ষষ্ঠ অধ্যায় 6.2 বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

উদাহরণ ১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

মনেকরি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y

প্রথম শর্তানুসারে, $x+y=60$ ....(1)

প্রথম শর্তানুসারে, $x-y=20$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x=80$$

বা, $x=\frac{80}{2}$

$$\therefore x=40$$

আবার,

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই

$$2y=40$$

বা, $y=\frac{40}{2}$

$\therefore y=20$ **নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20 ।**

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ২। ফাইয়াজা ও আয়াজের কতগুলো আপেল কুল ছিল। ফাইয়াজের আপেল কুল থেকে আয়াজকে 10টি আপেল কুল দিলে আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যার তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেল কুল থেকে ফাইয়াজকে 20টি দিলে ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যা দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেল কুল ছিল?

সমাধান :

মনেকরি, ফাইয়াজের আপেল কুল সংখ্যা x টি

এবং আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা y টি

প্রথম শর্তানুসারে,

$$y+10=3(x-10)$$

বা, $y+10=3x-30$

বা, $3x-y=30+10$

বা, $3x-y=40$ ....(1)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$x+20=2(y-20)$$

বা, $x+20=2y-40$

বা $x-2y=-40-20$

বা, $x-2y=-60$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে (2) দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$5x=140$

বা, $x=\frac{140}{5}$

$\therefore x=28$

x - এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$3\times 28-y=40$

বা, $-y=40-84$

বা, $-y=-44$

$\therefore y=44$

সুতারাং, ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 28 টি আর আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 44টি

উদাহরণ ৩। 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 4 : 1। 10 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স y বছর

প্রথম শর্তানুসারে,

$(x-10):(y-10)=4:1$

বা, $\frac{x-10}{y-10}=\frac{4}{1}$

বা, $x-10=4y-40$

বা, $x-4y=-40+10$

$\therefore x-4y=-30$ ....(1)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$(x+10):(y+10)=2:1$

বা, $\frac{x+10}{y+10}=\frac{2}{1}$

বা, $x+10=2y+20$

বা, $x-2y=20-10$

$\therefore x-2y=10$ ....(2)

tanbircox.blogspot.com

সমীকরণ (1)ও (2) হতে পাই,

$$x-4y=-30$$
$$x-2y=10$$

$$-2y=-40$$ [বিয়োগ করে পাই]

বা, $y=\frac{-40}{-20}$

$\therefore y=20$

y এর মান সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$x-2\times 20=10$

বা, $x-40=10$

বা, $x=10+40$

$\therefore x=50$

সুতারাং, পিতার বর্তমান বয়স 50 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 20 বছর।

উদাহরণ ৪। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x
এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি $=x+10y$

tanbircox.blogspot.com

১ম শর্তানুসারে, $x+y+7=3y$

বা, $x+y-3y=-7$

বা, $x-2y=-7$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x+10y-18=y+10x$

বা, $x+10y-y-10x=18$

বা, $9y-9x=18$

বা, $9(y-x)=18$

বা, $y-x=\frac{18}{9}$

$\therefore y-x=2$ ....(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$-y=-5$$
$$\therefore y=5$$

y এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x-2\times 5=-7$$
বা, $x=-7+10$
$$\therefore x=3$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $=3+10\times 5$
$=3+50$
$=53$

উদাহরণ ৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y\neq 0$.

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y}=2$

বা, $x+7=2y$

বা, $x-2y=-7$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2}=1$

বা, $x=y-2$

বা, $x-y=-2$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x-2y=-7$$
$$x-y=-2$$

$-y=-5$ [বিয়োগ করে]

$$\therefore y=5$$

আবার, $y=5$ সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x-5=-2$$

$\therefore x=3$ নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{5}$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৬.২

১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

১ম শর্তানুসারে, $x+y=100$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x-y=20$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x=120$$

বা, $x=\frac{120}{2}$

$$\therefore x=60$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$60+y=100$$

বা, $y=100-60$

$$\therefore y=40$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 60 ও 40.

tanbircox.blogspot.com

২। দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরটির তিনগুণ হলে, সংখ্যাটি দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একটি সংখ্যা x

অপর সংখ্যাটি $3x$

প্রশ্নমতে,

$$x+3x=160$$

বা, $4x=160$

বা, $x=\frac{160}{4}$

$$\therefore x=40$$

$\therefore$ একটি সংখ্যা 40 এবং অপর সংখ্যাটি $40\times3=120$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 120, 40.

৩। দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সুংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম সংখ্যা x

দ্বিতীয় সংখ্যা y

১ম শর্তানুসারে, $3x+2y=59$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $2x-y=9$ ....(2)

(2) সমীকরণ থেকে পক্ষান্তর করে পাই,

$-y=9-2x$

বা, $y=2x-9$ ....(3)

সমীকরণ (1) এ y মান বসিয়ে পাই,

$3x+2(2x-9)=59$

বা, $3x+4x-18=59$

বা, $7x=59+18$

বা, $7x=77$

বা, $x=\frac{77}{7}$

$\therefore x=11$

x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$y=2\times11-9$

বা, $y=22-9$

$\therefore y=13$

নির্ণেয় প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 11 ও 13.

tanbircox.blogspot.com

৪। 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা- পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে, 2 : 1। পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

বর্তমানে পিতার বয়স x বছর

এবং পুত্রের বয়স y বছর

১ম শর্তনুসারে, $(x-5):(y-5)=3:1$

বা, $\frac{x-5}{y-5}=\frac{3}{1}$

বা, $x-5=3y-15$

বা, $x-3y=5-15$

বা, $x-3y=-10$ ....(1)

২য় শর্তনুসারে, $(x+15):(y+15)=2:1$

বা, $\frac{x+15}{y+15}=\frac{2}{1}$

বা, $x+15=2y+30$

বা, $x-2y=30-15$

বা, $x-2y=15$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও সমীকরণ (2) হতে পাই

$$\begin{array}{l} x-3y=-10 \\ x-2y=15 \\ \hline -y=-25 \quad \text{[বিয়োগ করে]} \\ \therefore y=25 \end{array}$$

y এর এই মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x-2\times 25=15$

বা, $x-50=15$

বা, $x=15+50$

$\therefore x=65$

সুতারাং বর্তমানে পিতার বয়স 65 বছর এবং পুত্রের বয়স 25 বছর।

manbircox.blogspot.com

৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগকরলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}, y\neq 0$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+5}{y}=2$

বা, $x+5=2y$

বা, $x-2y=-5$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-1}=1$

বা, $x=y-1$

বা, $x-y=-1$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 2y = -5$$
$$x - y = -1$$
$$-y = -4 \quad \text{[বিয়োগ করে]}$$
$$\therefore y = 4$$

y এর মান (1) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 4 = -5$$
বা, $x = 8 - 5$
$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$.

৬। কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব এবং হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}; x < y$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 14$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $y - x = 8$ ....(2)

$$2y = 22 \quad \text{[যোগ করে]}$$
বা, $2y = 22$

বা, $y = \frac{22}{2}$
$$\therefore y = 11$$

y এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$x + 11 = 14$$
বা, $x = 14 - 11$
$$\therefore x = 3$$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$

নির্ণেয় প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$.

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

৭। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x

এবং দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি $10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 10$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 4$ ....(2)

$2x = 14$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 7$

x এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$7 + y = 10$

বা, $y = 10 - 7$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7$

$= 37$

৮। একটি আয়কার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়কার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, আয়তকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ x মিটার

তাহলে, " " দৈর্ঘ্য (x + 25) মিটার

আমরা জানি, আয়তকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

শর্তমতে, 2(x + x + 25) = 150

বা, 2(2x + 25) = 150

বা, $2x + 25 = \frac{150}{2}$

বা, 2x + 25 = 75

বা, $2x = 75 - 25$

বা, $2x = 50$

বা, $x = \frac{50}{2}$

$\therefore x = 25$

প্রস্থ 25 মিটার এবং দৈর্ঘ্য (25+25) মিটার বা 50 মিটার। **নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার**

tanbircox.blogspot.com

৯। একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে 10টি খাতা ও 15 টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয়কলো। খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা

এবং " পেন্সিলের " y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $15x+10y=300$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $10x+15y=250$ ....(2)

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (2) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$45x+30y=900$ ....(3)

$20x+30y=500$ ....(4)

$25x=400$ [বিয়োগ করে]

বা, $x=\frac{400}{25}$

$\therefore x=16$

x এর মান সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$15\times16+10y=300$

বা, $10y=300-240$

বা, $y=\frac{60}{10}$

$\therefore y=6$

নির্ণেয় খাতার মূল্য 16 টাকা এবং পেন্সিলের মূল্য 6 টাকা।

tanbircox.blogspot.com

১০। একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। আবার প্রথম জন থেকে 1500 টাকা দ্বিতীয় জনকে দিলে উভয়ের টাকার পরিমাণ সমান হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম জন পায় x টাকা

এবং দ্বিতীয় জন পায় y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x+y=5000$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x-1500=y+1500$

বা, $x-y=3000$ ....(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণকে যোগ করে করে পাই,

$$x+y=5000$$
$$x-y=3000$$
$$2x=8000 \quad [\text{ যোগ করে }]$$

বা, $x=\dfrac{8000}{2}$

$\therefore x=4000$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$4000+y=5000$

বা, $y=5000-4000$

$\therefore y=1000$

সুতারাং প্রথম জন পাবে 4000 টাকা এবং দ্বিতীয় জন পাবে 1000 টাকা।

১১। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

ক. $x+y=6$
$x-y=2$

খ. $x+4y=11$
$4x-y=10$

গ. $3x+2y=21$
$2x-3y=1$

ঘ. $x+2y=1$
$x-y=7$

ঙ. $x-y=0$
$x+2y=-15$

চ. $4x-3y=11$
$3x-4y=-2$

tanbircox.blogspot.com

12. $2x-y=5$ এবং $4x-2y=7$ সরল সমীকরণ।

(ক) লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও

(খ) লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) নির্ণেয় সমাধান- এর ব্যাখ্যা দাও।