অধ্যায় ০৫ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

অধ্যায়ের শিখনফল -

৫.১ : বর্গ নির্ণয়ে বীজগণিতীয় সূত্রের বর্ণনা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
৫.২ : বীজগণিতীয় সূত্র ও অনুসিদ্ধান্ত প্রয়োগ করে রাশির মান নির্ণয় করতে পারবে।
৫.৩ : বীজগণিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে পারবে।
৫.৪ : গুণনীয়ক ও গুণিতক কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
৫.৫ : অনূর্ধ্ব তিনটি বীজগণিতীয় রাশির সাংখ্যিক সহগসহ গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করতে পারবে।

অধ্যায়ের বিষয়বস্তু পর্যালোচনা -

☑ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

সূত্র ১। $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
সূত্র ২। $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
সূত্র ৩। $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
সূত্র ৪। $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
অনুসিদ্ধান্ত ৫। $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
অনুসিদ্ধান্ত ৬। $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

☑ বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদক

কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়। যেমন, $6 = 2 \times 3$ এবং $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ইত্যাদি।

☑ গুণিতক ও গুণনীয়ক

একটি রাশি (ভাজ্য) অপর একটি রাশি (ভাজক) দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের একটি গুণিতক বলা হয় এবং ভাজককে ভাজ্যের গুণনীয়ক বা উৎপাদক বলে।

☑ গ.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম

(ক) পাটিগণিতের নিয়মে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।
(খ) বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে।
(গ) সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু. এবং প্রদত্ত রাশিগুলোর বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর ধারাবাহিক গুণফল হচ্ছে নির্ণেয় গ.সা.গু.।

☑ ল.সা.গু. নির্ণয়ের নিয়ম

ল.সা.গু. নির্ণয় করার জন্য প্রথমে সাংখ্যিক সহগগুলোর ল.সা.গু. বের করতে হবে। এরপর উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাত বের করতে হবে। অতঃপর উভয়ের গুণফলই হবে প্রদত্ত রাশিগুলোর ল.সা.গু.।

মন্তব্য : ল.সা.গু. = সাধারণ উৎপাদক × সাধারণ নয় এরূপ উৎপাদক।

[বি.দ্র. এ অধ্যায়ের উদাহরণগুলো পাঠ্য বই থেকে অনুশীলন করবে।]

স্কুল পরীক্ষা প্রস্তুতির জন্য পাঠ্য বইয়ের কাজ, অনুশীলনীর প্রশ্ন, বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নের সমাধান

অনুশীলনী ৫.১ এর কাজ ও সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, তোমাদের পাঠ্য বইয়ের এই অনুশীলনীর আলোচনায় বক্স আকারে যে কাজসমূহ দেওয়া আছে, সেগুলো নিচে সমাধান করে দেওয়া হলো।

কাজ : সূত্রের সাহায্যে রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর : ★ *[পৃষ্ঠা-৭১]*

১ $x + 2y$

সমাধান : $x + 2y$ এর বর্গ
$= (x + 2y)^2$
$= x^2 + 2 \times x \times 2y + (2y)^2$
$= x^2 + 4xy + 4y^2$ **Ans.**

২ $3a + 5b$

সমাধান : $3a + 5b$ এর বর্গ
$= (3a + 5b)^2$
$= (3a)^2 + 2 \times 3a \times 5b + (5b)^2$
$= 9a^2 + 30ab + 25b^2$ **Ans.**

৩ $5 + 2a$

সমাধান : $5 + 2a$ এর বর্গ
$= (5 + 2a)^2 = (5)^2 + 2 \times 5 \times 2a + (2a)^2$
$= 25 + 20a + 4a^2$ **Ans.**

৪ 15

সমাধান : 15 এর বর্গ $= (15)^2$
$= (10 + 5)^2 = (10)^2 + 2 \times 10 \times 5 + (5)^2$
$= 100 + 100 + 25$
$= 225$ **Ans.**

৫ 103

সমাধান : 103 এর বর্গ
$= (103)^2 = (100 + 3)^2$
$= (100)^2 + 2 \times 100 \times 3 + (3)^2$
$= 10000 + 600 + 9$
$= 10609$ **Ans.**

কাজ : সূত্রের সাহায্যে রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর : ★ *[পৃষ্ঠা-৭২]*

১ $5x - 3$

সমাধান : $5x - 3$ এর বর্গ
$= (5x - 3)^2$
$= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + (3)^2$
$= 25x^2 - 30x + 9$ **Ans.**

২ $ax - by$

সমাধান : $ax - by$ এর বর্গ
$= (ax - by)^2$
$= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2$
$= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$ **Ans.**

৩ $5x - 6$

সমাধান : $5x - 6$ এর বর্গ
$= (5x - 6)^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 6 + (6)^2$
$= 25x^2 - 60x + 36$ **Ans.**

৪ 95

সমাধান : 95 এর বর্গ
$= (95)^2 = (100-5)^2$
$= (100)^2 - 2\times 100\times 5 + (5)^2$
$= 10000 - 1000 + 25 = 10025 - 1000$
$= 9025$ Ans.

[পৃষ্ঠা-৭৩]

কাজ :

১ $a + b = 4$ এবং $ab = 2$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 4$ এবং $ab = 2$
প্রদত্ত রাশি $= (a-b)^2$
$= (a+b)^2 - 4ab$
$= (4)^2 - 4\times 2$ [$\because a+b=4$ এবং $ab=2$]
$= 16 - 8 = 8$
Ans. 8

২ $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$. ★★

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 5$

বামপক্ষ $= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2\times a\times\frac{1}{a}$
$= (5)^2 + 2$ [$\because a - \frac{1}{a} = 5$]
$= 25 + 2 = 27 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$ [দেখানো হলো]

[পৃষ্ঠা-৭৪]

কাজ :

১ $a+b+c$ এর বর্গ নির্ণয় কর, যেখানে $(b + c) = m$ ★★★

সমাধান : $a + b + c$ এর বর্গ
$= (a+b+c)^2 = \{a + (b+c)\}^2$
$= (a+m)^2$ [$\because b + c = m$]
$= a^2 + 2\times a\times m + m^2$
$= a^2 + 2a(b+c) + (b+c)^2$ [m এর মান বসিয়ে]
$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$
$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ Ans.

২ $a + b + c$ এর বর্গ নির্ণয় কর, যেখানে $(a + c) = n$

সমাধান : $a + b + c$ এর বর্গ
$= (a+b+c)^2 = \{(a+c) + b\}^2$
$= (n+b)^2$ [$\because a + c = n$]
$= n^2 + 2nb + b^2$
$= (a+c)^2 + 2(a+c)\,b + b^2$
$= a^2 + 2ac + c^2 + 2ab + 2bc + b^2$
$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ Ans.

[পৃষ্ঠা-৭৫]

কাজ :

১ $3x - 2y - z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : $3x - 2y - z$ এর বর্গ
$= (3x-2y-z)^2$
$= \{(3x-2y) - z\}^2$
$= (3x-2y)^2 - 2\times(3x-2y)\times z + z^2$
$= (3x)^2 - 2\times 3x\times 2y + (2y)^2 - 6xz + 4yz + z^2$
$= 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 6xz + 4yz + z^2$ Ans.

২ সরল কর :
$(5a-7b)^2 + 2(5a-7b)(9b-4a) + (9b-4a)^2$ ★★

সমাধান : ধরি, $5a - 7b = x$ এবং $9b - 4a = y$
প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$
$= (5a - 7b + 9b - 4a)^2$
$= (a + 2b)^2$
$= a^2 + 2\times a\times 2b + (2b)^2$

৩ $x = 3$ হলে, $9x^2 - 24x + 16$ এর মান কত? ★★

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= 9x^2 - 24x + 16$
$= (3x)^2 - 2\times 3x\times 4 + (4)^2 = (3x-4)^2$
$= (3\times 3 - 4)^2$ [$\because x = 3$]
$= (9-4)^2 = (5)^2$
$= 25$ Ans.

অনুশীলনী ৫.১ এর প্রশ্ন ও সমাধান

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর (১-১৬) :

১ $a + 5$

সমাধান : $a + 5$ এর বর্গ $= (a+5)^2$
$= a^2 + 2\times a\times 5 + (5)^2$ [$\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]
$= a^2 + 10a + 25$ Ans.

২ $5x - 7$

সমাধান : $5x - 7$ এর বর্গ $= (5x-7)^2$
$= (5x)^2 - 2\times 5x\times 7 + (7)^2$ [$\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]
$= 25x^2 - 70x + 49$ Ans.

৩ $3a - 11xy$

সমাধান : $3a - 11xy$ এর বর্গ $= (3a - 11xy)^2$
$= (3a)^2 - 2\times 3a\times 11xy + (11xy)^2$
$= 9a^2 - 66axy + 121x^2y^2$ Ans.

৪ $5a^2 + 9m^2$

সমাধান : $5a^2 + 9m^2$ এর বর্গ $= (5a^2 + 9m^2)^2$
$= (5a^2)^2 + 2\times 5a^2\times 9m^2 + (9m^2)^2$
$= 25a^4 + 90a^2m^2 + 81m^4$ Ans.

৫ 55

সমাধান : 55 এর বর্গ $= (55)^2 = (50+5)^2$
$= (50)^2 + 2\times 50\times 5 + (5)^2$
$= 2500 + 500 + 25$
$= 3025$ Ans.

৬ 990

সমাধান : 990 এর বর্গ $= (990)^2$
$= (1000-10)^2$
$= (1000)^2 - 2\times 1000\times 10 + (10)^2$
$= 1000000 - 20000 + 100$
$= 1000100 - 20000$
$= 980100$ Ans.

৭ $xy - 6y$

সমাধান : $xy - 6y$ এর বর্গ $= (xy - 6y)^2$
$= (xy)^2 - 2\times xy\times 6y + (6y)^2$
$= x^2y^2 - 12xy^2 + 36y^2$ Ans.

৮ $ax - by$

সমাধান : $ax - by$ এর বর্গ
$= (ax - by)^2$
$= (ax)^2 - 2\times ax\times by + (by)^2$
$= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$ Ans.

৯ 97

সমাধান : 97 এর বর্গ $= (97)^2 = (100-3)^2$
$= (100)^2 - 2\times 100\times 3 + (3)^2$
$= 10000 - 600 + 9$
$= 10009 - 600$
$= 9409$ Ans.

১০ $2x + y - z$

সমাধান : $2x + y - z$ এর বর্গ
$= (2x+y-z)^2 = \{(2x+y) - z\}^2$
$= (2x+y)^2 - 2(2x+y)z + z^2$

১১ $2a - b + 3c$

সমাধান : $2a - b + 3c$ এর বর্গ
$= (2a - b + 3c)^2$
$= \{(2a - b) + 3c\}^2$
$= (2a - b)^2 + 2.(2a - b).3c + (3c)^2$
$= (2a)^2 - 2 \times 2a \times b + b^2 + 12ac - 6bc + 9c^2$
$= 4a^2 - 4ab + b^2 + 12ac - 6bc + 9c^2$
$= 4a^2 + b^2 + 9c^2 - 4ab + 12ac - 6bc$ **Ans.**

১২ $x^2 + y^2 - z^2$

সমাধান : $x^2 + y^2 - z^2$ এর বর্গ
$= (x^2 + y^2 - z^2)^2$
$= \{(x^2 + y^2) - z^2\}^2$
$= (x^2 + y^2)^2 - 2.(x^2 + y^2).z^2 + (z^2)^2$
$= (x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 + z^4$
$= x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2y^2z^2 - 2z^2x^2$ **Ans.**

১৩ $a - 2b - c$

সমাধান : $a - 2b - c$ এর বর্গ
$= (a - 2b - c)^2$
$= \{(a - 2b) - c\}^2$
$= (a - 2b)^2 - 2.(a - 2b).c + c^2$
$= a^2 - 2 \times a \times 2b + (2b)^2 - 2ac + 4bc + c^2$
$= a^2 - 4ab + 4b^2 - 2ac + 4bc + c^2$
$= a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 2ac + 4bc$ **Ans.**

১৪ $3x - 2y + z$

সমাধান : $3x - 2y + z$ এর বর্গ
$= (3x - 2y + z)^2$
$= \{(3x - 2y) + z\}^2$
$= (3x - 2y)^2 + 2.(3x - 2y).z + z^2$
$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 + 6xz - 4yz + z^2$
$= 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6xz - 4yz + z^2$
$= 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy + 6xz - 4yz$ **Ans.**

১৫ $bc + ca + ab$

সমাধান : $bc + ca + ab$ এর বর্গ
$= (bc + ca + ab)^2$
$= \{(bc + ca) + ab\}^2$
$= (bc + ca)^2 + 2.(bc + ca).ab + (ab)^2$
$= (bc)^2 + 2 \times bc \times ca + (ca)^2 + 2ab^2c + 2a^2bc + a^2b^2$
$= b^2c^2 + 2abc^2 + c^2a^2 + 2ab^2c + 2a^2bc + a^2b^2$
$= b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2 + 2abc^2 + 2ab^2c + 2a^2bc$ **Ans.**

১৬ $2a^2 + 2b - c^2$

সমাধান : $2a^2 + 2b - c^2$ এর বর্গ
$= (2a^2 + 2b - c^2)^2$
$= \{2a^2 + (2b - c^2)\}^2$
$= (2a^2)^2 + 2 \times 2a^2 \times (2b - c^2) + (2b - c^2)^2$
$= 4a^4 + 8a^2b - 4a^2c^2 + (2b)^2 - 2.2b.c^2 + (c^2)^2$
$= 4a^4 + 8a^2b - 4a^2c^2 + 4b^2 - 4bc^2 + c^4$
$= 4a^4 + 4b^2 + c^4 + 8a^2b - 4a^2c^2 - 4bc^2$ **Ans.**

সরল কর (১৭-২৪) :

১৭ $(2a + 1)^2 - 4a(2a + 1) + 4a^2$

সমাধান : $(2a + 1)^2 - 4a(2a + 1) + 4a^2$
$= (2a + 1)^2 - 2.(2a + 1).2a + (2a)^2$
$= \{(2a + 1) - 2a\}^2 = (2a + 1 - 2a)^2$
$= (1)^2 = 1$ Ans.

১৮ $(5a + 3b)^2 + 2(5a + 3b)(4a - 3b) + (4a - 3b)^2$ ★

সমাধান : ধরি, $5a + 3b = x$ এবং $4a - 3b = y$
∴ প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
$= (5a + 3b + 4a - 3b)^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]
$= (9a)^2 = 81a^2$ **Ans.**

১৯ $(7a + b)^2 - 2(7a + b)(7a - b) + (7a - b)^2$

সমাধান : ধরি, $7a + b = x$ এবং $7a - b = y$
∴ প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$
$= \{(7a+b) - (7a - b)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]
$= (7a + b - 7a + b)^2$
$= (2b)^2 = 4b^2$ **Ans.**

২০ $(2x + 3y)^2 + 2(2x + 3y)(2x - 3y) + (2x - 3y)^2$

সমাধান : ধরি, $2x + 3y = a$ এবং $2x - 3y = b$
∴ প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 2ab + b^2$
$= (a + b)^2$
$= (2x + 3y + 2x - 3y)^2$ [মান বসিয়ে]
$= (4x)^2 = 16x^2$ **Ans.**

২১ $(5x - 2)^2 + (5x + 7)^2 - 2(5x - 2)(5x + 7)$

সমাধান : ধরি, $5x - 2 = a$ এবং $5x + 7 = b$
∴ প্রদত্ত রাশি $= a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$= \{(5x-2) - (5x+7)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]
$= (5x - 2 - 5x - 7)^2 = (-9)^2 = 81$ **Ans.**

২২ $(3ab-cd)^2 + 9(cd-ab)^2 + 6(3ab-cd)(cd - ab)$ ★★

সমাধান : $(3ab - cd)^2 + 9(cd - ab)^2 + 6(3ab - cd)(cd - ab)$
$= (3ab-cd)^2 + 2 \times (3ab - cd) \times 3(cd-ab) + \{3(cd - ab)\}^2$
ধরি, $3ab - cd = x$ এবং $3(cd - ab) = y$
∴ প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
$= \{(3ab - cd) + 3(cd - ab)\}^2$
$= (3ab - cd + 3cd - 3ab)^2$
$= (2cd)^2 = 4c^2d^2$ **Ans.**

২৩ $(2x + 5y + 3z)^2 + (5y + 3z - x)^2 - 2(5y + 3z - x)(2x + 5y + 3z)$ ★★★

সমাধান : ধরি, $2x + 5y + 3z = a$ এবং $5y + 3z - x = b$
∴ প্রদত্ত রাশি $= a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$= \{(2x + 5y + 3z) - (5y + 3z - x)\}^2$
$= (2x + 5y + 3z - 5y - 3z + x)^2$
$= (3x)^2 = 9x^2$ **Ans.**

২৪ $(2a-3b + 4c)^2 + (2a+3b - 4c)^2 + 2(2a-3b + 4c)(2a + 3b - 4c)$

সমাধান : ধরি, $2a - 3b + 4c = x$ এবং $2a + 3b - 4c = y$
∴ প্রদত্ত রাশি $= x^2 + y^2 + 2xy$
$= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
$= (2a - 3b + 4c + 2a + 3b - 4c)^2$
$= (4a)^2 = 16a^2$ **Ans.**

মান নির্ণয় কর (২৫-২৮) :

২৫ $25x^2 + 36y^2 - 60xy$, যখন $x = -4, y = -5$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = -4, y = -5$
প্রদত্ত রাশি $= 25x^2 + 36y^2 - 60xy$
$= (5x)^2 - 2.5x.6y + (6y)^2$
$= (5x - 6y)^2$
$= \{5(-4) - 6(-5)\}^2$ [মান বসিয়ে]
$= (-20 + 30)^2$
$= (10)^2 = 100$ **Ans.**

২৬ $16a^2 - 24ab + 9b^2$, যখন $a = 7, b = 6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$ এবং $b = 6$
প্রদত্ত রাশি $= 16a^2 - 24ab + 9b^2$
$= (4a)^2 - 2.4a.3b + (3b)^2 = (4a - 3b)^2$
$= (4.7 - 3.6)^2$ [মান বসিয়ে]
$= (28 - 18)^2 = (10)^2 = 100$ **Ans.**

২৭ $9x^2 + 30x + 25$, যখন $x = -2$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = -2$

প্রদত্ত রাশি $= 9x^2 + 30x + 25$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$

$= (3x + 5)^2$

$= \{3(-2) + 5^2\}$ [$\because x = -2$]

$= (-6 + 5)^2 = (-1)^2 = 1$ Ans.

২৮ $81a^2 + 18ac + c^2$, যখন $a = 7, c = -67$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$ এবং $c = -67$

প্রদত্ত রাশি $= 81a^2 + 18ac + c^2$

$= (9a)^2 + 2 \times 9a \times c + (c)^2 = (9a + c)^2$

$= \{(9 \times 7) + (-67)\}^2$ [a ও c এর মান বসিয়ে]

$= (63 - 67)^2 = (-4)^2 = 16$ Ans.

২৯ $a - b = 7$ এবং $ab = 3$ হলে, দেখাও যে, $(a + b)^2 = 61$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 7$ এবং $ab = 3$

আমরা জানি, $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$= (7)^2 + 4 \times 3$

$= 49 + 12 = 61$

$\therefore (a + b)^2 = 61$ (দেখানো হলো)

৩০ $a + b = 5$ এবং $ab = 12$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + b^2 = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 5$ এবং $ab = 12$

আমরা জানি, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

$= (5)^2 - 2 \times 12$

$= 25 - 24 = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 1$ (দেখানো হলো)

৩১ $x + \frac{1}{x} = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 525$ ★★★

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 5$

এখন, $x + \frac{1}{x} = 5$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (5)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (23)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 4.x^2.\frac{1}{x^2} = 529$

বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 4 = 529$

বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 529 - 4$

$\therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 525$ [প্রমাণিত]

৩২ $a + b = 8$ এবং $a - b = 4$ হলে, $ab =$ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $a - b = 4$

আমরা জানি, $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

$= 8^2 - 4^2$

$= 64 - 16$

$= 48$

$\therefore ab = \frac{48}{4} = 12$

৩৩ $x + y = 7$ এবং $xy = 10$ হলে, $x^2 + y^2 + 5xy$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 7$ এবং $xy = 10$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^2 + y^2 + 5xy = x^2 + y^2 + 2xy + 3xy$

$= x^2 + 2xy + y^2 + 3xy = (x + y)^2 + 3xy$

$= (7)^2 + 3 \times 10$ [মান বসিয়ে]

$= 49 + 30 = 79$ Ans.

বিকল্প পদ্ধতি :

দেওয়া আছে, $x + y = 7$ এবং $xy = 10$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 + y^2 + 5xy = (x + y)^2 - 2xy + 5xy$

$= (x + y)^2 + 3xy = 7^2 + 3 \times 10$

$= 49 + 30 = 79$ Ans.

৩৪ $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, দেখাও যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$ ★★★

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

এখন, $m + \frac{1}{m} = 2$

বা, $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = (2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $m^2 + 2.m.\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 4$ বা, $m^2 + 2 + \frac{1}{m^2} = 4$

বা, $m^2 + \frac{1}{m^2} = 4 - 2$ বা, $m^2 + \frac{1}{m^2} = 2$

বা, $\left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 = (2)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(m^2)^2 + 2.m^2.\frac{1}{m^2} + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2 = 4$

বা, $m^4 + 2 + \frac{1}{m^4} = 4$ বা, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 4 - 2$

$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$ [দেখানো হলো]

অনুশীলনী ৫.১ এর আলোকে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও

পাঠ : ৫.১ - বীজগণিতীয় সূত্রাবলি

১. $a^2 - b^2 =$ কোনটি? *[এস. এম. মডেল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর]*

ক $(a + b)^2 - 2ab$ খ $(a + b)^2 + 2ab$

গ $(a + b)^2 + 2ab$ ঘ $(a + b)(a - b)$

২. $a - 5$ এর বর্গ কোনটি? *[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ]*

ক $a^2 + 10a + 25$ খ $a^2 - 10a + 25$

গ $a^2 + 5a + 25$ ঘ $a^2 - 5a + 25$

৩. a ও b এর যোগের বর্গ কোনটি?

[এস. এম. মডেল সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, রংপুর]

ক $(a + b)^2$ খ $(a - b)^2$ গ $a^2 + b^2$ ঘ $a^2 - b^2$

৪. $x^2 + (a + b)x + ab$ সমান নিচের কোনটি?

ক $(x - a)(a - b)$ খ $(x - a)(x - b)$

গ $(x + a)(x + b)$ ঘ $(x - a)(x + b)$

৫. $a = x + 1$ এবং $b = x$ হলে $(a - b)^2$ এর মান নিচের কোনটি হবে?

ক $2x^2$ খ 1 গ $4x^2$ ঘ 0

[ব্যাখ্যা : $a = x + 1$ ও $b = x$ হলে, $(a - b)^2 = (x + 1 - x)^2 = (1)^2 = 1$]

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[রাউজান উত্তরা মডেল কলেজ, চট্টগ্রাম]

$a + b = 7$ এবং $ab = 9$

৬. $a^2 + b^2$ এর মান নিচের কোনটি?

ক 41 খ 21 গ 31 ঘ 49

[ব্যাখ্যা : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 7^2 - 2.9 = 31$]

৭. $(a - b)^2$ এর মান নিচের কোনটি?

ক 1 খ 13 গ 49

৮. $(97+3)^2$ এর মান কত? [বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]
ক 100 খ 1000 গ 1000 ঘ 10000 **ঘ**

৯. $(a-b)^2$ এর অনুসিদ্ধান্ত কোনটি? [বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]
ক $(a-b)^2+4ab$ খ $(a+b)^2-4ab$
গ $(a+b)^2-2ab$ ঘ $(a-b)^2+2ab$ **খ**

❑ নিচের তথ্যের আলোকে (১০-১২)নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
x^2+4x+4 কে $x^2+(a+b)x+ab$ আকারে লেখা যায়।

১০. $a+b$ এর মান কত? (সহজ)
ক 8 খ 4 গ 0 ঘ 16 **খ**
[ব্যাখ্যা : x^2+4x+4 কে $x^2+(a+b)x+ab$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a+b=4$]

১১. ab = কত? (মধ্যম)
ক 8 খ 0 গ 16 ঘ 4 **ঘ**
[ব্যাখ্যা : রাশি দুইটি তুলনা করে পাই, $ab=4$]

১২. $(a-b)^2$ এর মান কত? (কঠিন)
ক 0 খ 8 গ 16 ঘ 4 **ক**
[ব্যাখ্যা : $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=(4)^2-4.4=16-16=0$]

❑ নিচের তথ্যের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
a, b দুইটি বীজগণিতীয় রাশি

১৩. রাশি দুইটির বর্গের যোগফল নিচের কোনটি? (সহজ)
ক $(a+b)(a+b)$ খ a^2-b^2
গ a^2+b^2 ঘ $a^2-2ab+b^2$ **গ**
[ব্যাখ্যা : রাশি দুইটির বর্গ a^2 এবং b^2 ∴ যোগফল $=a^2+b^2$]

১৪. যোগফলের সাথে $-2ab$ যোগ করলে এর মান কোনটি হবে? (মধ্যম)
ক $(a+b)^2$ খ $(a-b)^2$
গ a^2-b^2 ঘ a^2+b^2+2ab **খ**
[ব্যাখ্যা : প্রশ্নমতে, $a^2+b^2-2ab=a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$]

১৫. 97 এর বর্গ কোনটি? [রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ক 9409 খ 9406 গ 9403 ঘ 9401 **ক**

১৬. $a=3, b=2$ হলে, $(8a-2b)+(-7a+4b)$ এর মান কত?
[ডিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 3 খ 4 গ 7 ঘ 15 **গ**

১৭. $x=3$ হলে, $9x^2-24x+16$ এর মান কত?
[ডিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 25 খ 5 গ 81 ঘ 1 **ক**

১৮. $(2a+1)^2-4a(2a+1)+4a^2$ এর মান কোনটি?
[ডিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 1 খ $4a+1$ গ $(4a+1)^2$ ঘ $(4a-1)^2$ **ক**

❑ $x+y=8$ এবং $x-y=4$
উপরের তথ্যের আলোকে (১৯-২১)নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৯. x^2-y^2 এর মান নিচের কোনটি?
[ডিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 32 খ 16 গ 64 ঘ 4 **ক**

২০. xy এর মান নিচের কোনটি? [ডিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 48 খ 32 গ 12 ঘ 4 **গ**

২১. x^2+y^2 এর মান কোনটি?
ক 32 খ 40 গ 2 ঘ 12 **খ**

২২. $a+\frac{1}{a}=2$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান কত?
[মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]
ক 1 খ 2 গ 4 ঘ 8 **খ**

২৩. $a-b=-2, ab=1$ হলে, $2a^2+2b^2$ এর মান কত?
[মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]
ক 12 খ 16 গ 24 ঘ 32 **ক**

২৪. $x=-1$ হলে, x^3-6x^2-6x+1 এর মান নিচের কোনটি?
[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]
ক 0 খ 1 গ 6 ঘ −6 **ক**

২৫. $a+b=3$ এবং $a^2+b^2=1$ হলে ab এর সঠিক মান কোনটি?
[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]
ক 1 খ 3 গ 4 ঘ 8 **গ**

২৬. $(4x+3)\times(4x-3)$ এর মান কত? [সহজ]
ক $16x^2-9$ খ $16x^2+9$ গ $16x^2+25$ ঘ $16x^2+81$ **ক**

২৭. $p+\frac{1}{p}=2$ হলে, $\frac{1}{p}$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি?
[রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]
ক 1 খ −2 গ 2 ঘ −3 **ক**

২৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর— [রাউজান উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
i. $2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$
ii. $4ab=(a+b)^2-(a-b)^2$
iii. $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ঘ**

২৯. $(a+b)^2-(a-b)^2=$ কত? [ভোলা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, ভোলা]
ক 2ab খ 4ab গ $2(a^2+b^2)$ ঘ $2(a^2-b^2)$ **খ**

৩০. $x=7, y=6$ হলে— [ভোলা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]
i. x^2+y^2 এর মান 85 ii. $(x^2-2xy+y^2)$ এর মান 1
iii. x^2-y^2 এর মান 30
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii **ক**

৩১. $m+\frac{1}{m}=4$ হলে, $m^2+\frac{1}{m^2}=$ কত? [ভোলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ভোলা]
ক 16 খ 14 গ 10 ঘ 8 **খ**

৩২. $x-y=1$ এবং $xy=2$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান কত?
[ভোলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ভোলা]
ক 7 খ 2 গ 9 ঘ 11 **গ**

৩৩. $(a-b)^2$ এর সঠিক সূত্রটি হলো— [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ক $a^2+2ab+b^2$ খ a^2-ab+b^2
গ $a^2-2ab-b^2$ ঘ $(a+b)^2-4ab$ **ক**

৩৪. $(999)^2$ এর মান হলো— [সহজ]
ক 990801 খ 99801 গ 998010 ঘ 998001 **খ**

৩৫. $9x^2-11y^2$ এর বর্গ হলো— [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ক $81x^4+198x^2y^2+121y^4$ খ $81x^4-198x^2y^2-121y^4$
গ $81x^4+198x^2y^2-121y^4$ ঘ $81x^4-198x^2y^2+121y^4$ **খ**

৩৬. $x+\frac{1}{x}=1$ এবং $x^2-\frac{1}{x^2}=0$ হলে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? [রাজশাহী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, রাজশাহী]
ক −1 খ 0 গ 1 ঘ 2 **খ**

৩৭. $(a-b-c)$ এবং $(a+b+c)$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি হলে প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির গুণফল হলো— [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল, চট্টগ্রাম]
ক $a^2-b^2-c^2-2bc$ খ $a^2+b^2-c^2+2bc$
গ $a^2+b^2+c^2+2bc$ ঘ $a^2-b^2-c^2+2bc$ **ক**

৩৮. $x=1$ ও $y=3$ হলে $2(x-y)^2$ এর মান কত?
ক −8 খ 4 গ 8 ঘ −4 **খ**

৩৯. $(9+1)$ এর বর্গ কত? (সহজ)
ক 100 খ 81 গ 10 ঘ 20 **ক**
[ব্যাখ্যা : $(9+1)^2=(10)^2=10\times10=100$]

৪০. $(a+b)^2$ এবং $(a-b)^2$ সমমানের কিন্তু বিপরীত চিহ্নযুক্ত হলে, $2(a^2+b^2)$ এর মান কত? (কঠিন)
ক 3 খ 2 গ 1 ঘ 0 **ঘ**
[ব্যাখ্যা : প্রশ্নমতে, $(a+b)^2=-(a-b)^2$
বা, $(a+b)^2+(a-b)^2=0$ ∴ $2(a^2+b^2)=0$]

৪১. $a-b=5$ এবং $ab=2$ হলে, $a^2+b^2=$ কত? (মধ্যম)
ক 26 খ 27 গ 28 ঘ 29 **ঘ**
[ব্যাখ্যা : $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(5)^2+2.2=25+4=29$]

৪২. $a=b$ হলে, $(a+b)^2=$ কত? (মধ্যম)
ক $a^2+2ab+b^2$ খ $2b^2$ গ $2ab$ ঘ $4a^2$ **গ**
[ব্যাখ্যা : $a=b$ হলে, $(a+b)^2=(a+a)^2=(2a)^2=4a^2$]

৪৩. $2x=y$ হলে, $x^2+2xy+y^2$ এর মান কত? (মধ্যম)
ক $5x^2$ খ $9x^2$ গ $3x^2$ ঘ $2x^2$ **খ**

৪৪. $a=1$ ও $b=2$ হলে, $a^2+b^2=$ কত? (সহজ)
ক 1 খ 3 গ 4 ঘ 5 **খ**