর্গ ২২৫। বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? [BADC (AC)-2017]
ক. ১৮ খ. ২০ গ. ২২ ঘ. ২৪ ঙ. কোনটিই নয় Ans: a

সমাধান:

ধরি, সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে, ৪x, ৫x এবং ৬x

প্রশ্নমতে,
(৫x)² = ২২৫ [এখানে x না ধরে করলে হিসেব মিলবে না]

বা. ৫x = ১৫ [বর্গমূল করে।]

∴ x = ৩ সুতরাং বৃহত্তম সংখ্যাটি = ৬x = ৬×৩ = ১৮ উত্তর: ১৮

খরগোশের ১ লাফে যাওয়া পথ = $12 + 8 = 20$ মিটার।
 এরপর প্রথম অংশে দেয়া আছে কুকুরের ৪ লাফ = খরগোশের ৫ লাফ।
 তাহলে কুকুরের ৪ লাফে যাওয়া পথ: খরগোশের ৫ লাফে যাওয়া পথ
 8×8 মিটার: 5×20 মিটার = 64 মি: 100 মি
 সুতরাং গতিবেগের অনুপাত: কুকুর : খরগোশ = $64:100$

শর্টকাট:
 লাফের অনুপাত = দূরত্বের অনুপাত
 কুকুর:খরগোশ = কুকুর:খরগোশ
 $8:5 = 20:8$
 $\frac{8}{5} = \frac{20}{8} = 64:100$ [আড়াআড়ি গুণ]

◆ গুরুত্বপূর্ণ বিষয়:

প্রশ্নটি চুরিয়ে থাকায় একটি জটিল মনে হচ্ছে। কিন্তু নিচের প্রশ্নটির মত থাকলে অনেক সহজ হতো।:

→ একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ লাফ দেয়। কিন্তু কুকুর ৩ লাফে যতদূর যায় খরগোশ ৪ লাফে লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত?

৯৪. কুকুরতড়িত একটি খরগোশ যত সময়ে ৮ বার লাফ দেয়, কুকুরটি ততক্ষণে ৭ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৫ লাফে যতদূর যায় কুকুরটি ৪ লাফে ততদূর যায়। খরগোশের ও কুকুরের বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। [২৫তম বিসিএস(দ্রুত)]

→ সমাধান:

মনে করি, খরগোশ ৫ লাফে যায় = x কিমি. [উপরে যেটাকে ল.সা.ও ১২ দূরত্ব ধরা হয়েছিল সেটাকে এখানে x ধরে]

∴ " ১ " " = $\frac{x}{5}$ "

∴ " ৮ " " = $\frac{8x}{5}$ " [খরগোশের ৮ লাফে যাওয়া মোট পথ]

আবার,

কুকুর ৪ লাফে যায় = x কিলোমিটার

∴ " ১ " " = $\frac{x}{8}$ "

∴ " ৭ " " = $\frac{7x}{8}$ " [কুকুরের ৭ লাফে যাওয়া মোট পথ]

∴ খরগোশের বেগ : কুকুরের বেগ = $\frac{8x}{5} : \frac{7x}{8}$ [২০ দিয়ে গুণ করে] = $32 : 35$

উত্তর: ৩২:৩৫

Super Shortcut:

খরগোশের ১ম লাফ \times কুকুরের ২য় লাফ = $8 \times 8 = 64$: কুকুরের ১ম লাফ \times খরগোশের ২য় লাফ: $9 \times 5 = 45$ উ: ৩২:৩৫
 এরপরও কনফিউশনে পরবেন যখন: যে: ৩২:৩৫ হবে নাকি ৩৫:৩২ হবে। তখন দেখবেন যে কম লাফে বেশি দূর যায় অর্থাৎ যার গতি বেশি তার অনুপাতের মানটা বড় হবে।

৯৫. A dog takes 3 leaps for every 5 leaps of a hare. If one leap of the dog is equal to 3 leaps of the hare, the ratio of the speed of the dog to that of the hare is (একটি কুকুর ৩ লাফে যতদূর যায় একটি খরগোশ ৫ লাফে ততদূর যায়। কুকুরের ১ লাফ খরগোশের ৩ লাফের সমান হলে কুকুর ও খরগোশের গতিবেগের অনুপাত কত?)
 a. 4:5 b. 9:5 c. 8:5 d. 9:2 Ans:b

→ Solution: [উপরের নিয়মে বিস্তারিত করুন]

Dog : Hare = (3×3) leaps of dog : 5 leaps of hare = $9 : 5$

অর্থাৎ কুকুরের লাফটিকে খরগোশের লাফে রূপান্তরিত করে একই পতর লাফ এনে গতিবেগ বের করা হয়েছে।

৯৯. ক ও খ-এর মধ্যে ১৮০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেয়া হয় যেন খ, ক-এর টাকার দ্বিগুণ পায়। ক কত টাকা পাবে?
(সহ:শি:-১০)
- | | | | | |
|------------|------------|-----------|------------|----------|
| ক. ৬০ টাকা | খ. ৫০ টাকা | গ. ৩০ গুণ | ঘ. ৫৫ টাকা | উত্তর: ক |
|------------|------------|-----------|------------|----------|
- (মোট ২ গুণ + ১ গুণ = ৩ গুণের মান = ১৮০ টাকা)
১০০. একটি কাঠের টুকরার দৈর্ঘ্য আরেকটি কাঠের টুকরার দৈর্ঘ্যের ৩ গুণ। টুকরা দুটি সংযুক্ত করা হলে সংযুক্ত টুকরাটির দৈর্ঘ্য ছোট টুকরাটির চেয়ে কত গুণ? (সম্পূর্ণ টুকরাটি ৪ গুণ এবং ছোট টুকরাটি ১ গুণ) (সহ:শি:-০৩)
- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| ক. ৪ গুণ | খ. ৫ গুণ | গ. ৬ গুণ | ঘ. ৭ গুণ | উত্তর: ক |
|----------|----------|----------|----------|----------|

□ জ্যামিতি অংশের কিছু অনুপাত:

মনে রাখুন:

- ক. ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180°
- খ. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = 360°
- গ. যে কোন ত্রিভুজ অথবা চতুর্ভুজের পরিসীমা হলো তাদের বাহুগুলোর যোগফল।

১০১. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩:৪:৫ হলে কোণ তিনটির মান কত? (থানা সহকারী শিক্ষা অফিসার - ২০১০)

- | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| ক. ৪০, ৫০, ও ৬০ | খ. ৪৫, ৬০ ও ৭৫ | গ. ৪৫, ৬৫ ও ৭৫ | ঘ. ৩০, ৪৫ ও ৫০ | উত্তর: খ |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------|

সমাধান:

আমরা জানি ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = 180° ।
 অনুপাতের যোগফল = $3+4+5 = 12$ অংশের মান = 180° তাই ১ অংশের মান হবে $180^\circ \div 12 = 15^\circ$ ।
 এখন এই ১ অংশের মান 15° দিয়ে প্রতিটি অনুপাতকে গুণ করে দিলেই প্রতিটি কোণের পরিমাপ বের হয়ে যাবে।

□ নিজে করুন:

১০২. The ratio of the angles of a triangle is 2:3:4, what is the largest angle in degrees?

[Rajshahi Krishi Unnayan Bank Ltd. Officer 2014]

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| a. 30 | b. 60 | c. 80 | d. 90 | Ans: c |
|-------|-------|-------|-------|--------|

১০৩. চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত ১:২:২:৩ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাপ হবে কত? (১৬-তম বিসিএস)

- | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|----------|
| ক. ৮৫ | খ. ১০৫ | গ. ১১৫ | ঘ. ১৩৫ | উত্তর: গ |
|-------|--------|--------|--------|----------|

[Help: চতুর্ভুজের চার কোণের পরিমাপ 360° , $1+2+2+3 = 8$ অংশ = 360 , ১ অংশ = 84 ; বড়টি $3 \times 84 = 135$]

১০৪. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৪৫ সেমি এবং বাহুগুলোর অনুপাত ৩:৫:৭ হলে ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?

(প্রাথমিক বিদ্যা: সহ:শিক্ষক-০১) [Help: $3+5+7 = 15$ অংশের মান ৪৫ হলে ১ অংশ ৩ এবং ছোটটি $3 \times 3 = 9$]

১০৫. একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর মাপের অনুপাত ৫:৬:৭। এর পরিসীমা ১৯৮ সেমি হলে দীর্ঘতম বাহুর মাপ কত? (রাষ্ট্রায়ত্ব ব্যাংক সিনিয়র অফি:০০)

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|----------|
| ক. ৭৫ | খ. ৭৬ | গ. ৭৭ | ঘ. ৭৮ | উত্তর: গ |
|-------|-------|-------|-------|----------|
- [Help: $5+6+7 = 18$ অংশের মান ১৯৮ হলে ১ অংশ ১১ এবং দীর্ঘতম বাহু = $7 \times 11 = 77$]

১০৬. দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৩:২, বৃত্ত দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?

সমাধান:

যে কোন অংকে দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ অথবা ব্যাস যার ই অনুপাত দেয়া থাক না কেন তাদের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য হবে এই অনুপাতটির উপর ক্ষয়ার দিয়ে প্রাপ্ত মানের সমান। তাই এই প্রশ্নটির উত্তর হবে $3^2 : 2^2 = 9:4$

পদ্ধতি-৭: এই অধ্যায়ের উচ্চতর স্তরের কিছু প্রশ্ন

১০৭. ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমন ভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ = 2 : 3, খ এর অংশ : গ এর অংশ = 1 : 2 এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ = 3 : 2 হয়। [৯ম-১০ম শ্রেণী-(অনু:১১.২)]

সমাধান:

$$\text{ক এর অংশ : খ এর অংশ} = 2 : 3$$

$$\text{খ এর অংশ : গ এর অংশ} = 1 : 2 = 3 : 6 \quad | \quad \text{উভয় রাশিকে ৩ দ্বারা গুণ করে} \quad | \quad \text{দু জায়গায় খ সমান হলো}$$

$$\therefore \text{খ এর অংশ : গ এর অংশ} = 3 : 6$$

$$\text{গ এর অংশ : ঘ এর অংশ} = 3 : 2 = 6 : 4 \quad | \quad \text{উভয় রাশিকে 3 দ্বারা গুণ} \quad | \quad \text{গ এর অংশ সমান হলো}$$

$$\therefore \text{ক এর অংশ : খ এর অংশ : গ এর অংশ : ঘ এর অংশ} = 2 : 3 : 6 : 4$$

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = 2+3+6+4 = 15 এবং মোট টাকার পরিমাণ = 300 টাকা।

$$\therefore \text{ক এর অংশ} = 300 \times \frac{2}{15} \text{ টাকা} = 40 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{খ এর অংশ} = 300 \times \frac{3}{15} \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{গ এর অংশ} = 300 \times \frac{6}{15} \text{ টাকা} = 120 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ঘ এর অংশ} = 300 \times \frac{4}{15} \text{ টাকা} = 80 \text{ টাকা}$$

সুতরাং ক, খ, গ এবং ঘ পাবে যথাক্রমে, ৪০, ৬০, ১২০ ও ৮০ টাকা। [উত্তর:]

১০৮. তিনটি সংখ্যার অনুপাত $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{8}$ ও বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য ৩৬ হলে সংখ্যা তিনটি কী কী?

(ক) ৭২, ৮৪, ১০১

(খ) ৬০, ৭২, ৯৬

(গ) ৭২, ৮৪, ৯৬

(ঘ) ৭২, ৯৬, ১০৮ উত্তর: ঘ

সমাধান:

$$\text{তিনটি সংখ্যার অনুপাত} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times 12 : \frac{2}{3} \times 12 : \frac{3}{8} \times 12 = 6 : 8 : 9 \quad | \quad \text{হরগুলোর ল.সা.গু ১২ দিয়ে গুণ}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } (9x-6x)=36; \text{ or, } 3x=36; \text{ or, } x=12$$

$$\text{সংখ্যা ৩টি হলো} = 1\text{মটি} = 6 \times 12 = 72; \quad 2\text{য় টি} = 8 \times 12 = 96; \quad \text{এবং ৩য় টি} = 9 \times 12 = 108$$

১০৯. বাবুল ও জামালের মাসিক বেতনের অনুপাত ৭:৫ এবং দুজনের মাসিক বেতন একত্রে ২৪,০০০ টাকা। এক বছর পরে বাবুল বেতন ৫০০ টাকা এবং জামালের বেতন ৩৫০ টাকা বৃদ্ধি পেল। এক বছর পরে তাদের মাসিক বেতনের অনুপাত কত হবে? [PETROBANGLA - (UDA)-2017] + [কৃষি সম্প্রসারণ অধিদপ্তর- (অফি: সহ-টাইপিষ্ট)-২০১৮]

ক. ২৯০:২০৭

খ. ১৪৫:১০৩

গ. ৫০০:৩৫০

ঘ. ৭:৫

উত্তর: ক

সমাধান:

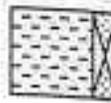
ধরি, বর্তমানে বাবুল ও জামালের মাসিক বেতন যথাক্রমে ৭ক ও ৫ক টাকা।

প্রশ্নমতে,

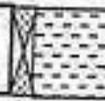
$$৭ক + ৫ক = ২৪০০০ \quad \text{বা, } ১২ক = ২৪০০০ \quad \therefore \text{ক} = ২০০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং বাবুল ও জামালের বেতন যথাক্রমে $(৭ \times ২০০০) = ১৪,০০০$ টাকা ও $(৫ \times ২০০০) = ১০,০০০$ টাকা।

\therefore এক বছর পরে তাদের বেতনের অনুপাত হবে $= (১৪০০০ + ৫০০) : (১০০০০ + ৩৫০) = ১৪৫০০ : ১০,৩৫০ = ২৯০ : ২০৭$



Practice part



১. ৯৬০০ টাকা সারা, মাইমুনা ও রাইসার মধ্যে ৪ : ৩ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে? [৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]
২. তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৪২০০ টাকা তাদের শ্রেণি অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হল। তারা যদি যথাক্রমে ৬ষ্ঠ, ৭ম ও ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী হয়, তবে কে কত টাকা পাবে? [৭ম শ্রেণী-(অনু:২.১)]
৩. ২০ মিটার কাপড়কে তিন ভাইবোন অমিত, সুমিত ও চৈতির মধ্যে ৫ : ৩ : ২ অনুপাতে ভাগ করলে প্রত্যেকের কাপড়ের পরিমাণ কত? [৭ম শ্রেণী-২.১-উদাহরণ-৭]
৪. ৪৮০০ টাকা আয়েশা, ফিরোজা ও খাদিজার মধ্যে ৪:৩:১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে? [৭ম শ্রেণী-অনু:২.১]
৫. তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৫৭০ টাকা তাদের বয়সের অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। তাদের বয়স যথাক্রমে ১০, ১৩, ১৫ বছর হলে, কে কত টাকা পাবে? [৭ম শ্রেণী-অনু:২.১]
৬. পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত ৪:৩। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত ৫:৪। পনিরের আয় ১২০ টাকা হলে, রবিনের আয় কত? [৭ম শ্রেণী-২.১-উদাহরণ-৮]
৭. ১০ দিন ও ২ মাসের অনুপাত?
ক. ১:৪ খ. ২:৩ গ. ১:৫ ঘ. ১:৬
৮. ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত ৩:২:১ এবং বৃহত্তম কোণটি মান 90° । এখন বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণের মধ্যে পার্থক্য কত?
ক. 35° খ. 45° গ. 60° ঘ. 50°
৯. $2A = 3B = 4C$ হলে $A:B:C =$ কত?
ক. ২:৩:৪ খ. ৪:৩:২ গ. ৬:৪:৩ ঘ. ৩:৪:৬
১০. X-এর বেতন Y-এর বেতনের ৮০% এবং Z-এর বেতন X-এর বেতনের ১২০%। X, Y ও Z-এর বেতনের অনুপাত কত?
ক. ৪:৬:৫ খ. ২০:২৫:২৪ গ. ১৬:২৪:২৫ ঘ. ২০:২৪:২৫
১১. সবুজ, সাকাওয়াত ও শরীফ তিনজনে ৪২০০ টাকা যথাক্রমে ৭:৮:৬ অনুপাতে ভাগ করে নিল। যদি প্রত্যেকে আরও ২০০ টাকা করে বিনিয়োগ করে তাহলে তাদের নতুন অনুপাত কী হবে?
ক. ৮:৯:৬ খ. ৭:৯:৫ গ. ৭:৮:৬ ঘ. ৮:৯:৭
১২. রাহুল তানভির চেয়ে ১২ বছর বেশী পেয়েছে। যদি তাদের নম্বরের অনুপাত ৩:৪ হয়, তাহলে তাদের নম্বরের যোগফল কত?
ক. ৯৬ খ. ৭২ গ. ৮৪ ঘ. ১০৮
১৩. সাকিব এবং রাকিবের মোট ওজন ১২০ কেজি। যদি সাকিবের ওজন রাকিবের ওজনের চেয়ে ৩০ কেজি বেশী হয় তবে রাকিব ও সাকিবের ওজনের অনুপাত কত?
ক. ২:৫ খ. ৩:৫ গ. ৩:১০ ঘ. ১:৪
১৪. যদি একটি সংখ্যার ৭০% অপার একটি সংখ্যার $\frac{3}{5}$ এর সমান হয়, তাহলে প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যার অনুপাত কত?
ক. ৭:৬ খ. ৬:৭ গ. ৩:৭ ঘ. ৭:৩

10. উত্তর: খ

সমাধান: $Y = 100$ হলে $X = 80$ আবার $X = 80$ হলে হলে $Z = 80$ এর $120\% = 96$
 সূত্রাং $X:Y:Z = 80:100:96 = 20:25:24$

11. উত্তর: ঘ

[প্রথমে $৭:৮:৬$ এ ভাগ করে দেয়ার পর যে টাকা পাবে তার সবগুলোর সাথে ২০০ করে যোগ করে আবার অনুপাত সাজাতে হবে।]

12. উত্তর: গ [Help: $৪-৩ = ১$ অংশ = ১২ হলে মোট $(৪+৩) = ৭$ অংশ হবে $৭ \times ১২ = ৮৪$]

13. উত্তর: খ [Help: $75+45 = 120$ আবার $75-45 = 30$ সূত্রাং অনুপাত = $45:75 = 3:5$]

14. উত্তর: খ [Help: $\frac{3}{5} = ৬০\%$ একটির $৭০\% =$ আরেকটির ৬০% হলে মনে হচ্ছে $৭:৬$ হবে। কিন্তু উল্টে গিয়ে $৬:৭$ হবে।

15. উত্তর: গ, ২৫ জন [Help: $\frac{4x+10}{5} = \frac{6}{5}$ বাকীটা নিজে করুন।।]

16. উত্তর: ঘ

সমাধান: [Shortcut: $(৪ \times ৪) : (৫ \times ৩) = ১৬:১৫$ যেহেতু বিড়ালের গতি কম তাই উত্তর: $১৫:১৬$]

17. Ans: d

সমাধান:

অনুপাতের প্রক্ষেপে ভগ্নাংশ আসলে হর গুলোর ল.সা.ও বের করে তা দিয়ে সবগুলো ভগ্নাংশকে গুণ করতে হয় যেন, সবগুলো ভগ্নাংশ পূর্ণ সংখ্যায় পরিবর্তন হয়ে যায়।

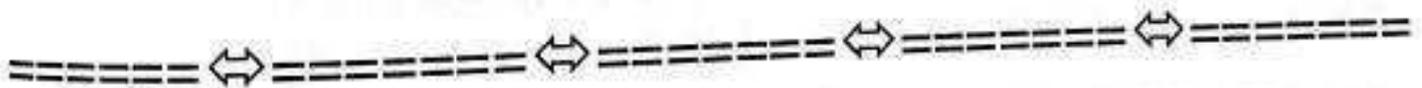
$$\text{Given ratio } \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times 12 : \frac{2}{3} \times 12 : \frac{3}{4} \times 12 = 6 : 8 : 9.$$

$$\text{1st part} = \text{Tk. } 782 \times \frac{6}{23} = \text{Tk. } 204$$

18. Solution:

$$\text{যদি } A : D \text{ এর মান বের করার জন্য } = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{48}{105} \text{ এরপর } 48 \text{ এবং } 105$$

এর মান ধরে সবগুলোর মান মিলিয়ে দিলে অনুপাত হবে $A:B:C:D = 48:72:90::105 = 16:24:30:35$ (Ans)



Model Test

সময় : ১০মিনিট

পূর্ণমান : ১০

১. ১টি সংখ্যা অপর সংখ্যার ৭৫% হলে সংখ্যা দুটির অনুপাত কত? (ইসলামী ব্যাংক ম্যাসেঞ্জার-কাম-গার্ড ২০১২)
ক. ১: ৭৫ খ. ২: ৩ গ. ৩: ৪ ঘ. ৪: ৫
২. In a certain class, if there are 35 men and 63 women, then the ratio of men to women is.
(ইসলামী ব্যাংক প্রবেশনায়ী অফিসার ২০০৫)
a. 7/20 b. 3/7 c. 5/9 d. 5/7
৩. তিনটি গাড়ীর গতিবেগের অনুপাত ২:৩:৪। তাহলে একই দূরত্ব যেতে তিনটি গাড়ীর সময়ের অনুপাত কত?
ক. ২:৩:৪ খ. ৪:৩:২ গ. ৪:৩:৬ ঘ. ৬:৪:৩
৪. ৫২০ টাকা ক ও খ-এর মধ্যে ৭: ৩ অনুপাতে বন্টন করলে কে কত টাকা পাবে? (ইসলামী ব্যাংক ফিস্ড অফিসার, ২০০৩)
ক. ৩৭০, ১৫০ খ. ৩৬৪, ১৫৬ গ. ৩৮০, ১৪০ ঘ. ৩৭৬, ১৪৪
৫. একটি ভ্রমণে রহিমের গতি করিমের গতির দ্বিগুণ। যদি ভ্রমণে দুজনের মোট ৮৪ মিনিট সময় লাগে তাহলে রহিমকে কত সময় লেগেছিল?
ক) ২৬মিনিট খ) ২৮মিনিট গ) ৫৪মিনিট ঘ) ৫৬মিনিট
৬. প্রথম সংখ্যাটির অর্ধেক দ্বিতীয় সংখ্যাটির ৬৫%-এর সমান। প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত কত?
ক. ১০:১৫ খ. ৮:১৩ গ. ১৩:৮ ঘ. ১৩:১০
৭. ১৪৩ টাকা ২:৪:৫ অনুপাতে ভাগ করলে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতর অংশের পার্থক্য কত হবে? (রেজি: প্রাথমিক সহ: শিক্ষক নিয়ে-১১)
ক. ৩০ খ. ৩৬ গ. ৩৯ ঘ. ৪৯
৮. দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৪:৩, বৃত্ত দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?
ক. ১৫:৮ খ. ১৪:৭ গ. ১৩:৬ ঘ. ১৬:৯
৯. দুটি সংখ্যার অনুপাত ৪:৭। সংখ্যা দুটির সাথে ৩ যোগ করলে অনুপাতটি ৫:৮ হয়। সংখ্যা দুটি কি কি?
ক. ৮, ১৪ খ. ১৬, ২৮ গ. ২০, ৩৫ ঘ. ১২, ২১
১০. বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৫: ২। দশ বছর পর তাদের অনুপাত হবে ২: ১। পিতার বর্তমান বয়স কত?
ক. ৫৬ বছর খ. ৫০ বছর গ. ৫২ বছর ঘ. ২৬ বছর

উত্তরমালা

১.	গ	২.	৮	৩.	ঘ	৪.	খ	৫.	খ
৬.	ঘ	৭.	গ	৮.	ঘ	৯.	ঘ	১০.	খ

লিখিত প্রশ্ন

১. চারটি সমানুপাতিক রাশির প্রান্তীয় রাশি দুইটির গুণফল ২০০। ১ম রাশি : ২য় রাশি = ১ : ২, ২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১ : ৪ হলে সংখ্যা চারটি নির্ণয় করুন। [৩৪তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান:

১ম রাশি : ২য় রাশি = ১ : ২ বা,

২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১ : ৪ বা, $1 \times 2 : 8 \times 2 = 2 : 8$ [২ অনুপাতেই ২য় রাশির মান সমান করার জন্য ২ দিয়ে গুণ]

∴ ১ম রাশি : ২য় রাশি : ৪র্থ রাশি = ১ : ২ : ৮

এখন, মনে করি,

১ম রাশি = x , ২য় রাশি = $2x$ এবং ৪র্থ রাশি = $8x$, (অনুপাত অনুসারে রাশিগুলোকে ধরা হলো)

এখানে,

প্রান্তীয় (১ম এবং শেষ রাশি) রাশিদ্বয়ের গুণফল = ২০০

বা, $x \times 8x = 200$ বা, $8x^2 = 200$ বা, $x^2 = 25$ ∴ $x = 5$

সুতরাং, ১ম রাশি = ৫, ২য় রাশি = $2 \times 5 = 10$ এবং ৪র্থ রাশি = $8 \times 5 = 40$

যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে যে, রাশিগুলি সমানুপাতিক,

সুতরাং, $\frac{1\text{ম রাশি}}{২\text{য় রাশি}} = \frac{৩য় রাশি}{৪র্থ রাশি}$ [যেহেতু সমানুপাতের জন্য $a:b = b:c$ হলে লেখা যায় $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$]

⇒ $\frac{5}{10} = \frac{৩য় রাশি}{৪০}$

⇒ ৩য় রাশি $\times 10 = 40 \times 5$ ∴ ৩য় রাশি = $\frac{40 \times 5}{10} = 20$

সুতরাং নির্ণয় রাশি চারটি হলো ৫, ১০, ২০ এবং ৪০

উত্তর: ৫, ১০, ২০ এবং ৪০

২. কোনো একজন মহিলার ২৪০৭৫ টাকা ছিল। তিনি নিজের জন্য ৬৭৫ টাকা রেখে অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং কন্যাঘরের মধ্যে

$\frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক কন্যা কত পেল? [২৯তম বিসিএস, লিখিত]

সমাধান:

অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ = $(24075 - 675)$ টাকা = ২৩,৪০০ টাকা

স্বামী : মা : কন্যাঘর = $\frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩} = \left(\frac{১}{৪} \times ১২\right) : \left(\frac{১}{৬} \times ১২\right) : \left(\frac{২}{৩} \times ১২\right) = ৩ : ২ : ৪$

এখানে আনুপাতিক রাশিগুলোর যোগফল = $৩ + ২ + ৪ = ৯$

কন্যাঘর = ২ জন পায় = $23400 \times \frac{৪}{৯} = 10400$ টাকা

∴ প্রত্যেক কন্যা পায় = $(10400 \div ২)$ টাকা = ৫২০০ টাকা।

উত্তর: ৫২০০ টাকা

(ভগ্নাংশাকারে অনুপাত আসলে সেই ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু দিয়ে রাশিগুলোকে গুণ দিতে হয়। এতে ভগ্নাংশগুলো পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তরিত হয়। হিসেব করা সহজ হয়)