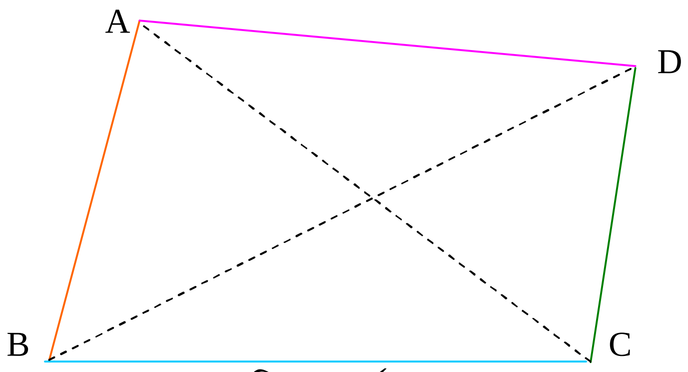
৪১ চতুর্ভুজ

চতুর্ভুজ :



চিত্রঃ চতুর্ভুজ

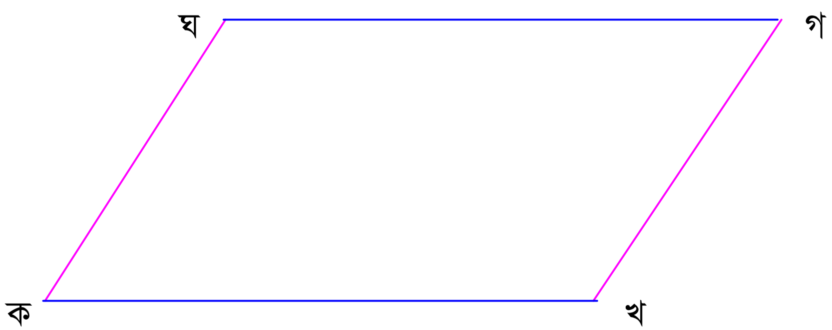
চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। উপরের চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র। চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয়, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের বাহু।

A, B, C ও D বিন্দু চারটির যেকোনো তিনটি সমরেখা নয়। AB, BC, CD ও DA রেখাংশ চারটি সংযোগে ABCD চতুর্ভুজ গঠিত হয়েছে। AB, BC, CD ও DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। A, B, C ও D চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু। ∠ABC, ∠BCD, ∠CDA ও ∠DAB চতুর্ভুজের চারটি কোণ। A ও B শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে C ও D শীর্ষের বিপরীত শীর্ষবিন্দু। AB ও CD পরস্পর বিপরীত বাহু এবং AD ও BC পরস্পর বিপরীত বাহু । এক শীর্ষবিন্দুতে যে দুইটি বাহু মিলিত হয়, এরা সন্নিহিত বাহু। যেমন, AB ও BC বাহু দুইটি সন্নিহিত বাহু। AC ও BD রেখাংশদ্বয় ABCD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে। ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা (AB + BC + CD + DA) এর দৈর্ঘ্যের সমান। চতুর্ভুজকে অনেক সময় ' □ ' প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

tanbirox.blogspot.com

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

সামন্তরিক :

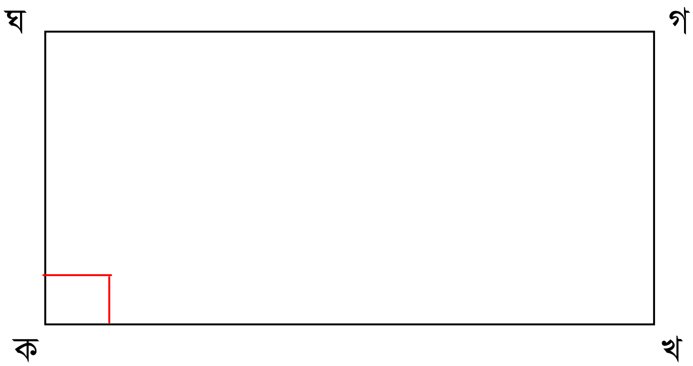


চিত্রঃ সামান্তরিক

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সামান্তরিক : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল, তা সামন্তরিক। সামান্তরিকের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।

আয়ত :

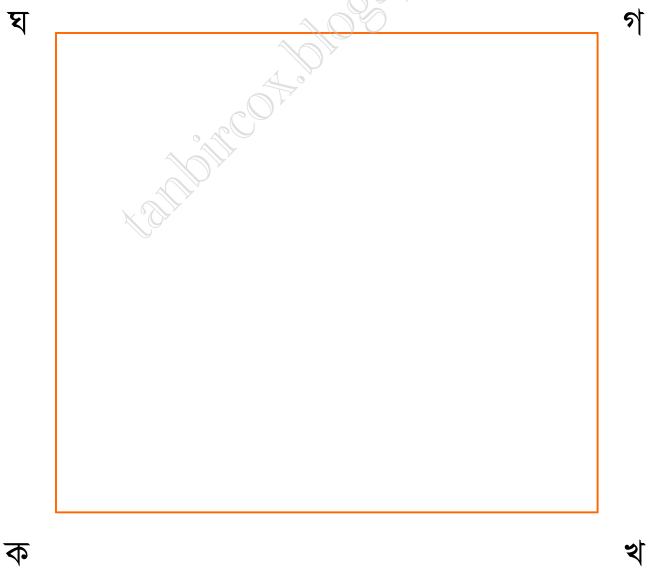


চিত্রঃ আয়ত

আয়ত : যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়তের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে কখগঘ একটি আয়ত।

বর্গ :

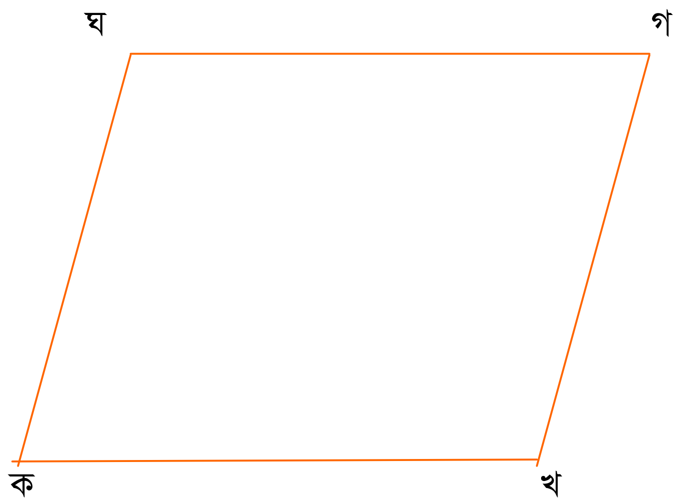
tanbircox.blogspot.com



চিত্রঃ বর্গ

বর্গ : বর্গ এমন একটি আয়ত যার সন্নিহিত বাহুগুলো সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। বর্গের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে, কখগঘ একটি বর্গ।

রম্বস :

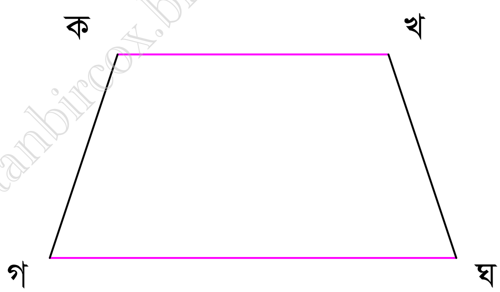


চিত্রঃ রম্বস

রম্বস : রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার সন্নিহিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। অর্থাৎ রম্বসের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল এবং চারটি বাহু সমান। রম্বসের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে রম্বসক্ষেত্র বলে। চিত্রে, কখগঘ একটি রম্বস।

tanbircox.blogspot.com

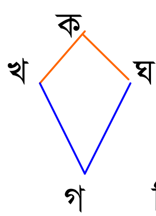
ট্রাপিজিয়াম :



চিত্রঃ ট্রাপিজিয়াম

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, একে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রের কখগঘ একটি ট্রাপিজিয়াম।

ঘুড়ি :

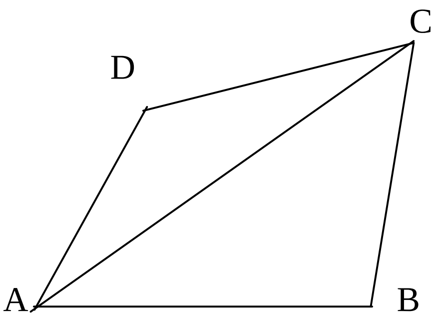


চিত্রঃ ঘুড়ি

ঘুড়ি : যে চতুর্ভুজের দুইজোড়া সন্নিহিত বাহু সমান, একে ঘুড়ি বলা হয়। উপরের চিত্রে একটি ঘুড়ি।

উপপাদ্য ১

চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং AC এর একটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ।

অঙ্কন :

A ও C যোগ করি। AC কর্ণটি চতুর্ভুজটিকে ΔABC ও ΔADC দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। ΔABC এ $\angle BAC + \angle ACB + \angle B = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
২। অনুরূপভাবে, ΔDAC এ $\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
৩। অতএব, $\angle BAC + \angle ACB + \angle B + \angle DAC + \angle ACD + \angle D = (2+2)$ সমকোণ।	[(১) ও (২) থেকে]
৪। $\angle DAC + \angle BAC = \angle A$ এবং $\angle ACD + \angle ACB = \angle C$.	[সন্নিহিত কোণের যোগফল] [সন্নিহিত কোণের যোগফল]
৫। সুতারাং, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ। (প্রমাণিত)	[(৩) নং থেকে]

tanbircox.blogspot.com

উপপাদ্য ২

সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান।

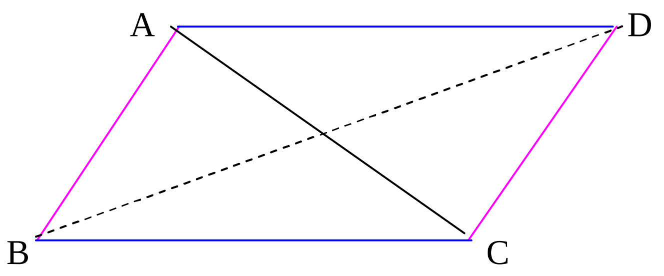
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে,

(ক) AB বাহু = CD বাহু, AD বাহু = BC বাহু

(খ) ∠BAD =∠BCD, ∠ABC =∠ADC



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ।। DC এবং AC তাদের ছেদক, সুতারাং ∠BAC =∠ACD	[একান্তর কোণ সমান]
(১) BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক, সুতারাং ∠ACB =∠DAC	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন Δ ABC ও Δ ADC এ ∠BAC =∠ACD ∠ACB =∠DAC এবং AC বাহু সাধারণ। ∴ Δ ABC ≅ Δ ADC অতএব, AB = CD, BC = AD ও ∠ABC =∠ADC অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, Δ BAD ≅ Δ BCD সুতারাং, ∠BAD =∠BCD. (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]

tanbircox.blogspot.com

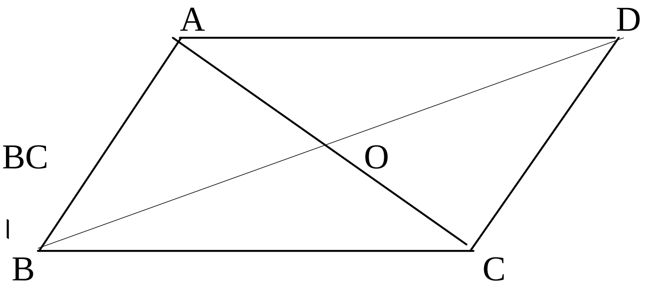
কাজ :

১। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামান্তরিক।

২। দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে AB = CD এবং ∠ABD =∠BDC

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

(১) সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এর

AB = CD, AD = BC এবং AB ।। CD, AD ।। BC

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক, অতএব, $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(১) ABও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD তাদের ছেদক, অতএব, $\angle BDC = \angle ABD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন ΔAOB ও ΔOCD এ $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$	[(১) ও (২) থেকে]
এবং AB = DC	[কল্পনা]
∴ Δ ABC ≅ ΔADC তাহলে, OA = OC এবং OB = OD	
(৪) অতএব, ABCD চতুর্ভুজ AB ।। CD, AD ।। BC AD = BC, AB = CD	[কল্পনা]
এবং OA = OC, OB = OD	[কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতারাং, ABCD চতুর্ভুজটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

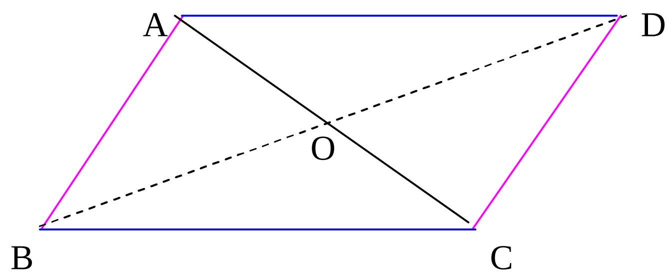
tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

উপপাদ্য ৩
সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :
মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিকের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OA = CO, BO = DO.



প্রমাণ :

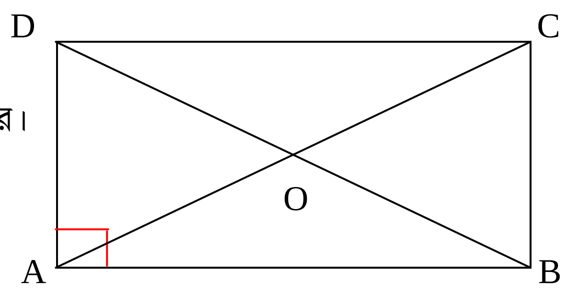
ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC এদের ছেদক। অতএব, ∠ BAC = একান্তর ∠DAC	[একান্তর কোণ সমান]
(২) AD ও BC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক। সুতারাং, ∠ BDC = একান্তর ∠ABD	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন ΔAOB ও ΔCOD এ ∠BAC =∠ACD, ∠OBA =∠ODC এবং AB=DC ∴ Δ ABC ≅ Δ ADC অতএব, AO = CO, BO = DO. (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]

tanbircox.blogspot.com

উপপাদ্য ৪
আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :
মনে করি, ABCD একটি আয়তের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,
(i) AC = BD
(ii) OA = CO, BO = DO.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতারাং AO = CO, BO = DO.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABD ও ΔACD এ	
$\angle DAB = \angle ADC$,	[প্রত্যেক কোণ সমকোণ]
AB = DC	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরপস্পর সমান]
AD = AD	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$	[ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]
অতএব, AC = BD. (প্রমাণিত)	

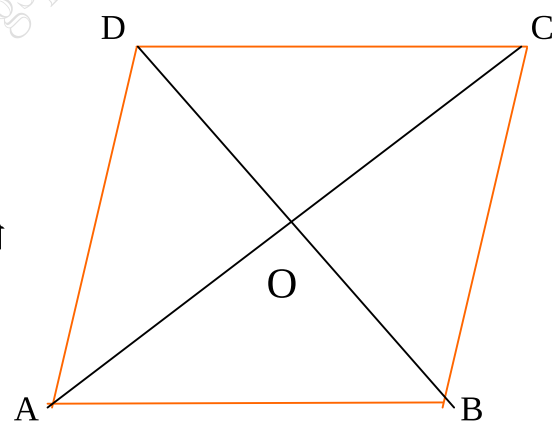
tanbirox.blogspot.com

উপপাদ্য ৫

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

(i) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ

(ii) OA = CO, BO = DO.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতারাং AO = CO, BO = DO.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔAOB ও ΔBOC এ	
AB = BC	[রম্বসের বাহুগুলো সমান]
AB = DC	[(১) থেকে]
এবং OB = OB	[সাধারণ বাহু]
অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta BOC$	[ত্রিভুজের বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]

সুতারাং, ∠AOB =∠BOC

∠AOB+∠BOC = 1 সরলকোণ = 2 সমকোণ।

∠AOB=∠BOC = 1 সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

∠COD=∠DOA = 1 সমকোণ। (প্রমাণিত)

কাজ :

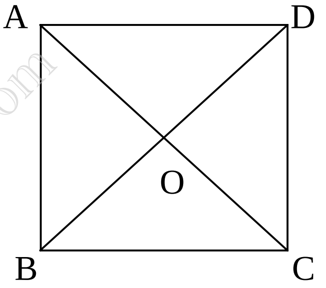
১। দেখাও যে, বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ও সমদ্বিখণ্ডিত করে।

২। একজন রাজমিস্ত্রী একটি আয়তকার কংক্রিট স্ল্যাব তৈরি করেছেন। তিনি কত বিভিন্ন ভাবে নিশ্চিত হতে পারেন যে তাঁর স্ল্যাবটি সত্যিই আয়তকার?

(১) সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD বর্গের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

AC = BD এবং OA = OC, OB = OD

tanbircox.blogspot.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) বর্গ একটি সামান্তরিক সুতারাং AO = CO, BO = DO	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন, ΔABD ও ΔACD এ ∠DAB =∠ADC AB = DC এবং AD = AD	 [প্রত্যেকে সমকোণ] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু]
সুতারাং, ΔABD ≅ ΔACD অতএব, AC = BD (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]

অনুশীলনী ৮.১

১। সামান্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল
(খ) একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত
(গ) বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান
(ঘ) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান

২। নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?

(ক) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান
(খ) প্রত্যেক কোণই সমকোণ
(গ) বিপরীত কোণদ্বয় অসমান
(ঘ) প্রত্যেকটি বাহুই সমান

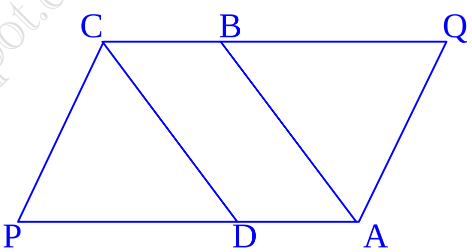
৩। i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।
ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।
iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামান্তরিক।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

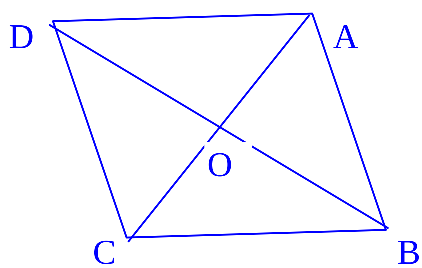
tanbircox.blogspot.com

৪। PAQC চতুর্ভুজের PA = CQ এবং PA || CQ.
∠A ও ∠C সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে
ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?



(ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস (গ) আয়ত (ঘ) বর্গ

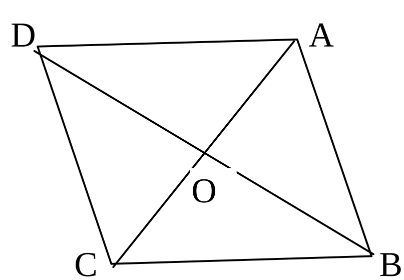
৫। দেওয়া আছে ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে BO = OD OA = OC ∠AOB = বিপরীত∠COD ∴ ΔAOB ≅ Δ COD সুতারাং, AB = CD (২) অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় AD = BC ∴ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	 [কল্পনা] [O, AC এর মধ্যবিন্দু] [ত্রিভুজের বাহু - কোণ - বাহু উপপাদ্য]

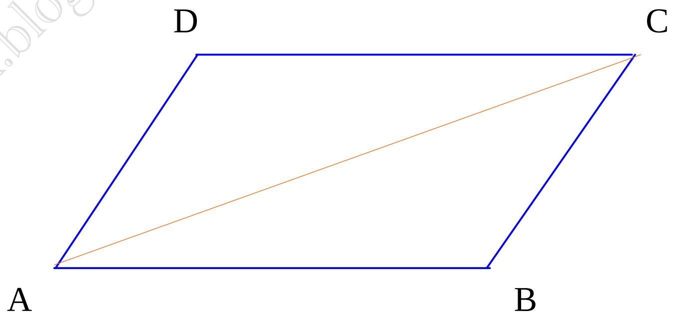
৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

amarbircox.blogspot.com

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
এর একটি কর্ণ AC।
প্রমাণ করতে হবে যে, AC কর্ণটি ABCD সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।
অর্থাৎ ΔABC ≅ Δ ADC।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AB ।। CD এবং AC তাদের ছেদক ∴ ∠ BAC =∠ACD	[একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক ∴ ∠ACB = ∠DAC	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ ∠BAC =∠ACD ∠ACB =∠DAC AC = AC	 [সাধারণ বাহু]

www.facebook.com/tanbir.ebooks

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অর্থাৎ সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে। (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]

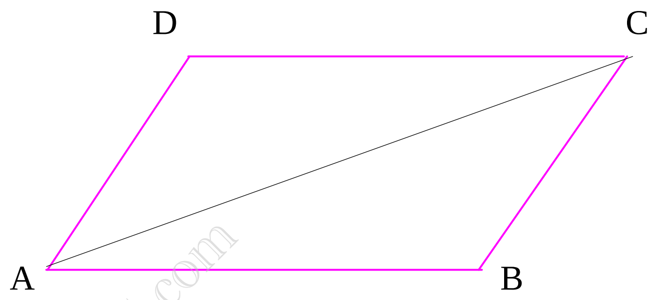
৭। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।
এর AD = BC, AB = CD এবং
AD ।। BC, AB ।। CD হলে

প্রমাণ করতে হবে যে,
চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন : চতুর্ভুজটির কর্ণ AC অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD ।। BC এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle CAD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) অনুরূপভাবে, BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle ACB = \angle CAD$ $\angle BAC = \angle ACD$ $AC = AC$	 [সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ $\therefore \angle ABC = \angle ADC$	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(৪) অনুরূপভাবে, $\angle BAC = \angle BCD$ $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

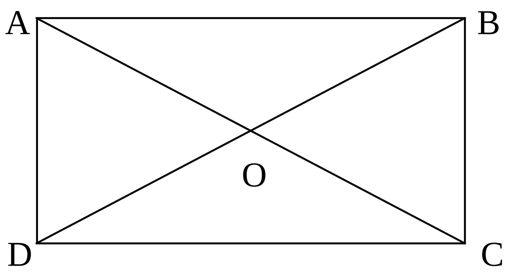
৮। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC = কর্ণ BD

প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি আয়ত।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও Δ ADBএর মধ্যে	
BC = AD	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
AC = BD	[কল্পনা]
AB = AB	[সাধারণ বাহু]
∴ ΔABC ≅ ΔADB	
∴ ∠ABC =∠BAD	[কোণ- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, যেহেতু AD ।। BC এবং AB তাদের ছেদক	
∠ ABC +∠BAD = 2 সমকোণ	[ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ সমান]
∴ ∠ ABC =∠BAD = 1 সমকোণ	
∴ ABCD একটি আয়ত (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

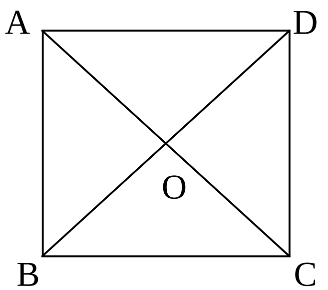
৯। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণ পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ AC = BD, OA = OC, OB = OD এবং
∠AOB = ∠BOC = ∠COD = ∠AOD



প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণ :

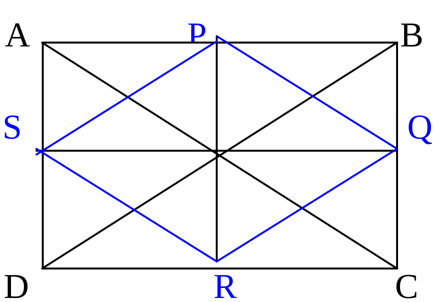
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOD এতে $OB = OD$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$ $AO = AO$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOD$ $\therefore AB = AD$	 [কল্পনা] [সমকোণ] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]
(২) অনুরূপভাবে, ΔAOB ও ΔBOC এ প্রমাণ করা যায় যে, $AB = BC$	
(৩) এবং ΔBOC ও ΔCOD এ প্রমাণ করা যায় যে, $BC = CD$ $\therefore$ ABCD চতুর্ভুজে $AB = BC = CD = AD$	 [(১), (২) ও (৩) থেকে]
(৪) আবার, ΔAOB এ $\angle AOB = 90^0$ এবং $OA = OB$ $\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^0$	 [কল্পনা] [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
(৫) অনুরূপভাবে, ΔAOD এ $\angle OAD = \angle ODA = 45^0$ $\therefore \angle BAD = \angle OAB + \angle OAD$ $= 45^0 + 45^0$ $= 90^0$ $\therefore$ ABCD একটি বর্গ। (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

১০। প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :
মনেকরি, ABCD আয়ত। P, Q, R ও S যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু। P, Q; Q, R; R, S ও S, P যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।

অঙ্কন : A, C; B, D; এবং S, Q; P, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔBCD এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ যথাক্রমে PS ও QR। সুতারাং, PS ॥ BD এবং QR ॥ BD আবার, $PS = \frac{১}{২} BD$ আবার, $QR = \frac{১}{২} BD$	[ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক]
$\therefore$ PS = QR এবং PS ॥ QR	[সমান্তরাল রেখার সমান্তরাল রেখা পরস্পর সমান্তরাল]
(২) অনুরূপভাবে, ΔABC ও ΔADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, PQ = SR এবং PQ ॥ SR	
$\therefore$ PQRS একটি রম্বস (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

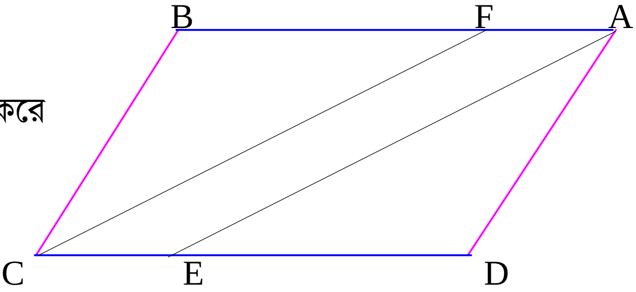
১১। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
$\angle A$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AE ও CF
যথাক্রমে DC ও AB কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে

প্রমাণ করতে হবে যে, AE ।। CF।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AE, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \angle EAF = \frac{১}{২} \angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle ECF = \frac{১}{২} \angle BCD$ $\therefore \angle EAF = \angle ECF$	[কল্পনা]
(৩) আবার, AB ।। CD এবং AE এদের ছেদক $\angle AED = \angle EAF$ $\therefore \angle AED = \angle ECF$ কিন্তু, এরা অনুরূপ কোণ। $\therefore$ AECF একটি সামান্তরিক। $\therefore$ AE ।। FC (প্রমাণিত)	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল] [একান্তর কোণ] [(২) থেকে]

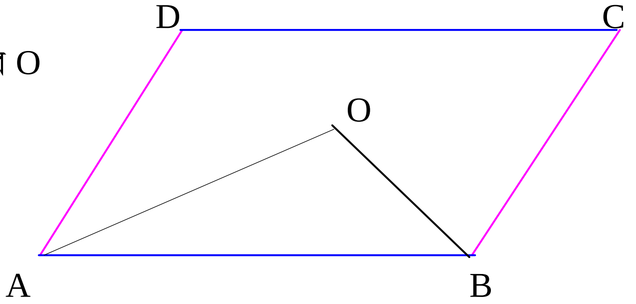
tanbircox.blogspot.com

১২। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর $\angle BAD$ ও $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব।

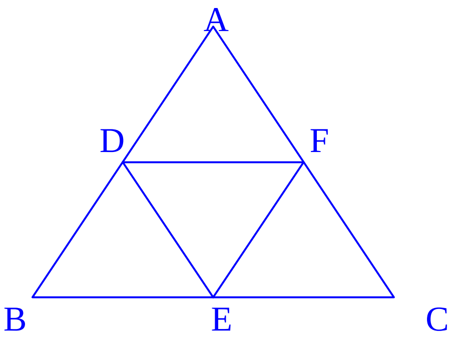
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AO, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\angle OAB = \frac{১}{২}\angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle OBA = \frac{১}{২}\angle ABC$	
(৩) আবার, যেহেতু AD ‖ BC এবং AB ছেদক। $\therefore \angle BAD + \angle ABC =$ দুই সমকোণ	[ছেদকের একই পাশে অন্তঃস্থ কোণ বলে]
বা $\frac{১}{২}\angle BAD + \frac{১}{২}\angle ABC =$ এক সমকোণ। বা, $\angle OAB + \angle OBA =$ এক সমকোণ।	[(১) ও (২) থেকে]
(৪) এখন, ΔAOB এ, $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB +$ 1 সমকোণ $= 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB =$ 2 সমকোণ $-$ 1 সমকোণ। $\therefore \angle AOB = 1$ সমকোণ। অর্থাৎ, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

tanbircox.blogspot.com

... www.facebook.com/tanbirebooks

১৩। চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



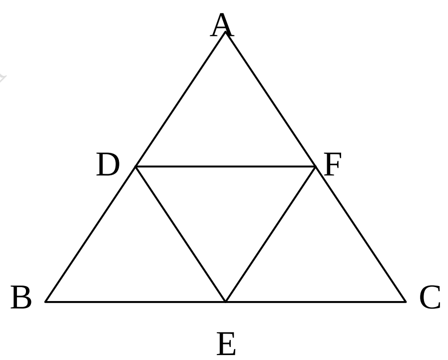
(ক) প্রমাণ কর যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চিত্রে ABC একটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E, F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

tanbirox.blogspot.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔBDE এ, $\angle BDE + \angle BED + \angle EBD$ = দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(২) ΔDEF এ, $\angle DEF + \angle DFE + \angle EDF$ = দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
($\angle BDE + \angle BED + \angle EBD + \angle DEF + \angle DFE + \angle EDF$) = চার সমকোণ	[(১) ও (২) থেকে]
$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ। (প্রমাণিত)	

www.facebook.com/tanbir.ebooks

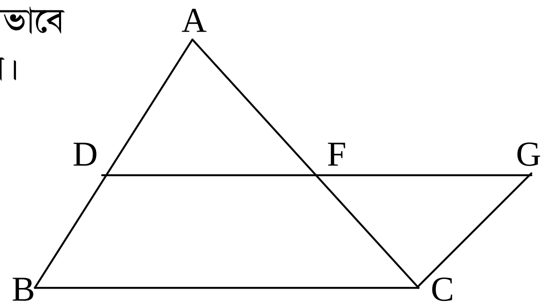
(খ) প্রমাণ কর যে,

DF || BC এবং DF = $\frac{১}{২}$BC

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ΔABC এর D ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্য বিন্দু। D ও F যোগকরে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DF = FG হয়। G, C যোগকরি।



প্রমাণ করতে হবে যে,

DF || BC এবং DF = $\frac{১}{২}$BC

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADF ও ΔCGF এ,	
DF = FG	[অঙ্কনানুসারে]
AF = CF	[কল্পনা]
এবং অন্তভুক্ত ∠DFA = অন্তভুক্ত ∠CFG	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
∴ ΔDEF ≅ ΔCGF	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]
(২) AD = CG	[কল্পনা]
এবং ∠DAF =∠FCG	[একান্তর কোণ সমান]
বা, BD = CG	
বা, ∠DAC =∠ACG	
কিন্তু কোণদ্বয় AD ও CG বাহুর AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ।	
∴ DA || CG	
বা, BA || CG	
(৩) এখন BCGD চতুর্ভুজের BD = CG	
এবং BD || CG	
∴ BCGD একটি সামান্তরিক।	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল]
∴ DG || BC এবং DG = BC	

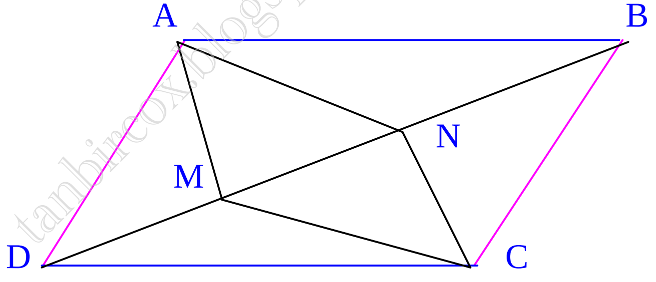
tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

(৪) DF + FG = BC বা, DF + DF = BC বা, 2DF = BC $\therefore$ DF = $\frac{১}{২}$BC সুতারাং, DF ।। BC এবং DF = $\frac{১}{২}$ BC (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

১৪. দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।

tanbircox.blogspot.com

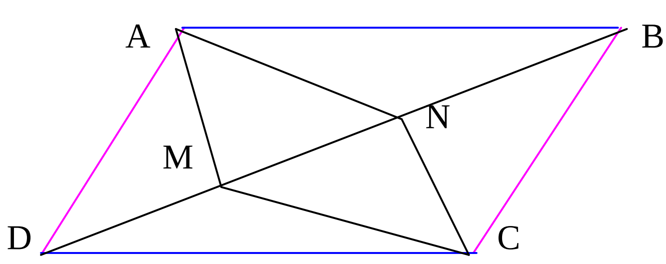


সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিক AM ও CN, BD উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADM ও ΔBCN এর,	
$\angle ADM = \angle NBC$	[একান্তর কোণ]
$\angle AMD = \angle BNC$	[$AM \perp BD$, $CN \perp BD$]
এবং $AD = BC$	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
$\therefore \Delta ADM \cong \Delta BCN$	[কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
$\angle MAD = \angle BCN$	
(২) অনুরূপভাবে, ΔABN ও ΔCDM এর মধ্যে	
$\angle BAN = \angle MCD$	
$\therefore \angle BAD - (\angle DAM + \angle BAN)$ $= \angle BCD - (\angle NCB + \angle MCD)$	
$\therefore \angle MAN = \angle MCN$	
$\therefore \angle AMC = \angle ANC$	
(৩) অর্থাৎ ANCM চতুর্ভুজের	[(১) থেকে]
$\angle MAN = \angle MCN$	
$\angle AMC = \angle ANC$	
$\therefore$ NCMA একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com