

চতুর্থ অধ্যায় 4.4 বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

উদাহরণ ১। $9a^2b^2c^2$, $12a^3bc$, $15ab^2c^3$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$9, 12, 15 - \text{এর গ.সা.গু.} = 3$$

$$a^3, a^2, a - \text{এর গ.সা.গু.} = a$$

$$b^2, b, b^3 - \text{এর গ.সা.গু.} = b$$

$$c^2, c, c^3 - \text{এর গ.সা.গু.} = c \quad \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = 3abc$$

উদাহরণ ২। $x^3 - 2x^2$, $x^2 - 4$, $xx - 2y$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি } x^3 - 2x^2 = x^2(x - 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } xy - 2y = y(x - 2)$$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x - 2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x - 2)$

$$\text{সুতরাং গ.সা.গু.} = (x - 2)$$

উদাহরণ ৩। $x^2y(x^3 - y^3)$, $x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$ এবং $x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\text{প্রথম রাশি } x^2y(x^3 - y^3)$$

$$x^2y(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$$

$$= x^2y^2\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$$

$$= x^2y^2\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$$

$$= x^2y^2(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$= x^2y^2(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$$

$$= xy^2(x^2 + xy + y^2)$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $xy(x^2 + xy + y^2)$

$$\text{সুতরাং গ.সা.গু.} = xy(x^2 + xy + y^2)$$

কাজ : গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6)

৩। $6a^2+3ab$, $2a^2+5a-12$ এবং a^4-8a

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$15, 25, 20$ - এর গ.সা.গু. = 5

a^3, a^2, a^4 - এর গ.সা.গু. = a^2

b^2, b^4, b^3 - এর গ.সা.গু. = b^2

c^4, c^3, c^2 - এর গ.সা.গু. = c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5a^2b^2c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6) এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $(x+2)^2$
= $(x+2)(x+2)$

দ্বিতীয় রাশি = (x^2+2x)
= $x(x+2)$

তৃতীয় রাশি = (x^2+5x+6)
= $x^2+3x+2x+6$
= $x(x+3)+2(x+3)$
= $(x+2)(x+3)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $(x+2)$

সুতরাং গ.সা.গু. = $(x+2)$

৩। $6a^2 + 3ab$, $2a^2 + 5a - 12$ এবং $a^4 - 8a$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6a^2 + 3ab \\ &= 3a(2a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 2a^2 + 5a - 12 \\ &= 2a^2 + 8a - 3a - 12 \\ &= 2a(a + 4) - 3(a - 4) \\ &= (a + 4)(2a - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 8a \\ &= a(a^3 - 8) \\ &= a(a^3 - 2^3) \\ &= a(a - 2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) \\ &= a(a - 2)(a^2 + 2a + 4)\end{aligned}$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক a

সুতরাং গ.সা.গু. $= a$

উদাহরণ ৪। $4a^2bc$, $8ab^2c$, $6a^2b^2c$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, 4, 8 ও 6 এর ল.সা.গু. $= 24$

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^2, b^2c

সুতরাং ল.সা.গু. $= 24a^2b^2c$

উদাহরণ ৫। $x^3 + x^2y$, $x^2y + xy^2$, $x^3 + y^3$ এবং $(x + y)^3$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^3 + x^2y \\ &= x^2(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= xy(x + y) \\ &= xy(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 + y^3 \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)\end{aligned}$$

$$\text{চতুর্থ রাশি} = (x + y)^3$$

$$= (x + y)(x + y)(x + y)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = x^2 y (x + y)(x + y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x^2 y (x + y)^2 (x^3 + y^3)$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = x^2 y (x + y)^2 (x^3 + y^3)$$

উদাহরণ ৬। $4(x^2 + ax)^2$, $6(x^3 - a^2x)$ এবং $14x^3(x^3 - a^3)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি} = 4(x^2 + ax)^2,$$

$$= 2 \times 2 \times x^2 (x + a)^2$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 6(x^3 - a^2x)$$

$$= 2 \times 3 \times x (x^2 - a^2)$$

$$= 2 \times 3 \times x \times (x + a)(x - a)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 14x^3(x^3 - a^3)$$

$$= 2 \times 7 \times x^3 (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times x^3 (x + a)^2 (x - a)^3 (x^2 + xa + a^2)$$

$$= 84x^3 (x + a)^2 (x^3 - a^3)$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 84x^3 (x + a)^2 (x^3 - a^3)$$

কাজ : ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $5x^3y$, $10x^2y$, $20x^4y^2$

২। $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2x^2y + 2xy^2$

৩। $a^3 - 1$, $a^3 + 1$, $a^4 + a^2 + 1$

১। $5x^3y, 10x^2y, 20x^4y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$5, 10, 20 \text{ - এর ল.সা.গু.} = 5$$

$$x^3, x^2, x^4 \text{ - এর ল.সা.গু.} = x^2$$

$$y, y, y^2 \text{ - এর ল.সা.গু.} = y$$

$$\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 5x^2y$$

২। $x^2 - y^2, 2(x + y), 2x^2y + 2xy^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned} \text{প্রথম রাশি} &= x^2 - y^2 \\ &= (x + y)(x - y) \end{aligned}$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 2(x + y)$$

$$\begin{aligned} \text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2y + 2xy^2 \\ &= 2xy(x + y) \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 2xy(x^2 - y^2)$$

৩। $a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned} \text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 1 \\ &= (a - 1)(a^2 + a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a - 1)(a^2 + a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 1 \\ &= (a + 1)(a^2 - a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a + 1)(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 + a^2 + 1 \\ &= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a) \\ &= (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{ল.সা.গু} &= (a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1) \\
&= (a^3-1)(a^3+1) \\
&= (a^3)^2 - (1)^2 \\
&= a^6 - 1
\end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^6 - 1$

অনুশীলনী ৪.৪

- ১। $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8
- ২। 52 - এর বর্গ নিচের কোনটি?
 (ক) 2704 (খ) 2504 (গ) 2496 (ঘ) 2284
- ৩। $a^2 + 2a - 15$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?
 (ক) $(a+5)(a-3)$ (খ) $(a+3)(a+5)$ (গ) $(a-3)(a-5)$ (ঘ) $(a+3)(a+5)$
- ৪। $x^2 - 64$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?
 (ক) $(x-8)(x-8)$ (খ) $(x+8)(x+8)$ (গ) $(x+8)(x-8)$ (ঘ) $(x+4)(x-4)$
- ৫। $3a^2b^4c^3$, $12a^3b^2c$, $6a^4bc^2$ - এর গ.সা.গু নিচের কোনটি?
 (ক) $3a^2bc$ (খ) $3a^2b^2c$ (গ) $12abc$ (ঘ) $3abc$
- ৬। $a-b$, a^2-ab , a^2-b^2 - এর ল.সা.গু নিচের কোনটি?
 (ক) $a(a-b)$ (খ) $(a-b)$ (গ) $a(a^2-b^2)$ (ঘ) (a^2-b^2)
- ৭। $(x+8)(x-7)$ - এর গুণফল নিচের কোনটি?
 (ক) $x^2 + x - 56$ (খ) $x^2 - 15x + 56$ (গ) $x^2 + 15x - 36$ (ঘ) $x^2 - x + 56$

৮। (i) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯। (i) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। $x + y = 5$ ও $x - y = 3$ হলে,

(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

(ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

(২) xy এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

১১। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 1

(খ) 2

(গ) 3

(ঘ) 4

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

(ক) 8

(খ) 6

(গ) 4

(ঘ) 2

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১২- ১৯) :

১২। $36a^2b^2c^4d^5$, $54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান :

36, 54, 90 - এর গ.সা.গু. = 18

এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $18a^2c^2$

১৩। $20x^3y^2a^3b^4$, $15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান :

20, 15, 35 - এর গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$ ও $x^2y^4a^3b^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2a^3b^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5x^2y^2a^3b^2$

১৪। $15x^2y^3z^4a^3$, $12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান :

15, 12, 27 - এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$ ও $x^3y^4z^5a^7$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2z^3a^3$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $3x^2y^2z^3a^3$

১৫। $18a^3b^4c^5$, $42a^4c^3d^4$, $60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4c^4d^3$

সমাধান :

$18, 42, 60, \text{ ও } 78 \cdot \text{এর গ.সা.গু.} = 6$

এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4c^4d^3$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নেই।

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 6$

১৬। $x^2 - 3x$, $x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= x^2 - 3x$
 $= x(x - 3)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2 - 9$
 $= (x)^2 - (3)^2$
 $= (x + 3)(x - 3)$

তৃতীয় রাশি $= x^2 - 4x + 3$
 $= x^2 - 3x - x + 3$
 $= x(x - 3) - 2(x - 3)$
 $= (x - 2)(x - 3)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x - 3)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $(x - 3)$ ।

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু. $= x - 3$

১৭। $18(x + y)^3$, $24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= 18(x + y)^3$
 $= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 24(x + y)^2$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (x + y)(x + y)$
 $= (x + 3)(x - 3)$

তৃতীয় রাশি $= 32(x^2 - y^2)$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (x + y)(x - y)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x + y)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $2(x + y)$ ।

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 2(x + y)$

১৮। $a^2b(a^3 - b^3)$, $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^2b(a^3 - b^3) \\ &= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 \\ &= ab^2(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2 + ab + b^2)$

এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $ab(a^2 + ab + b^2)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= ab(a^2 + ab + b^2)$

১৯। $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$ এবং $a^4 - 5a^3 - 14a^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 3a^2 - 10a \\ &= a(a^2 - 3a - 10) \\ &= a(a^2 - 5a + 2a - 10) \\ &= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\} \\ &= a(a - 5)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 8a \\ &= a(a^2 + 6a + 8) \\ &= a(a^2 + 4a + 2a + 8) \\ &= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\} \\ &= a(a + 4)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 5a^3 - 14a^2 \\
&= a^2(a^2 - 5a - 14) \\
&= a^2\{(a^2 - 7a + 2a - 14)\} \\
&= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} \\
&= a^2(a - 7)(a + 2)
\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a + 2)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $a(a + 2)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a(a + 2)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর(২০- ২৭) :

২০। a^5bc , ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে $a^7b^4c^3$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^7b^4c^3$

২১। $5a^2b^3c^2$, $10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান :

5, 10 ও 15 - এর ল.সা.গু. $= 30$

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ

সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 , b^3 ও c^3 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 30a^2b^3c^3$

২২। $3x^3y^2$, $4xy^2z$, $5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান :

3, 4 ও 5 - এর ল.সা.গু. $= 60$

এবং x^3y^2 , xy^2z ও $x^4y^2z^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ

সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^4 , y^2 ও z^2 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 60x^4y^2z^2$

২৩। $3a^2d^3$, $9d^2b^2$, $12c^3d^2$, $24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান :

3, 9, 12, 24 ও 36 - এর ল.সা.গু. $= 72$

এবং a^2d^3 , d^2b^2 , c^3d^2 , a^3b^2 ও c^3d^2 - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ

সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^3 , b^2 , c^3 ও d^3 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 72a^3b^2c^3d^3$

২৪। $x^2 + 3x + 2$, $x^2 - 1$, এবং $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 + 3x + 2 \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 1 \\ &= x^2 - 1^2 \\ &= (x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + x - 2 \\ &= x^2 + 2x - 1x - 2 \\ &= x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 1)(x - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x + 2)\end{aligned}$$

২৫। $x^2 - 4$, $x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 4x + 4 \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \\ &= x(x + 2) + 2(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 - 8 \\ &= x^3 - 2^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ &= (x + 2)^2(x^3 - 2^3) = (x + 2)^2(x^3 - 8)\end{aligned}$$

২৬। $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$ এবং $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6x^2 - x - 1 \\ &= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \\ &= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\ &= (2x + 1)(3x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + x + 2 \\ &= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2 + 3x - 2 \\ &= 2x^2 + 4x - x - 2 \\ &= 2x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x - 1)\end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$

২৭। $a^3 + b^3$, $(a + b)^3$, $(a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= (a + b)^3 \\ &= (a + b)(a + b)(a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= (a^2 - b^2)^2 \\ &= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্থ রাশি} &= (a^2 - ab + b^2)^2 \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
 $= (a + b)^3(a - b)^2(a^2 - ab + b^2)^2$

২৮। $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে,

(ক) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 3 + 2 \\ &= 5\end{aligned} \quad \left[\because x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \right]$$

(খ) $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

‘ক’ থেকে পাই, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

এখন, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$

$$= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\
&= 2\sqrt{5}
\end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় মান $2\sqrt{5}$

(গ) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\begin{aligned}
\text{এখন, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 &= (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\
&= \left\{ (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 \right\} + 3 \cdot 3 \\
&= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9 \\
&= (3)^3 - 3 \cdot 3 + 9 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 27 - 9 + 9 \\
&= 27
\end{aligned}$$

২৯। $a - b + c$ একটি বীজগণিতীয় রাশি হলে,

(ক) প্রদত্ত রাশির ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশির ঘন} &= (a - b + c)^3 \\
&= \{(a - b) + (c)\}^3 \\
&= (a - b)^3 + 3 \cdot (a - b)^2 \cdot c + 3 \cdot (a - b) \cdot c^2 + c^3 \\
&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3c(a^2 - 2ab + b^2) + 3c^2(a - b) + c^3 \\
&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3
\end{aligned}$$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = (a - b + c)^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (a - b)^3 + c^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3$$

$$\therefore (a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a + c)^2 - b^2$ সমান নয়।

সমাধান :

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a - b + c)^2$$

$$= \{(a - b) + (c)\}^2$$

$$= (a - b)^2 + 2.(a - b)(c) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$$

$$\text{এবং } (a + c)^2 - b^2 = a^2 + 2ac + c^2 - b^2$$

$$= a^2 - b^2 + c^2 + 2ac$$

দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত রাশি অর্থাৎ $(a - b + c)$ এর বর্গ এবং $(a + c)^2 - b^2$ এর প্রাপ্ত মান একই নয়।

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ ও } (a + c)^2 - b^2 \text{ সমান নয় (প্রমাণিত)}$$