চতুর্থ 8 বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

সূত্র ১। $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সূত্র ২। $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

সূত্র ৩। $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

সূত্র ৪। $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$ বা, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ১। $3x + 5y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x \times 5y + (5y)^2$$
$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

উদাহরণ ২। বর্গের সূত্র ব্যবহার করে 25 এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(25)^2 = (20 + 5)^2$
$= (20)^2 + 2\times 20\times 5 + (5)^2$
$= 400 + 200 + 25$
$= 625$

উদাহরণ ৩। $4x - 7y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x-7y)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x \times 7y + (7y)^2$$
$$= 16x^2 - 56xy + 49y^2$$

উদাহরণ ৪। $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\ &= (8)^2-2\times 15 \\ &= 64-30 \\ &= 34 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $a-b=7$ এবং $ab=60$ হলে, a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a-b)^2+2ab \\ &= (7)^2+2\times 60 \\ &= 49+120 \\ &= 169 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $x-y=3$ এবং $xy=10$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (x-y)^2+4xy \\ &= (3)^2+4\times 10 \\ &= 9+40 \\ &= 49 \end{aligned}$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। $a+b=7$ এবং $ab=10$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (a+b)^2-4ab \\ &= (7)^2-4\times 10 \\ &= 49-40 \\ &= 9 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $x-\frac{1}{x}=5$ হলে, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4\times x\times\frac{1}{x}$$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$= (5)^2 + 4$
$= 25 + 4$
$= 29$

কাজ :

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(2a + 5b)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2$$
$$= 4a^2 + 20ab + 25b^2$$

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x - 7)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + (7)^2$$
$$= 16x^2 - 56x + 49$$

tanbircox.blogspot.com

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (7)^2 - 2 \times 9$$
$$= 49 - 18$$
$$= 31$$

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$
$$= (5)^2 + 4 \times 6$$
$$= 25 + 24$$
$$= 49$$

উদাহরণ ৯। সূত্রের সাহায্যে $3p+4$ কে $3p-4$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$(3p+4)(3p-4)$$
$$=(3p)^2-(4)^2$$
$$=9p^2-16$$

উদাহরণ ১০। সূত্রের সাহায্যে $5m+8$ কে $5m+9$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$$\therefore (5m+8)(5m+9)$$
$$=(25m)^2+(8+9)\times 5m+8\times 9$$
$$=25m^2+17\times 5m+72$$
$$=25m^2+85m+72$$

উদাহরণ ১১। সরল কর : $(5a-7b)^2+2(5a-7b)(9b-4a)+(9b-4a)^2$

সমাধান :

ধরি, $(5a-7b)=x$

এবং $(9b-4a)=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2+2xy+y^2$

$$=(x+y)^2$$
$$=(5a-7b+9b-4a)^2 \quad \text{[x ও y এর মান বসিয়ে]}$$
$$=(a+2b)^2$$
$$=a^2+4ab+4b^2$$

উদাহরণ ১২। $(x+6)(x+4)$ কে দুইটি রাশির অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

tanbircox.blogspot.com

$$\therefore (x+6)(x+4) = \left\{\frac{(x+6)+(x+4)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(x+6)-(x+4)}{2}\right\}^2$$

$$= \left(\frac{x+6+x+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+6-x-4}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2x+10}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{2(x+5)}{2}\right\}^2 - (1)^2$$

$$= (x+5)^2 - (1)^2$$

উদাহরণ ১৩। $x=4, y=-8$ এবং $z=5$ হলে, $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

ধরি, $x+y=a$

এবং $y+z=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 25a^2 - 20ab + 4b^2$

$= (5a)^2 - 2\times 5a \times 2b + (2b)^2$

$= (5a-2b)^2$

$= \{5(x+y) - 2(y+z)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (5x+5y-2y-2z)^2$

$= (5x+3y-2z)^2$

$= (5\times 4 + 3\times -8 - 2\times 5)^2$ [x, y ও z এর মান বসিয়ে]

$= (20-24-10)^2$

$= (-14)^2$

$= 196$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। সূত্রের সাহায্যে $(x+10)$ ও $(x-14)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(5x+7y)(5x-7y)$$
$$=(5x)^2-(7y)^2$$
$$=25x^2-49y^2$$

২। সূত্রের সাহায্যে $x+10$ ও $x-14$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$

$$\therefore (x+10)(x-14)$$
$$=(x)^2+(10-14)\times x-10\times 14$$
$$=x^2-4x-140$$

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (4x-3y)(6x+5y)=\left\{\frac{(4x-3y)+(6x+5y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(4x-3y)-(6x+5y)}{2}\right\}^2$$
$$=\left(\frac{4x-3y+6x+5y}{2}\right)^2-\left(\frac{4x-3y-6x-5y}{2}\right)^2$$
$$=\left(\frac{10x+2y}{2}\right)^2-\left(\frac{-2x-8y}{2}\right)^2$$
$$=\left\{\frac{2(5x+y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2(x+4y)}{2}\right\}^2$$
$$=(5x+y)^2-(x+4y)^2$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সূত্র ১। $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

উদাহরণ ১৪। $2x+3y+5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $2x = a, \quad 3y = b$ এবং $5z = c$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির বর্গ $= (a+b+c)^2$

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$= (2x)^2+(3y)^2+(5z)^2+2\times 2x\times 3y+2\times 3y\times 5z+2\times 2x\times 5z$

$= 4x^2+9y^2+25z^2+12xy+30yz+20xz$ [a, b, ও c মান বসিয়ে]

$\therefore \ (4x+3y+5z)^2 = 4x^2+9y^2+25z^2+12xy+30yz+20xz$

উদাহরণ ১৫। $5a-6b-7c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(5a-6b-7c)^2$

$\{(5a)-(6b+7c)\}^2$

$= (5a)^2-2\times(5a)\times(6b+7c)+(6b+7c)^2$

$= 25a^2-10a(6b+7c)+(6b)^2+2\times(6b)\times(7c)+(7c)^2$

$= 25a^2-60ab-70ac+36b^2+84bc+49c^2$

$= 25a^2+36b^2+49c^2-60ab+84bc-70ac$

tanbir.box.blogspot.com

বিকল্প সমাধান :

আমরা জানি, $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2xz$

এখানে, $5x = a, \quad -6b = y$ এবং $-7c = z$ ধরে

$(5a-6b-7c)^2 = (25a)^2+(-6b)^2+(-7c)^2$

$+2\times(5a)\times(-6b)+2\times(-6b)\times(-7c)+2\times(-7c)\times(5a)$

$= 25a^2+36b^2+49c^2-60ab+84bc-70ac$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

১। $ax+by+c$ ২। $4x+5y-7z$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

১। $ax + by + c$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(ax + by + c)^2 = (ax)^2 + (by)^2 + c^2 + 2 \times (ax) \times (by) + 2 \times (by) \times c + 2 \times c \times (ax)$$
$$= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx$$

২. $4x + 5y - 7z$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x + 5y - 7z)^2 = (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2(4x)(5y) + 2(5y)(-7z) + 2(4x)(-7z)$$
$$= 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz$$

অনুশীলনী ৪.১

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গনির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$	(খ) $6x + 3$	(গ) $7p - 2q$
(ঘ) $ax - by$	(ঙ) $x^3 + xy$	(চ) $11a - 12b$
(ছ) $6x^2y - 5xy^2$	(জ) $-x - y$	(ঝ) $-xyz - abc$
(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$	(ট) 108	(ঠ) 606
(ড) 597	(ঢ) $a - b + c$	(ণ) $ax + b + 2$
(ত) $xy + yz - zx$	(থ) $3p + 2q - 5r$	(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $5a + 7b$

সমাধান :

$5a + 7b$ এর বর্গ

$= (5a + 7b)^2$

$= (5a)^2 + 2 \times (5a) \times (7b) + (7b)^2$

$= 25a^2 + 70ab + 49b^2$

(খ) $6x + 3$

সমাধান :

$6x + 3$ এর বর্গ

$= (6x + 3)^2$

$= (6x)^2 + 2 \times (6x) \times (3) + (3)^2$

$= 36x^2 + 36x + 9$

(গ) $7p-2q$

সমাধান :

$7p-2q$ এর বর্গ

$=(7p-2q)^2$

$=(7p)^2-2\times(7p)\times(2q)+(2q)^2$

$=49p^2-28pq+4q^2$

(ঙ) x^3+xy

সমাধান :

x^3+xy এর বর্গ

$=(x^3+xy)^2$

$=(x^3)^2+2\times(x^3)\times(xy)+(xy)^2$

$=x^6+2x^4y+x^2y^2$

(ছ) $6x^2y-5xy^2$

সমাধান :

$6x^2y-5xy^2$ এর বর্গ

$=(6x^2y-5xy^2)^2$

$=(6x^2y)^2-2\times(6x^2y)\times(5xy^2)+(5xy^2)^2$

$=36x^4y^2-60x^3y^3+25x^2y^4$

(ঝ) $-xyz-acb$

সমাধান :

$-xyz-abc$ এর বর্গ

$=(-xyz-abc)^2$

$=\{-(xyz+abc)\}^2$

$=(xyz+abc)^2$

$=(xyz)^2+2\times(xyz)\times(abc)+(abc)^2$

$=x^2y^2z^2+2xyzabc+a^2b^2c^2$

(ঘ) $ax-by$

সমাধান :

$ax-by$ এর বর্গ

$=(ax-by)^2$

$=(ax)^2-2\times(ax)\times(by)+(by)^2$

$=a^2x^2-2abxy+b^2y^2$

(চ) $11a-12b$

সমাধান :

$11a-12b$ এর বর্গ

$=(11a-12b)^2$

$=(11a)^2-2\times(11a)\times(12b)+(12b)^2$

$=121a^2-264ab+144b^2$

(জ) $-x-y$

সমাধান :

$-x-y$ এর বর্গ

$=(-x-y)^2$

$=\{-(x+y)\}^2$

$=(x+y)^2$

$=y^2+2xy+y^2$

(ঞ) $a^2x^3-b^2y^4$

সমাধান :

$a^2x^3-b^2y^4$ এর বর্গ

$=(a^2x^3-b^2y^4)^2$

$=(a^2x^3)^2-2\times(a^2x^3)\times(b^2y^4)+(b^2y^4)^2$

$=a^4x^6-2a^2b^2x^3y^4+b^4y^8$

tanbircox.blogspot.com

(ট) 108

সমাধান :

108 এর বর্গ

$= (108)^2$

$= (100+8)^2$

$= (100)^2 + 2\times(100)\times(8) + (8)^2$

$= 10000 + 1600 + 64$

$= 11664$

(ড) 597

সমাধান :

597 এর বর্গ

$= (597)^2$

$= (600-3)^2$

$= (600)^2 - 2\times(600)\times(3) + (3)^2$

$= 360000 - 36000 + 9$

$= 360009 - 3600$

$= 356409$

(ণ) $ax + b + 2$

সমাধান :

$ax + b + 2$ এর বর্গ

$= (ax+b+2)^2$

$= \{(ax+b)+2\}^2$

$= (ax+b)^2 + 2\times(ax+b)\times(2) + (2)^2$

$= a^2x^2 + 2abx + b^2 + 4ax + 4b + 4$

$= a^2x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4$

(ঠ) 606

সমাধান :

606 এর বর্গ

$= (606)^2$

$= (600+6)^2$

$= (600)^2 + 2\times(600)\times(6) + (6)^2$

$= 360000 + 7200 + 36$

$= 367236$

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান :

$a - b + c$ এর বর্গ

$= (a-b+c)^2$

$= \{(a-b)+c\}^2$

$= (a-b)^2 + 2\times(a-b)\times(c) + (c)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$

(ত) $xy + yz - zx$

সমাধান :

$xy + yz - zx$ এর বর্গ

$= (xy+yz-zx)^2$

$= \{xy + (yz-zx)\}^2$

$= (xy)^2 + 2\times(xy)\times(yz-zx) + (yz-zx)^2$

$= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + (yz)^2 - 2(yz)(zx) + (zx)^2$

$= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 - 2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(থ) $3p+2q-5r$

সমাধান :

$3p+2q-5r$ এর বর্গ

$=(3p+2q-5r)^2$

$=\{3p+(2q-5r)\}^2$

$=(3p)^2+2\times(3p)\times(2q-5r)+(2q-5r)^2$

$=9p^2+12pq-30qr+(2q)^2-2(2q)(5r)+(5r)^2$

$=9p^2+12pq-30qr+4q^2-20qr+5r^2$

$=9p^2++4q^2+5r^2+12pq-30qr-20qr$

(ধ) $7a^2+8b^2-5c^2$

সমাধান :

$7a^2+8b^2-5c^2$ এর বর্গ

$=(7a^2+8b^2-5c^2)^2$

$=\{7a^2+(8b^2-5c^2)\}^2$

$=(7a^2)^2+2(7a^2)(8b^2-5c^2)+(8b^2-5c^2)^2$

$=49a^4+112a^2b^2-70a^2c^2+(8b^2)^2-2(8b^2)(5c^2)+(5c^2)^2$

$=49a^4+112a^2b^2-70a^2c^2+64b^4-80b^2c^2+25c^4$

$=49a^4+64b^4+25c^4+112a^2b^2-80b^2c^2-70a^2c^2$

(দ) $x^2-y^2-z^2$

সমাধান :

$x^2-y^2-z^2$ এর বর্গ

$=(x^2-y^2-z^2)^2$

$=\{(x^2-y^2)-z^2\}^2$

$=(x^2-y^2)^2-2\times(x^2-y^2)\times(z^2)+(z^2)^2$

$=x^4-2x^2y^2+y^4-2x^2z^2+2x^2z^2+z^4$

$=x^4+y^4+z^4-2x^2y^2+2y^2z^2-2x^2z^2$

tanbircy.blogspot.com

২। সরল কর :

(ক) $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

(খ) $(2a+3b)^2-2(2a+3b)(3b-a)+(3b-a)^2$

(গ) $(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

(ঘ) $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

(ঙ) $(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ক) $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

সমাধান :

ধরি, $x+y=a$

এবং $x-y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2$

$=(x+y+x-y)^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(2x)^2$

$=4x^2$

(খ) $(2a+3b)^2-2(2a+3b)(3b-a)+(3b-a)^2$

সমাধান :

ধরি, $2a+3b=x$

এবং $3b-a=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2-2xy+y^2$

$=(x-y)^2$

$=\{(2a+3b)-(3b-a)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$=(2a+3b-3b+a)^2$

$=(3a)^2$

$=9a^2$

(গ) $(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

সমাধান :

$(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

$=\{(3x^2+7y^2)+(3x^2-7y^2)\}^2$

$=(3x^2+7y^2+3x^2-7y^2)^2$

$=(6x^2)^2$

$=36x^4$

tanbirbox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ঘ) $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

সমাধান :

$(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

$=(8x+y)^2-2(8x+y)(5x+y)+(5x+y)^2$

ধরি, $8x+y=a$

এবং $5x+y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2$

$=\{(8x+y)-(5x+y)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(8x+y-5x-y)^2$

$=(3x)^2$

$=9x^2$

(ঙ) $(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)^2$

সমাধান :

$(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)$

ধরি, $5x^2-3x-2=a$

এবং $2+5x^2-3x=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+b^2-2ab$

$=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2$

$=\{(5x^2-3x-2)-(2+5x^2-3x)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(5x^2-3x-2-2-5x^2+3x)^2$

$=(-4)^2$

$=16$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

৩। সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(x+7)(x-7)$ (খ) $(5x+13)(5x-13)$

(গ) $(xy+yz)(xy-yz)$ (ঘ) $(ax+b)(ax-b)$

(ঙ) $(a+3)(a+4)$ (চ) $(ax+3)(ax+4)$

(ছ) $(6x+17)(6x-13)$ (জ) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

(ঝ) $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$ (ঞ) $(3a-10)(3a-5)$

(ট) $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$ (ঠ) $(ax+by+5)(ax+by+3)$

(ক) $(x+7)(x-7)$

সমাধান :

$(x+7)(x-7)$

$=(x)^2-(7)^2$

$=x^2-49$

(খ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান :

$(5x+13)(5x-13)$

$=(5x)^2-(13)^2$

$=25x^2-169$

(গ) $(xy+yz)(xy-yz)$

সমাধান :

$(xy+yz)(xy-yz)$

$=(xy)^2-(yz)^2$

$=x^2y^2-y^2z^2$

(ঘ) $(ax+b)(ax-b)$

সমাধান :

$(ax+b)(ax-b)$

$=(ax)^2-(b)^2$

$=a^2x^2-b^2$

(ঙ) $(a+3)(a+4)$

সমাধান :

$(a+3)(a+4)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (a+3)(a+4)$

$=a^2+(3+4)a+(3)(4)$

$=a^2+7a+12$

(চ) $(ax+3)(ax+4)$

সমাধান :

$(ax+3)(ax+4)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (ax+3)(ax+4)$

$=(ax)^2+(3+4)ax+(3)(4)$

$=a^2x^2+7ax+12$

tanbircox.blogspot.com

(ছ) $(6x+17)(6x-13)$

সমাধান :

$(6x+17)(6x-13)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$

$\therefore (6x+17)(6x-13)$

$=(6x)^2+(17-13)6x-(17)(13)$

$=36x^2+4x-221$

(ঝ) $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

সমাধান :

$(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

$=\{(ax)-(by-cz)\}\{(ax)+(by-cz)\}$

$=(ax)^2-(by-cz)^2$

$=a^2x^2-\{(by)^2-2(by)(cz)+(cz)^2\}$

$=a^2x^2-b^2y^2+2bcyz-c^2z^2$

(ট) $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

সমাধান :

$(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

$=\{(5a+2b)-(3c)\}\{(5a+2b)+(3c)\}$

$=(5a+2b)^2-(3c)^2$

$=(5a)^2+2(5a)(2b)+(2b)^2-(3c)^2$

$=25a^2+20ab+4b^2-9c^2$

(জ) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

সমাধান :

$(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

$=\{(a^2)^2-(b^2)^2\}(a^4+b^4)$

$=(a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$=(a^4)^2-(b^4)^2$

$=a^8-b^8$

(ঞ) $(3a-10)(3a-5)$

সমাধান :

$(3a-10)(3a-5)$

আমরা জানি,

$(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$

$\therefore (3a-10)(3a-5)$

$=(3a)^2-(10+5)3a+(10)(5)$

$=9a^2-(15)3a+50$

$=9a^2-45a+50$

(ঠ) $(ax+by+5)(ax+by+3)$

$=\{(ax+by)+(5)\}\{(ax+by)+(3)\}$

সমাধান :

$(ax+by+5)(ax+by+3)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (ax+by)^2+(5+3)(ax+by)+(5)(3)$

$=(ax)^2+2(ax)(by)+(by)^2+8(ax+by)+1$

$=a^2x^2+2abxy+b^2y^2+8ax+8by)+15$

anbircox.blogspot.com

৪। $a=4,\quad b=6$ এবং $c=3$ হলে $4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a=4,\quad b=6$

এবং $c=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$

$=(2ab)^2-2\times 2ab\times 4bc+(4bc)^2$

$=(2ab-4bc)^2$

$=(2\times 4\times 6-4\times 6\times 3)^2$ [a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$=(48-72)^2$

$=(-24)^2$

$=576$

৫। $x-\frac{1}{x}=3$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2+\frac{1}{x^2}$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\times x\times\frac{1}{x}$

$=(3)^2+2$ $\left[\because x-\frac{1}{x}=3\right]$

$=9+2$

$=11$

নির্ণেয় মান 11.

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

৬। $a+\frac{1}{a}=4$ হলে, $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a+\frac{1}{a}=4$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^4+\frac{1}{a^4}$

$=\left(a^2\right)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2\times a^2\times\frac{1}{a^2}$

$=\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\times a\times\frac{1}{a}\right\}^2-2$

$=\left\{(4)^2-2\right\}^2-2$ [মান বসিয়ে]

$=(16-2)^2-2$

$=(14)^2-2$

$=196-2$

$=194$

tanbircox.blogspot.com

৭। $m=6,\quad n=7$ হলে, $16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $m^2+n^2=a$

এবং $3m^2-2n^2=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$

$=16(a)^2+56(a)(b)+49(b)^2$

$=(4a)^2+2(4a)(7b)+(7b)^2$

$=(4a-7b)^2$

$=\{4(m^2+n^2)+7(3m^2-2n^2)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$$= \{4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2\}^2$$
$$= \{25m^2 - 10n^2\}^2$$
$$= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2)\}^2$$ [m ও n এর মান বসিয়ে]
$$= \{25 \times 36 - 10 \times 49\}^2$$
$$= \{900 - 490\}^2$$
$$= \{410\}^2$$
$$= 168100$$

৮। $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

দেখাতে হবে যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= \left(a^2\right)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$$

$$= \left\{(m)^2 + 2\right\}^2 - 2$$ [মান বসিয়ে]

$$= (m^2 + 2)^2 - 2$$

$$= (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 2 + (2)^2 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 2$$

= ডানপক্ষ

rabicox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$ (দেখানো হলো)

৯। $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

বামপক্ষ $= x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$= (4)^2 + 2$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 2$

$= 18$

= ডানপক্ষ

$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$ (প্রমাণিত)

১০। $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4}$

tanbircox.blogspot.com

$$= \left(m^2\right)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$$

$$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$$

$$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$$

$$= \left\{(2)^2 - 2\right\}^2 - 2 \qquad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= (4-2)^2 - 2$$

$$= (2)^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2 \quad \text{(প্রমাণিত)}$$

১১। $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x-y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 12$

এবং $xy = 27$

প্রথম রাশি $= (x-y)^2$

$$= (x+y)^2 - 4xy$$

$$= (12)^2 - 4 \times 27$$

$$= 144 - 108$$

$$= 36$$

এবং $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$$= (12)^2 - 2 \times 27$$

$$= 144 - 54$$

$$= 90$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

১২। $a+b=13$ এবং $a-b=3$ হলে, $2a^2+2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a+b=13$

এবং $a-b=3$

প্রথম রাশি $=2a^2+2b^2$

$=2(a^2+b^2)$

$=(a+b)^2+(a-b)^2$

$=(13)^2-(3)$

$=169+9$

$=178$

এবং $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{13}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{169}{4}-\frac{9}{4}$

$=\frac{169-9}{4}$

$=\frac{160}{4}$

$=40$

tanbircox.blogspot.com

১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর :

(ক) $(5p-3q)(p+7q)$ (খ) $(6a+9b)(7b-8a)$

(গ) $(3x+5y)(7x-5y)$ (ঘ) $(5x+13)(5x-13)$

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(ক) $(5p-3q)(p+7q)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (5p-3q)(p+7q)=\left\{\frac{(5p-3q)+(p+7q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(5p-3q)-(p+7q)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{5p-3q+p+7q}{2}\right\}^2-\left\{\frac{5p-3q-p-7q}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{6p+4q}{2}\right\}^2-\left\{\frac{4p-10q}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{2(3p+2q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(2p-5q)}{2}\right\}^2$$

$$=(3p+2q)^2-(2p-5q)^2$$

(খ) $(6a+9b)(7b-8a)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (6a+9b)(7b-8a)=\left\{\frac{(6a+9b)+(7b-8a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(6a+9b)-(7b-8a)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{6a+9b+7b-8a}{2}\right\}^2-\left\{\frac{6a+9b-7b+8a}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{16b-2a}{2}\right\}^2-\left\{\frac{14a+2b}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{2(8b-a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(7a+b)}{2}\right\}^2$$

$$=(8b-a)^2-(7a+b)^2$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(গ) $(3x+5y)(7x-5y)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (3x+5y)(7x-5y)=\left\{\frac{(3x+5y)+(7x-5y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(3x+5y)-(7x-5y)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{3x+5y+7x-5y}{2}\right\}^2-\left\{\frac{3x+5y-7x+5y}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{10x}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2x+10y}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-\left\{\frac{-2(x-5y)}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-(x-5y)^2$$

(ঘ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (5x+13)(5x-13)=\left\{\frac{(5x+13)+(5x-13)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(5x+13)-(5x-13)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{5x+13+5x-13}{2}\right\}^2-\left\{\frac{5x+13-5x+13}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{10x}{2}\right\}^2-\left\{\frac{26}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-(13)^2$$

tanbircox.blogspot.com