পঞ্চম অধ্যায় 5.1 বীজগাণিতীয় ভগ্নাংশের লঘিষ্টকরণ যোগ ও বিয়োগ

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশের দুইটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$

এখানে, 16 ও 8 - এর গ.সা.গু. হলো 8

a^2 ও a^3 ” ” ” a^2

b^3 ও b^2 ” ” ” b^2

c^4 ও c^5 ” ” ” c^4

x ও y ” ” ” 1

$16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হলো $8a^2b^2c^4$

$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লব ও হরকে $8a^2b^2c^4$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{2by}{acx}$

$\therefore \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লঘিষ্ঠকরণ হলো $\frac{2by}{acx}$

(খ) প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^4b-b^5)}$

এখানে, লব $= a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)$

$= a(a+b)^2(a-b)(a^2+2ab+b^2)$

হর $= (a^3+b^3)(a^4b-b^5)$

$= (a+b)(a^2+ab+b^2)b(a^4-b^4)$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)\{(a^2)^2-(b^2)^2\}$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)(a+b)$

$= b(a+b)^2(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (a+b)^2(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে $(a+b)^2(a-b)$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায় $\frac{a(a^2+2ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

সুতারাং ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ $\frac{a(a^2+2ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

উদাহরণ ২। $\frac{x}{x^3y-xy^3}, \frac{a}{xy(a^2-b^2)}, \frac{m}{m^3n-mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^3y-xy^3$

$= xy(x^2-y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= xy(a^2-b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= m^3n-mn^3$

$= mn(m^2-n^2)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn$

অতএব, $\frac{x}{x^3y-xy^3} = \frac{x(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

$\frac{a}{xy(a^2-b^2)} = \frac{a(x^2-y^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

এবং $\frac{m}{m^3n-mn^3} = \frac{xym(x^2-y^2)(a^2-b^2)}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

সুতারাং, নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো

$\frac{x(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}, \frac{a(x^2-y^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

ও $\frac{xym(x^2-y^2)(a^2-b^2)}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

tanbircadbd.blogspot.com

কাজ : সমহর বিশিষ্ঠ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

১। $\frac{x^2+xy}{x^2y}$ এবং $\frac{x^2-xy}{xy^2}$ ২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

১। $\frac{x^2+xy}{x^2y}$, এবং $\frac{x^2-xy}{xy^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2+xy}{x^2y}, \frac{x^2-xy}{xy^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $=x^2y^2$

$x^2y^2 \div x^2y = y \quad \therefore \frac{x^2+xy}{x^2y} = \frac{(x^2+xy)\times y}{(x^2y)\times y} = \frac{x^2y+xy^2}{x^2y^2}$

$x^2y^2 \div xy^2 = x \quad \therefore \frac{x^2-xy}{xy^2} = \frac{(x^2-xy)\times x}{(xy^2)\times x} = \frac{x^3+x^2y}{x^2y^2}$

tanbircadbl.blogspot.com

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2y+xy^2}{x^2y^2}, \frac{x^3+x^2y}{x^2y^2}$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a+2b}, \frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $=(a+2b)(a-2b)$

$(a+2b)(a-2b)\div(a+2b)=(a-2b)$ $\therefore \frac{(a-b)(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)}=\frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}$

$(a+2b)(a-2b)\div(a+2b)(a-2b)=1$ $\therefore \frac{(2a+b)\times 1}{(a^2-4b^2)\times 1}=\frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}, \frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$

উদাহরণ ৩। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশ $=\frac{1}{x-y}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{x}{x^2+xy+y^2}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{y^2}{x^3-y^3}$

$=\frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$

হরগুলোর ল.সা.গু $=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x^3-y^3)$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সুতারাং, $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$=\frac{1}{x-y}+\frac{x}{x^2+xy+y^2}+\frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{1}{x-y}+\frac{x}{x^2+xy+y^2}+\frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{1\times(x^2+xy+y^2)+x\times(x-y)+1\times y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$

উদাহরণ ৪। যোগ কর : $\frac{3a}{a^2+3a-4}+\frac{2a}{a^2-1}+\frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $\frac{3a}{a^2+3a-4}+\frac{2a}{a^2-1}+\frac{a}{a^2+5a+4}$

$$=\frac{3a}{a^2+4a-a-4}+\frac{2a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a}{a^2+4a+a+4}$$

$$=\frac{3a}{(a+4)(a-1)}+\frac{2a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a}{(a+4)(a+1)}$$

$$=\frac{3a(a+1)+2a(a+4)+a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{3a^2+3a+2a^2+8a+a^2-a}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{6a^2+10a}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)}$$

উদাহরণ ৫। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a-b}{bc}+\frac{b-c}{ca}+\frac{c-a}{ab}$

(খ) $\frac{1}{a^2-5a+6}+\frac{1}{a^2-9}+\frac{1}{a^2+4a+3}$

(গ) $\frac{1}{a-2}+\frac{a+2}{a^2+2a+4}$

anbircox.blogspot.com

সমাধান :

(ক) $\frac{a-b}{bc}+\frac{b-c}{ca}+\frac{c-a}{ab}$

$$= \frac{a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)}{abc}$$

$$= \frac{a^2-ab+b^2-bc+c^2-ac}{abc}$$

$$= \frac{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac}{abc}$$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(খ) $\frac{1}{a^2-5a+6}+\frac{1}{a^2-9}+\frac{1}{a^2+4a+3}$

$=\frac{1}{a^2-3a-2a+6}+\frac{1}{a^2-3^2}+\frac{1}{a^2+3a+a+3}$

$=\frac{1}{(a-2)(a-3)}+\frac{1}{(a-3)(a+3)}+\frac{1}{(a+3)(a+1)}$

$=\frac{(a+1)(a+3)+(a-2)(a+1)+(a-3)(a-2)}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

$=\frac{a^2+4a+3+a^2-a-2+a^2-5a+6}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

$=\frac{3a^2-2a+7}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

(গ) $\frac{1}{a-2}+\frac{a+2}{a^2+2a+4}$

$=\frac{a^2+2a+4+(a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2+2a+4)}$

$=\frac{a^2+2a+4+a^2-4}{(a^3-2^3)}$

$=\frac{2a^2+2a}{(a^3-2^3)}$

$=\frac{2a(a+1)}{(a^3-8)}$

anbircox.blogspot.com

কাজ : যোগ কর :

১। $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$ ২। $\frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$

সমাধান : (১) এখানে,

$$\text{১ম ভগ্নাংশ} = \frac{2a}{3x^2y}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশ} = \frac{3b}{2xy^2}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশ} = \frac{a+b}{xy}$$

হরগুলোর ল.সা.গু $= 6x^2y^2$

সুতারাং, $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$ এর যোগফল

$$= \frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xy(a+b)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xya+6xyb}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{3(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{2x^2y^2}$$

নির্ণেয় যোগফল $= \frac{2ay+3bx+2xya+2xyb}{2x^2y^2}$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (২) এখানে,

$\frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$ এর যোগফল

$=\frac{2}{x^2y-xy^2}+\frac{3}{xy(x^2-y^2)}+\frac{1}{x^2-y^2}$

$=\frac{2}{xy(x-y)}+\frac{3}{xy(x-y)(x+y)}+\frac{1}{(x-y)(x+y)}$

$=\frac{2(x+y)+3+xy}{xy(x-y)(x+y)}$

$=\frac{2x+2y+3+xy}{xy(x-y)(x+y)}$

$=\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

ক) $\frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$ (খ) $\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$ (গ) $\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$

সমাধান : (ক)

$\frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$\therefore \frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$

$=\frac{9xbc-4ya}{36a^2b^2c^3}$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সমাধান : (খ)

$$\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$$

এখানে, হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

$$\therefore \frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{x(x+y)-(x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{x^2+xy-x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{y}{(x-y)^2}$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (গ)

$$\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$$

এখানে, হর a^2-9y^2 ও $a+3y$ এর ল.সা.গু. a^2-9y^2

$$\therefore \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a-3y)(a-3y)}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a-3y)^2}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a^2-6ay+9y^2)}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-a^2+6ay-9y^2}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{6ay}{a^2-9y^2}$$

কাজ : বিয়োগ কর :

১। $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$ থেকে $\frac{xy}{x^3-y^3}$ ২। $\frac{1}{1+a+a^2}$ থেকে $\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান : (১)

$$\frac{x}{x^2+xy+y^2}-\frac{xy}{x^3-y^3}$$

এখানে, হর x^2+xy+y^2 ও x^3-y^3 এর ল.সা.গু. x^3-y^3

$$\therefore \frac{x}{x^2+xy+y^2}-\frac{xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x(x-y)-xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x^2-xy-xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x^2-2xy}{x^3-y^3}$$

anbircox.blogspot.com

সমাধান : (২)

$$\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, হর $1+a+a^2$ ও $1+a^2+a^4$

$$=1+a+a^2 \text{ ও } (a^2)^2+2a^2+1^2-a^2$$

$$=1+a+a^2 \text{ ও } (a^2+1)^2-a^2$$

$$=(a^2+a+1) \text{ ও } (a^2+a+1)(a^2-a+1)$$

এর ল.সা.গু. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$$\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$=\frac{1}{(a^2+a+1)}-\frac{2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$=\frac{(a^2-a+1)-2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$=\frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

(খ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x^2+4}$

(গ) $\frac{1}{1-a+a^2}+\frac{1}{1+a+a^2}+\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

এখানে, $(y+z)(z+x), (x+y)(z+x),$ ও $(x+y)(y+z)$

এর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)+(y-z)(y+z)+(z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{x^2-y^2+y^2-z^2+z^2-x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=0$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=\frac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=\frac{4}{x^2-4}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=4\left(\frac{1}{x^2-4}-\frac{1}{x^2+4}\right)$$

$$=4\left(\frac{x^2+4-x^2+4}{(x^2-4)(x^2+4)}\right)$$

$$=\frac{4\times 8}{(x^4-16)}=\frac{32}{x^4-16}$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সমাধান : (গ)

$$\frac{1}{1-a+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, $1+a^2+a^4=1+2a^2+(a^2)^2-a^2$

$$=(1+a^2)^2-a^2$$

$$=(1+a^2-a)(1+a^2+a)$$

হর $(1-a+a^2),(1+a+a^2),(1+a^2+a^4)$ এর ল.সা.গু. $=(1+a^2-a)(1+a^2+a)$

$$\therefore \frac{1}{1-a+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$=\frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$=\frac{0}{(1+a^2+a^4)}$$

$$=0$$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৫.১

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

(গ) $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

(চ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

(ছ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ক) $\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ.সা.গু. হলো 1

x^2 ও x^5 এর গ.সা.গু. হলো x^2

y^3 ও y^2 ,, ,, ,, y^2

z^5 ও z^3 ,, ,, ,, z^3

$\therefore 4x^2y^3z^3$ ও $9x^5y^2z^5$ এর গ.সা.গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\dfrac{4yz^2}{9x^3}$ ।

$\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\dfrac{4yz^2}{9x^3}$.

(খ) $\dfrac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

$$=\frac{2^4\times2^4\times3^5\times x^4y^5}{3^3\times2^6\times x^3y^6}$$

$$=\frac{2^8 3^5 x^4y^5}{2^6 3^3 x^3y^6}$$

এখানে, 2^8 ও 2^6 এর গ.সা.গু. হলো 2^6

3^5 ও 3^3 ,, ,, ,, 3^3

x^4 ও x^3 ,, ,, ,, x^3

tanbircox.blogspot.com

y^5 ও y^6 ,, ,, ,, y^5

$\therefore 16(2x)^4(3y)^5$ ও $(3x)^3(2y)^6$ এর গ.সা.গু. হলো $2^6 3^3 x^2 y^3$

এখন প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 3^3 x^2 y^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\frac{2^2 3^2 x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{36x}{y}$ ।

(গ) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y^3 + x^3y^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y^3 + x^3y^2}$

এখানে, লব $= x^3y + xy^3$

$= xy(x^2 + y^2)$

হর $= x^2y^3 + x^3y^2$

$= x^2y^2(x + y)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

anbircox.blogspot.com

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

$$=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

$$=\frac{x^2-5x-x+5}{x^2-5^2}$$

$$=\frac{x(x-5)-1(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

$$=\frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\frac{(x-1)}{(x+5)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(চ) $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

$$=\frac{x^2-3x-4x+12}{x^2-4x-5x+20}$$

$$=\frac{x(x-3)-4(x-3)}{x(x-4)-5(x-4)}$$

$$=\frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\dfrac{x-3}{x-5}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\dfrac{x-3}{x-5}$

tanbircox.blogspot.com

(ছ) $\dfrac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

$$=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-y)(x^2-xy+y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-y)(x^2-xy+y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\dfrac{x^2-xy+y^2}{(x+y)^2}$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(জ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

$$=\frac{(a)^2-(b^2+2bc+c^2)}{(a^2+2ab+b^2)-c^2)}$$

$$=\frac{(a)^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-(c)^2}$$

$$=\frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{a^2+ab+b^2}, \frac{c}{a^3-b^3}$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

সমাধান :

এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= xyz$

$xyz \div xy = z \quad \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2 z}{xyz}$

$xyz \div yz = x \quad \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$

$xyz \div zx = y \quad \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= xyz$

$\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{xz-yz}{xyz}$

tanbircox.blogspot.com

$$\frac{y-z}{yz}=\frac{(y-z)x}{xyz}=\frac{xy-xz}{xyz}$$

$$\frac{z-x}{zx}=\frac{(z-x)y}{xyz}=\frac{yz-xy}{xyz}$$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{xz-yz}{xyz},\frac{xy-xz}{xyz},\frac{yz-xy}{xyz}$

(গ) $\frac{x}{x-y},\frac{y}{x+y},\frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y},\frac{y}{x+y},\frac{z}{x(x+y)}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=x(x+y)(x-y)$

$$\therefore \frac{x}{x-y}=\frac{x.x(x+y)}{(x-y)x.(x+y)}=\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{y}{x+y}=\frac{y.x(x-y)}{(x+y)x.(x-y)}=\frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{z}{x(x+y)}=\frac{z.(x-y)}{x(x+y)(x-y)}=\frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)},\frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)},\frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2},\frac{x-y}{x^3+y^3},\frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2},\frac{x-y}{x^3+y^3},\frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=(x-y)^2$

$=(x-y)(x-y)$

২য় ভগ্নাংশের হর $=x^3+y^3$

$=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-y^2$

$=(x-y)(x+y)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x-y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$=(x-y)^2(x^3+y^3)$

$\therefore \frac{x+y}{(x-y)^2}=\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

$\therefore \frac{x-y}{(x^3+y^3)}=\frac{(x-y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

$\therefore \frac{y-z}{(x^2-y^2)}=\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)},\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)},\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3},\frac{b}{a^2+ab+b^2},\frac{c}{a^3-b^3}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^3+b^3},\frac{b}{a^2+ab+b^2},\frac{c}{a^3-b^3}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=a^3+b^3$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $=(a^2+ab+b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=a^3-b^3$

$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

$=(a^3-b^3)(a^3+b^3)$

$\therefore \frac{a}{a^3+b^3}=\frac{a(a^3-b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore \frac{b}{a^2+ab+b^2}=\frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore \frac{c}{a^3-b^3}=\frac{c(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=x^2-5x+6$

$=x^2-2x-3x+6$

$=(x-2)(x-3)$

২য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-7x+12$

$=x^2-3x-4x+12$

$=(x-3)(x-4)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-9x+20$

$=x^2-4x-5x+20$

$=(x-4)(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

tanbircox.blogspot.com

এখন,

$$\therefore \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1.(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1.(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{1.(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= a^2b^2c^2$

$$\frac{a-b}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2a^2c^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

sabbirchy.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{(x-y).(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}=\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z}=\frac{(y-z).(x+y)(z+x)}{(y+z).(x+y)(z+x)}=\frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{z-x}{z+x}=\frac{(z-x).(x+y)(y+z)}{(z+x).(x+y)(y+z)}=\frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

tanbircox.blogspot.com

৩। যোগ কর :

(ক) $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

(খ) $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

(গ) $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

(ছ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

(জ) $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

(ক) $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

$=\frac{b(a-b)+a(a+b)}{ab}$

$=\frac{ab-b^2+a^2+ab}{ab}$

$=\frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

(গ) $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

anbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$$= \frac{yz(x-y)+zx(y-z)+xy(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xyz-zy^2+xyz-xz^2+xyz-x^2y)}{xyz}$$

$$= \frac{3xyz-x^2y-y^2z+xyz-z^2x}{xyz}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3xyz-x^2y-y^2z+xyz-z^2x}{xyz}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

$$= \frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x^2+2y^2}{(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

$$=\frac{1}{x^2-2x-x+2}+\frac{1}{x^2-3x-x+3}+\frac{1}{x^2-4x-x+4}$$

$$=\frac{1}{(x-2)(x-1)}+\frac{1}{(x-3)(x-1)}+\frac{1}{(x-4)(x-1)}$$

$$=\frac{1.(x-3)(x-4)+1.(x-2)(x-4)+1.(x-3)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$=\frac{x^2-7x+12+x^2-6x+8+x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$=\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

$$=\frac{1}{(a-b)(a+b)}+\frac{1}{(a^2+ab+b^2)}+\frac{1}{(a^2-ab+b^2)}$$

tanbircsv.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$$=\frac{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)+(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)+(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$$

$$=\frac{a^4-a^3b+a^2b^2+a^3b-a^2b^2+ab^3+a^2b^2-ab^3+b^4+(a-b)(a^3+b^3)+(a+b)(a^3-b^3)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$=\frac{a^4+a^2b^2+b^4+a^4+ab^3-a^3b-b^4+a^4-ab^3+a^3b-b^4}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}$$

$$=\frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^6-b^6)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^6-b^6)}$

(ছ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

$$=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-2^2}$$

$$=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{1.(x+2)-1.(x-2)+4}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{x+2-x+2+4}{(x^2-4)}$$

$$=\frac{8}{(x^2-4)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{8}{(x^2-4)}$

tanbir.ox.blogspot.com

(জ) $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

$$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2)^2-1^2}+\frac{4}{(x^4)^2-1^2}$$

$$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{1.(x^2+1)(x^4+1)+1.(x^4+1)+4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{x^6+x^4+x^2+1+x^4+1+4}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^8-1)}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^8-1)}$

৪। বিয়োগ কর :

(ক) $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ক) $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

সমাধান :

এখানে, হর $x-3$ ও x^2-9 এর ল.সা.গু. $=x^2-9$

$\therefore \frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

$=\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{(x-3)(x+3)}$

$=\frac{a(x+3)-a^2}{(x-3)(x+3)}$

$=\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে, হর $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল.সা.গু. $=xy(x-y)(x+y)$

$\therefore \frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

$=\frac{1.x(x+y)-1.y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)}$

$=\frac{x^2+xy-xy+y^2}{xy(x^2-y^2)}$

$=\frac{(x^2+y^2)}{xy(x^2-y^2)}$ সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{(x^2+y^2)}{xy(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

সমাধান :

এখানে, হর $(1+x+x^2)$ ও $(1-x+x^2)$ এর ল.সা.গু. $=(1+x+x^2)(1-x+x^2)$

$$\therefore \frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$$

$$=\frac{(x+1)(1-x+x^2)-(x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

$$=\frac{(x+1)(1-x+x^2)-(x-1)(1+x+x^2)}{\{(1+x^2)+(x)\}\{(1+x^2)-(-x)\}}$$

$$=\frac{(x^3+1)-(x^3-1)}{(1+x^2)^2-x^2}$$

$$=\frac{x^3+1-x^3+1}{(1+2x^2+x^4-x^2)}$$

$$=\frac{2}{1+x^2+x^4}$$

tanbircox.blogspot.com

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2}{1+x^2+x^4}$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$

সমাধান :

$$\therefore \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$$

$$=\frac{a^2+16b^2}{(a-4b)(a+4b)}-\frac{a-4b}{a+4b}$$

এখানে, হর $(a-4b)(a+4b)$ ও $(a+4b)$ এর ল.সা.গু. $=(a-4b)(a+4b)$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$$= \frac{a^2+16b^2-(a-4b)(a-4b)}{(a-4b)(a+4b)}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-(a-4b)^2}{(a)^2-(4b)^2}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-\{(a)^2-2.a.4b+(4b)^2\}}{(a)^2-(4b)^2}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-a^2+8ab-16b^2}{(a-4b)(a+4b)}$$

$$= \frac{8ab}{(a-4b)(a+4b)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{8ab}{(a-4b)(a+4b)}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$$

$$= \frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

এখানে, হর

$(x-y)$ ও $(x+y)(x^2-xy+y^2)$ এর ল.সা.গু. $(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{1.(x+y)(x^2-xy+y^2)-(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{x^3+y^3-(x^3-x^2y+xy^2-x^2y+xy^2-y^3)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{x^3+y^3-x^3+2x^2y-2xy^2+y^3}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{2x^2y-2xy^2+2y^3}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{2y(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{2y}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2y}{(x^2-y^2)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{(x^2-y^2)}$

anbircox.blogspot.com

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y}+\frac{1}{x-3y}+\frac{1}{x^2-9y^2}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$

(চ) $\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$

(ছ) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

(জ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$

(ঝ) $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

(ঞ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$$

এখানে, হর, xy, yz ও zx এর ল.সা.গু. $=xyz$

$$\therefore \frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$$

$$=\frac{z(x-y)+x(y-z)+y(z-x)}{xyz}$$

$$=\frac{xz-yz+xy-zx+yz-xy}{xyz}$$

$$=\frac{0}{xyz}$$

$$=0$$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

এখানে, হর, $(x+y)$, $(y+z)$ ও $(z+x)$ এর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$=\frac{(x-y)(z+x)+(y-z)(x+y)+(z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{xz+x^2-yz-xy+xy-xz+y^2-yz+yz-xy+z^2-xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$

সমাধান :

$$\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

এখানে, হর, $(x-y)$, $(y-z)$ ও $(z-x)$ এর ল.সা.গু. $=(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}-\frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{y(z-x)+x(y-z)-z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

anbircox.blogspot.com

$$= \frac{yz - xy + xy - zx - zx + yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2zx + 2yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2z}{(y-z)(z-x)}$$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$$

এখানে, $x^2 - 9y^2$

$$= x^2 - (3y)^2$$

$$= (x-3y)(x+3y)$$

হর, $(x+3y)$, $(x-3y)$ ও $(x-3y)(x+3y)$ এর ল.সা.গু. $= (x-3y)(x+3y)$

$$\therefore \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{1.(x-3y) + 1.(x+3y) + 2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{x-3y+x+3y-2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= 0$$

banbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$$

এখানে, হর, $x-y$, $(2x+y)$, $x+y$ ও $(2x-y)$ এর ল.সা.গু $=(x^2-y^2)(4x^2-y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x+y}-\frac{2}{2x-y}$$

$$=\left\{\frac{1.(x+y)+1.(x-y)}{(x-y)(x+y)}\right\}-2\left(\frac{1}{2x+y}+\frac{1}{2x-y}\right)$$

$$=\left\{\frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)}\right\}-2\left\{\frac{2x-y+2x+y}{(2x+y)(2x-y)}\right\}$$

$$=\frac{2x}{(x^2-y^2)}-\frac{2\times 4x}{(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{2x(4x^2-y^2)-8x(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{8x^3-2xy^2-8x^3+8xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{6xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

tanbircox.blogspot.com

(চ) $\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$$

এখানে, হর, $(x-2)$, (x^2+2x+4) ও (x^3+8) এর ল.সা.গু

$$=(x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8)$$
$$=(x^3-2^3)(x^3+8)$$
$$=(x^3-8)(x^3+8)$$
$$=(x^3)^2-(8)^2$$
$$=x^6-64$$
$$\therefore \frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$$

$$=\frac{1.(x^2+2x+4)-(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{x^2+2x+4-(x^2-4x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{x^2+2x+4-x^2+4x-4}{(x^3-2^3)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{6x}{x^3-8}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{6x(x^3+8)+6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$$
$$=\frac{6x^4+48x+6x^4-48x}{(x^3)^2-8^2}=\frac{12x^4}{x^6-64}$$

anbirgc.blogspot.com

(ছ) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$$

এখানে, হর, $x-1$, $x+1$, x^2+1 ও x^4+1 এর ল.সা.গু $=x^8-1$

$$\therefore \frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{1.(x+1)-1.(x-1)}{(x-1)(x+1)}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{x+1-x+1}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{2}{x^4+1}$$

$$=\frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{4}{x^4-1}+\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{4(x^4+1)+4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{4x^4+4+4x^4-4}{(x^4)^2-(1)^2}$$

$$=\frac{8x^4}{x^8-1}$$

tanbinbox.blogspot.com

(জ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$=\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}-\frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

এখানে, হর, $y-z$, $z-x$ ও $x-y$ এর ল.সা.গু $=(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}-\frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

$$=\frac{(x-y)^2+(y-z)^2-(z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2-(zy-z^2-xy+zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2-yz+z^2+xy-zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2+2y^2+2z^2-xy-3yz-zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

(ঝ) $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

এখানে, $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$=(a-b)^2-c^2$$

$$=(a-b-c)(a-b+c)$$

tanbircox.blogspot.com

হর, $a-b-c$, $a-b+c$ ও $a^2+b^2-c^2-2ab$ এর ল.সা.গু $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$\therefore \frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{2a-2b}{(a-b-c)(a-b+c)}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{2a-2b+a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

(ঞ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

এখানে,

$$(a^2+b^2-c^2+2ab)=(a+b)^2-c^2$$
$$=(a+b-c)(a+b+c)$$

$$(b^2+c^2-a^2+2bc)=(b+c)^2-a^2$$
$$=(b+c-a)(b+c+a)$$

$$(c^2+a^2-b^2+2ca)=(c+a)^2-b^2$$
$$=(c+a-b)(c+a+b)$$

হর, $(a+b-c)(a+b+c)$, $(b+c-a)(a+b+c)$ ও $(a-b+c)(a+b+c)$ এর ল.সা.গু $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$

$$\therefore \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)}+\frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)}+\frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$$=\frac{(a-b+c)(b+c-a)+(a-b+c)(a+b-c)+(a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

$$ab-ca-a^2-b^2-bc+ab+bc+c^2-ca+a^2+ab+ca-ab-b^2+bc$$

$$=\frac{ca+bc-c^2+bc+ca-a^2+b^2+bc-ab-bc-c^2+ca}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

$$=\frac{2ab+2bc+2ca-a^2-b^2-c^2}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

tanbircox.blogspot.com