৫৭. $a^3 + b^3$ কে $a + b$ দ্বারা ভাগ করলে কোনটি হবে? *(মধ্যম)*
ⓚ $a^2 - ab + b^2$ ⓛ $a^2 + ab + b^2$ ⓜ $a + b$ ⓝ $a - b$

৫৮. $x^2 - 9x + 14$ কে $x - 7$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত? *(সহজ)*
ⓚ $x - 2$ ⓛ $x + 2$ ⓜ $x + 3$ ⓝ $x - 3$

৫৯. $x^4 - 1$ কে $x^2 - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল নিচের কোনটি হবে?
[রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা]
ⓚ $x^2 + 1$ ⓛ $x + 1$ ⓜ $x - 1$ ⓝ $x^2 - 1$

৬০. $(x^2 - 1) \div (x + 1) =$ কত? *(সহজ)*
ⓚ $x - 1$ ⓛ $x + 1$ ⓜ $x^2 - 1$ ⓝ $x^3 - 1$

৬১. $x^2 - 9x + 14$ কে $x - 7$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হবে—
[ভোলা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]
ⓚ $x - 2$ ⓛ $x + 2$ ⓜ $x - 3$ ⓝ $x + 3$

ব্যাখ্যা : $x - 7) x^2 - 9x + 14 (x - 2$
$x^2 - 7x$
$(-)\ \ (+)$
$-2x + 14$
$-2x + 14$
$(+)\ \ (-)$
0

অনুশীলনী ৪.২ এর আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

১ $x^4 - 1, x^2 + 1, x^4 + x^2 + 1, x^2 - x + 1$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি। ★★★

(ক) ১ম রাশিতে x^4 এর সহগ কত? ২
(খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪
(গ) ৩য় রাশিকে ৪র্থ রাশি দ্বারা ভাগ কর এবং ভাগফল 'খ' হতে প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে যোগ কর। ৪

সমাধান : ক) ১ম রাশি $= x^4 - 1 = 1.x^4 - 1$
∴ ১ম রাশিতে x^4 এর সহগ 1

খ) $x^2 + 1) x^4 - 1 (x^2 - 1$
$x^4 + x^2$
$(-)\ \ (-)$
$-x^2 - 1$
$-x^2 - 1$
$(+)\ \ (+)$
0

নির্ণেয় ভাগফল $= x^2 - 1$

গ) $x^2 - x + 1) x^4 + x^2 + 1 (x^2 + x + 1$
$x^4 + x^2 - x^3$
$(-)\ \ (-)\ \ (+)$
$x^3 + 1$
$x^3 - x^2 + x$
$(-)\ \ (+)\ \ (-)$
$x^2 - x + 1$
$x^2 - x + 1$
$(-)\ \ (+)\ \ (-)$
0

নির্ণেয় ভাগফল $= x^2 + x + 1$

'খ' হতে প্রাপ্ত, ভাগফল $x^2 - 1$
প্রদত্ত রাশিমালা $= (x^2 - 1) + (x^2 + x + 1)$
$= x^2 - 1 + x^2 + x + 1$
$= 2x^2 + x = x(2x + 1)$

২ $a^2 - 9a + 14, a - 7, 12a^2 - 8a - 32, 4a - 8$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি। ★★

ক) ১ম রাশির a এর সহগ এবং সর্বোচ্চ ঘাত কত? ২
খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪
গ) ৩য় রাশিকে ৪র্থ রাশি দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে

সমাধান: ক) ১ম রাশিতে a এর সহগ -9 এবং a এর সর্বোচ্চ ঘাত ২

খ) $a - 7) a^2 - 9a + 14 (a - 2$
$a^2 - 7a$
$(-)\ \ (+)$
$-2a + 14$
$-2a + 14$
$(+)\ \ (-)$
0

∴ নির্ণেয় ভাগফল $= a - 2$

গ) $4a - 8) 12a^2 - 8a - 32 (3a + 4$
$12a^2 - 24a$
$(-)\ \ (+)$
$16a - 32$
$16a - 32$
$(-)\ \ (+)$
0

'খ' হতে প্রাপ্ত, ভাগফল $a - 2$
প্রদত্ত রাশিমালা $= (3a + 4) + (a - 2) = 3a + 4 + a - 2$
$= 4a + 2$

অনুশীলনী ৪.৩ এর কাজ ও সমাধান

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, তোমাদের পাঠ্য বইয়ের এই অনুশীলনীর আলোচনায় বক্স আকারে যে কাজসমূহ দেওয়া আছে, সেগুলো নিচে সমাধান করে দেওয়া হলো।

কাজ :
নিচের রাশিগুলোর বন্ধনী অপসারণ কর : *[পৃষ্ঠা-৬৫]*
সমাধান :

বন্ধনীযুক্ত রাশি	বন্ধনীমুক্ত রাশি
$8 + (6 - 2)$	$8 + 6 - 2$
$8 - (6 - 2)$	$8 - 6 + 2$
$p + q + (r - s)$	$p + q + r - s$
$p + q - (r - s)$	$p + q - r + s$

কাজ :
নিচের রাশিগুলোর মান অপরিবর্তিত রেখে বন্ধনী স্থাপন কর : *[পৃষ্ঠা-৬৫]*
সমাধান :

রাশি	বন্ধনীর আগের চিহ্ন	বন্ধনীর অবস্থান	বন্ধনীযুক্ত রাশি
$7 + 5 - 2$	+	২য় ও ৩য় পদ ১ম বন্ধনীভুক্ত অর্থাৎ, $(5 - 2)$	$7 + (5 - 2)$
$7 - 5 + 2$	−	২য় ও ৩য় পদ ১ম বন্ধনীভুক্ত অর্থাৎ, $(-5 + 2)$	$7 - (5 - 2)$
$a - b + c - d$	+	৩য় ও ৪র্থ পদ ১ম বন্ধনীভুক্ত	$a - b + (c - d)$
$a - b - c - d$	−	" "	$a - b - (c + d)$

কাজ :
সরল কর : *[পৃষ্ঠা-৬৫]*
১। $x - \{2x - (3y - 4x + 2y)\}$
সমাধান : $x - \{2x - (3y - 4x + 2y)\}$
$= x - \{2x - 3y + 4x - 2y\}$
$= x - \{6x - 5y\}$
$= x - 6x + 5y$

২। $8x + y - [7x - \{5x - (4x - 3x - y) + 2y\}]$

সমাধান : $8x + y - [7x - \{5x - (4x - 3x - y) + 2y\}]$
$= 8x + y - [7x - \{5x - (x - y) + 2y\}]$
$= 8x + y - [7x - \{5x - x + y + 2y\}]$
$= 8x + y - [7x - \{4x + 3y\}]$
$= 8x + y - [7x - 4x - 3y]$
$= 8x + y - [3x - 3y]$
$= 8x + y - 3x + 3y = 5x + 4y$ **Ans.**

অনুশীলনী ৪.৩ এর প্রশ্ন ও সমাধান

১ $3a^2b$ এবং $-4ab^2$ এর গুণফল নিচের কোনটি?
(ক) $-12a^2b^2$ (খ) $-12a^3b^2$ (গ) $-12a^2b^3$ (ঘ) $-12a^3b^3$ **গ**
[ব্যাখ্যা : $3a^2b \times (-4ab^2)$
$= 3 \times (-4) \times (a^2 \times a) \times (b \times b^2) = -12a^3b^3$]

২ $20a^6b^3$ কে $4a^3b$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল নিচের কোনটি?
(ক) $5a^3b$ (খ) $5a^6b^2$ (গ) $5a^3b^2$ (ঘ) $5a^3b^3$ **গ**
[ব্যাখ্যা : $\frac{20a^6b^3}{4a^3b} = \frac{20}{4} \times \frac{a^6}{a^3} \times \frac{b^3}{b} = 5a^{6-3}b^{3-1} = 5a^3b^2$]

৩ $\frac{-25x^3y}{5xy^3}$ = কত?
(ক) $-5x^2y^2$ (খ) $-5x^3y^2$ (গ) $\frac{-5x^2}{y^3}$ (ঘ) $\frac{-5x^2}{y^2}$ **ঘ**
[ব্যাখ্যা : $\frac{-25x^3y}{5xy^3} = \frac{-25}{5} \times \frac{x^3}{x} \times \frac{y}{y^3} = \frac{-5x^{3-1}}{y^{3-1}} = \frac{-5x^2}{y^2}$]

৪ $a = 3, b = 2$ হলে, $(8a-2b) + (-7a + 4b)$ এর মান কত?
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 7 (ঘ) 15 **গ**
[ব্যাখ্যা : $(8a - 2b) + (-7a + 4b) = 8a - 2b - 7a + 4b$
$= a + 2b = 3 + 2.2$ [$\because a = 3, b = 2$]
$= 3 + 4 = 7$]

৫ $x = -1$ হলে, $x^3 + 2x^2 - 1$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 0 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) -2 **ক**
[ব্যাখ্যা : $x^3 + 2x^2 - 1$
$= (-1)^3 + 2(-1)^2 - 1$ [$\because x = -1$]
$= -1 + 2.1 - 1 = -1 + 2 - 1 = 2 - 2 = 0$]

৬ $10x^6y^5z^4$ কে $-5x^2y^2z^2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
(ক) $-2x^4y^2z^3$ (খ) $-2x^4y^3z^2$ (গ) $-2x^3y^3z^3$ (ঘ) $-2x^4y^3z^3$ **খ**
[ব্যাখ্যা : $\frac{10x^6y^5z^4}{-5x^2y^2z^2} = \frac{10}{-5} \times \frac{x^6}{x^2} \times \frac{y^5}{y^2} \times \frac{z^4}{z^2}$
$= -2x^{6-2}y^{5-2}z^{4-2} = -2x^4y^3z^2$]

৭ $4a^4 - 6a^3 + 3a + 14$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।
(i) বহুপদী রাশিটির চলক a (ii) বহুপদীটির মাত্রা 4
(iii) a^3 এর সহগ 6
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**
[ব্যাখ্যা : i. সঠিক; প্রদত্ত রাশি $4a^4 - 6a^3 + 3a + 14$ একটি a চলক বিশিষ্ট রাশি।
ii. সঠিক; প্রদত্ত রাশিটি বহুপদীটির মাত্রা 4.
iii. সঠিক নয়, কারণ, প্রদত্ত রাশিটিতে a^3 এর সহগ -6।]

৮ $x = 3, y = 2$ হলে $(m^x)^y$ এর মান কত?
(ক) m^5 (খ) m^3 (গ) m^5 (ঘ) m^6 **ঘ**
[ব্যাখ্যা : $x = 3, y = 2$ হলে, $(m^x)^y = (m^3)^2 = m^6$]

৯ $a \neq 0$ হলে, a^0 এর মান কত?
(ক) 0 (খ) a (গ) 1 (ঘ) $\frac{1}{a}$ **গ**

১০ $x^7 + x^{-2}$ = কত?
(ক) x^9 (খ) x^5 (গ) x^{-5} (ঘ) x^{-9} **খ**
[ব্যাখ্যা : $x^7 + x^{-2} = x^{7-(-2)} = x^{7+2} = x^9$]

❑ নিচের তথ্যের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
দুইটি বীজগণিতীয় রাশি $x + y$ এবং $x - \{x - (x - y)\}$

১১ দ্বিতীয় রাশির মান নিচের কোনটি?
(ক) $x + y$ (খ) $-x - y$ (গ) $x - y$ (ঘ) $x^2 - y^2$ **গ**
[ব্যাখ্যা : $x - \{x - (x - y)\} = x - \{x - x + y\} = x - y$]

১২ রাশি দুইটির গুণফল নিচের কোনটি?
(ক) $x^2 + y^2$ (খ) $(x + y)^2$ (গ) $x - y$ (ঘ) $x^2 - y^2$ **গ**
[ব্যাখ্যা : রাশিদ্বয়ের গুণফল $= (x + y)(x - y)$
$= x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$]

১৩ $a^5 \times (-a^3) \times a^{-5}$ = কত?
(ক) a^{13} (খ) a^8 (গ) a^3 (ঘ) $-a^3$ **গ**
[ব্যাখ্যা : $a^5 \times (-a^3) \times a^{-5} = -a^{5+3-5} = -a^3$]

১৪ $[2 - \{(1 + 1) - 2\}]$ এর সরলফল কত?
(ক) -4 (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) 0 **ঘ**
[ব্যাখ্যা : $[2 - \{(1 + 1) - 2\}] = [2 - \{2 - 2\}] = [2 - 0] = 2$]

সরল কর (১৫ থেকে ২৯) :

১৫ $7 + 2[-8 - \{-3 - (-2 - 3)\} - 4]$ ★★
সমাধান : $7 + 2[-8 - \{-3 - (-2 - 3)\} - 4]$
$= 7 + 2[-8 - \{-3 - (-5)\} - 4]$
$= 7 + 2[-8 - \{-3 + 5\} - 4]$
$= 7 + 2[-8 - \{2\} - 4] = 7 + 2[-8 - 2 - 4]$
$= 7 + 2[-14] = 7 - 28 = -21$ **Ans.**

১৬ $-5 - [-8 - \{-4 - (-2 - 3)\} + 13]$
সমাধান : $-5 - [-8 - \{-4 - (-2 - 3)\} + 13]$
$= -5 - [-8 - \{-4 - (-5)\} + 13]$
$= -5 - [-8 - \{-4 + 5\} + 13]$
$= -5 - [-8 - \{1\} + 13] = -5 - [-8 - 1 + 13]$
$= -5 - [-9 + 13] = -5 - [4]$
$= -5 - 4 = -9$ **Ans.**

১৭ $7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(4 - 3)\}]$
সমাধান : $7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(4 - 3)\}]$
$= 7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2(1)\}]$
$= 7 - 2[-6 + 3\{-5 + 2\}]$
$= 7 - 2[-6 + 3\{-3\}] = 7 - 2[-6 - 9]$
$= 7 - 2[-15] = 7 + 30 = 37$ **Ans.**

১৮ $x - \{a + (y - b)\}$
সমাধান : $x - \{a + (y - b)\} = x - \{a + y - b\}$
$= x - a - y + b = x - y - a + b$ **Ans.**

১৯ $3x + (4y - z) - \{a - b - (2c - 4a) - 5a\}$
সমাধান : $3x + (4y - z) - \{a - b - (2c - 4a) - 5a\}$
$= 3x + 4y - z - \{a - b - 2c + 4a - 5a\}$
$= 3x + 4y - z - \{-b - 2c\}$
$= 3x + 4y - z + b + 2c$ **Ans.**

২০ $-a + [-5b - \{-9c + (-3a - 7b + 11c)\}]$ ★★
সমাধান : $-a + [-5b - \{-9c + (-3a - 7b + 11c)\}]$
$= -a + [-5b - \{-9c - 3a - 7b + 11c\}]$
$= -a + [-5b - \{2c - 3a - 7b\}]$
$= -a + [-5b - 2c + 3a + 7b]$
$= -a + [2b - 2c + 3a]$
$= -a + 2b - 2c + 3a$
$= 2a + 2b - 2c$ **Ans.**

২১ $-a - [-3b - \{-2a - (-a - 4b)\}]$
সমাধান : $-a - [-3b - \{-2a - (-a - 4b)\}]$
$= -a - [-3b - \{-2a + a + 4b\}]$
$= -a - [-3b - \{-a + 4b\}]$
$= -a - [-3b + a - 4b]$
$= -a - [-7b + a]$
$= -a + 7b - a = 7b - 2a$ **Ans.**

২২ $\{2a-(3b-5c)\}-[a-\{2b-(c-4a)\}-7c]$

সমাধান : $\{2a-(3b-5c)\}-[a-\{2b-(c-4a)\}-7c]$
$=\{2a-3b+5c\}-[a-\{2b-c+4a\}-7c]$
$=2a-3b+5c-[a-2b+c-4a-7c]$
$=2a-3b+5c-[-3a-2b-6c]$
$=2a-3b+5c+3a+2b+6c$
$=5a-b+11c$ **Ans.**

২৩ $-a+[-6b-\{-15c+(-3a-9b-13c)\}]$

সমাধান : $-a+[-6b-\{-15c+(-3a-9b-13c)\}]$
$=-a+[-6b-\{-15c-3a-9b-13c\}]$
$=-a+[-6b-\{-28c-3a-9b\}]$
$=-a+[-6b+28c+3a+9b]$
$=-a+[3b+28c+3a]$
$=-a+3b+28c+3a$
$=2a+3b+28c$ **Ans.**

২৪ $-2x-[-4y-\{-6z-(8x-10y+12z)\}]$

সমাধান : $-2x-[-4y-\{-6z-(8x-10y+12z)\}]$
$=-2x-[-4y-\{-6z-8x+10y-12z\}]$
$=-2x-[-4y-\{-18z-8x+10y\}]$
$=-2x-[-4y+18z+8x-10y]$
$=-2x-[-14y+18z+8x]$
$=-2x+14y-18z-8x$
$=-10x+14y-18z$ **Ans.**

২৫ $3x-5y+[2+(3y-x)+\{2x-(x-2y)\}]$

সমাধান : $3x-5y+[2+(3y-x)+\{2x-(x-2y)\}]$
$=3x-5y+[2+3y-x+\{2x-x+2y\}]$
$=3x-5y+[2+3y-x+\{x+2y\}]$
$=3x-5y+[2+3y-x+x+2y]$
$=3x-5y+[2+5y]$
$=3x-5y+2+5y=3x+2$ **Ans.**

২৬ $4x+[-5y-\{9z+(3x-7y+x)\}]$ ★★

সমাধান : $4x+[-5y-\{9z+(3x-7y+x)\}]$
$=4x+[-5y-\{9z+3x-7y+x\}]$
$=4x+[-5y-\{9z+4x-7y\}]$
$=4x+[-5y-9z-4x+7y]$
$=4x+[2y-9z-4x]$
$=4x+2y-9z-4x$
$=2y-9z$ **Ans.**

২৭ $20-[\{(6a+3b)-(5a-2b)\}+6]$

সমাধান : $20-[\{(6a+3b)-(5a-2b)\}+6]$
$=20-[\{6a+3b-5a+2b\}+6]$
$=20-[\{a+5b\}+6]$
$=20-[a+5b+6]$
$=20-a-5b-6=14-a-5b$ **Ans.**

২৮ $15a+2[3b+3\{2a-2(2a+b)\}]$

সমাধান : $15a+2[3b+3\{2a-2(2a+b)\}]$
$=15a+2[3b+3\{2a-4a-2b\}]$
$=15a+2[3b+3\{-2a-2b\}]$
$=15a+2[3b-6a-6b]$
$=15a+2[-3b-6a]$
$=15a-6b-12a=3a-6b$ **Ans.**

২৯ $[8b-3\{2a-3(2b+5)-5(b-3)\}]-3b$ ★★

সমাধান : $[8b-3\{2a-3(2b+5)-5(b-3)\}]-3b$
$=[8b-3\{2a-6b-15-5b+15\}]-3b$
$=[8b-3\{2a-11b\}]-3b$
$=[8b-6a+33b]-3b$
$=41b-6a-3b$
$=38b-6a$ **(Ans.)**

৩০ বন্ধনীর পূর্বে (–) চিহ্ন দিয়ে $a-b+c-d$ এর ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদ প্রথম বন্ধনীর ভিতর স্থাপন কর।

সমাধান : $a-b+c-d$
$=a-(b-c+d)$ **(Ans.)**

৩১ $a-b-c+d-m+n-x+y$ রাশিতে বন্ধনীর সাহায্যে (–) চিহ্ন দিয়ে ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পদ ও (+) চিহ্ন দিয়ে ৬ষ্ঠ ও ৭ম পদ প্রথম বন্ধনীভুক্ত কর।

সমাধান : $a-b-c+d-m+n-x+y$
$=a-(b+c-d)-m+(n-x)+y$ **(Ans.)**

৩২ $7x-5y+8z-9$ এর তৃতীয় ও চতুর্থ পদ বন্ধনীর সাহায্যে (–) চিহ্ন দিয়ে প্রথম বন্ধনীভুক্ত কর। পরে দ্বিতীয় পদ, প্রথম বন্ধনীভুক্ত রাশিকে দ্বিতীয় বন্ধনীভুক্ত কর যেন বন্ধনীর আগে (+) চিহ্ন থাকে। ★

সমাধান : $7x-5y+8z-9$ এ
১ম শর্তমতে, $7x-5y-(-8z+9)$
আবার, ২য় শর্তমতে, $7x+\{-5y-(-8z+9)\}$ **(Ans.)**
নির্ণেয় রাশি $=7x+\{-5y-(-8z+9)\}$

৩৩ $15x^2+7x-2$ এবং $5x-1$ দুইটি বীজরাশিতীয় রাশি। ★★

ক) প্রথম রাশি থেকে দ্বিতীয় রাশি বিয়োগ কর।
খ) রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর।
গ) প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :
ক) $(15x^2+7x-2)-(5x-1)$
$=15x^2+7x-2-5x+1$
$=15x^2+2x-1$

খ) $(15x^2+7x-2)\times(5x-1)$
$=15x^2\times5x+7x\times5x-2\times5x-15x^2-7x+2$
$=75x^3+35x^2-10x-15x^2-7x+2$
$=75x^3+20x^2-17x+2$

গ)
$$\begin{array}{r|l} 5x-1 & 15x^2+7x-2 \;(3x+2 \\ & 15x^2-3x \\ & - \quad + \\ \hline & 10x-2 \\ & 10x-2 \\ & - \quad + \\ \hline & 0 \end{array}$$

নির্ণেয় ভাগফল $3x+2$

৩৪ $A=x^2-xy+y^2$, $B=x^2+xy+y^2$ এবং $C=x^4+x^2y^2+y^4$ ★★★

(ক) $A+B=$ কত?
(খ) A ও B এর গুণফল নির্ণয় কর।
(গ) $BC+B^2-C$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,
$A=x^2-xy+y^2$
$B=x^2+xy+y^2$
$C=x^4+x^2y^2+y^4$

(ক) $A+B=(x^2-xy+y^2)+(x^2+xy+y^2)$
$=x^2-xy+y^2+x^2+xy+y^2$
$=2x^2+2y^2=2(x^2+y^2)$

[বি.দ্র. প্রশ্নে A – B উল্লেখ থাকলে পাঠ্যবইয়ের উত্তরটি সঠিক হবে।]

(খ) A ও B এর গুণফল $=A\times B$
$=(x^2-xy+y^2)\times(x^2+xy+y^2)$
$=(x^2-xy+y^2)\times x^2+(x^2-xy+y^2)\times xy+(x^2-xy+y^2)\times y^2$
$=x^4-x^3y+x^2y^2+x^3y-x^2y^2+xy^3+x^2y^2-xy^3+y^4$
$=x^4+x^2y^2+y^4$
$\therefore$ A ও B এর গুণফল $x^4+x^2y^2+y^4$

(গ) প্রদত্ত রাশি, $BC + B^2 - C = C + B - C$

এখন, $x^2 + xy + y^2 \overline{)} x^4 + x^2y^2 + y^4 \; (x^2 - xy + y^2$

$x^4 + x^3y + x^2y^2$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

$-x^3y + y^4$

$-x^3y - x^2y^2 - xy^3$

$(+) \quad (+) \quad (+)$

$x^2y^2 + xy^3 + y^4$

$x^2y^2 + xy^3 + y^4$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

0

$\therefore C + B - C = x^2 - xy + y^2 - (x^4 + x^2y^2 + y^4)$

$= x^2 - xy + y^2 - x^4 - x^2y^2 - y^4$

[বি.দ্র. প্রশ্নে $BC + B^2 - A$ উল্লেখ থাকলে পাঠ্যবইয়ের উত্তরটি সঠিক হবে।]

অনুশীলনী ৪.৩ এর আলোকে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

পাঠ : ৪.১১ - বন্ধনীর ব্যবহার

১. সরলীকরণে কোনটির কাজ পরে করতে হবে? (সহজ)
ক ( ) খ { } গ [ ] ঘ | | — গ

২. $a - \{b - (b - a)\}$ এর সরলীকৃত মান নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক $2a + 2b$ খ $2a$ গ $2b$ ঘ 0 — ঘ
[ব্যাখ্যা : $a - \{b - (b - a)\} = a - \{b - b + a\} = a - \{a\} = a - a = 0$]

৩. $a + [-6b - (-3b)] =$ কত? [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল]
ক $-a + 3b$ খ $a + 3b$ গ $a - 3b$ ঘ $-3b - a$ — গ

৪. $4 - (-2 - 3) + 13 =$ কত? [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল]
ক 4 খ -4 গ -14 ঘ 22 — ঘ

৫. $5x - 13 = 12$ হলে $x =$ কত? [কাদিরাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল]
ক 3 খ 4 গ 5 ঘ 6 — গ

৬. $x + \{y - (y - z)\}$ রাশিটির সরল রূপ কোনটি? (মধ্যম)
ক $x + z$ খ x গ $y + z$ ঘ $x + y$ — ক

৭. $-\{-(-a)\} =$ কত? (মধ্যম)
ক a খ $-a$ গ 0 ঘ -1 — খ

৮. $3 + (2 - 1 - 2) =$ কত? (সহজ)
ক 1 খ 2 গ -2 ঘ 0 — খ

৯. $8 - \{-3 - (2 - 3)\}$ এর সরলীকৃত রূপ কোনটি? (মধ্যম)
ক 10 খ 8 গ 6 ঘ 12 — ক

১০. $-4 - (-2 - 3) + 13 =$ কত? (সহজ)
ক 14 খ 4 গ -4 ঘ -14 — ক
[ব্যাখ্যা : $-4 - (-2 - 3) + 13 = -4 + 5 + 13 = -4 + 18 = 14$]

১১. $(+1) + (-2) + 2 =$ কত? (সহজ)
ক 1 খ -1 গ 0 ঘ 2 — ক

১২. $12 + [-\{-(2 + 3)\}]$ এর সরল মান কত? (মধ্যম)
ক 13 খ 14 গ 15 ঘ 17 — খ
[ব্যাখ্যা : $12 + [-\{-(2 + 3)\}]$
$= 12 + [-\{-5\}] = 12 + [5] = 12 + 5 = 17$]

১৩. $-\{-(-5)^2\}$ এর মান কত? [মোহাম্মদপুর প্রিপারেটরী উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, ঢাকা]
ক 25 খ -5 গ 10 ঘ -25 — ক

১৪. $-\{a - (x - y)\}$ এর বন্ধনীমুক্ত রাশি কোনটি? (মধ্যম)
ক $a + x - y$ খ $a + x + y$ গ $-a + x - y$ ঘ $-a + x + y$ — গ
[ব্যাখ্যা : $-\{a - (x - y)\} = -\{a - x + y\} = -a + x - y$]

১৫. $6 - 2[5 - 8(3 - 1)]$ এর সরলীকরণে প্রাপ্ত মান কোনটি? (মধ্যম)
ক -8 খ 28 গ 17 ঘ 16 — খ
[ব্যাখ্যা : $6 - 2[5 - 8(3 - 1)] = 6 - 2[5 - 8 \times 2]$
$= 6 - 2[5 - 16] = 6 - 2(-11) = 6 + 22 = 28$]

১৬. $6\{-2 - (2 - 1)\}$ এর মান কত? (সহজ)
গ 18 খ 8 গ -18 ঘ -8 — গ
[ব্যাখ্যা : $6\{-2 - (2 - 1)\} = 6\{-2 - 1\} = 6(-3) = -18$]

১৭. $a = -1$ হলে $a^4b + a^2b$ এর মান কত? (সহজ)
ক 2 খ $2 + b$ গ $2b$ ঘ b^2 — গ
[ব্যাখ্যা : $a^4b + a^2b = (-1)^4b + (-1)^2b$ ($a = -1$ বসিয়ে)
$= b + b = 2b$]

১৮. $a = 3, b = 2$ হলে, $(8a - 2b) + (-7a + 4b)$ এর মান কত? [ভিকারুননিসা নুন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]
ক 3 খ 4 গ 7 ঘ 15 — গ

১৯. বাংলাদেশের জনসংখ্যা 18 কোটি। এক কোটিকে x ধরলে, জনসংখ্যার বীজগণিতীয় রাশি নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $18x$ খ $\frac{18}{x}$ গ $18 - x$ ঘ $18 + x$ — ক
[ব্যাখ্যা : 1 কোটি = x ∴ 18 কোটি = 18x]

২০. $a - \{(2a - a) - a\}$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক 0 খ a গ $2a$ ঘ a^2 — খ
[ব্যাখ্যা : $a - \{(2a - a) - a\} = a - \{a - a\} = a - 0 = a$]

২১. $[3 - (2 - 1) - \{1 - (2 - 1)\}] + 6$ এর মান কত? (কঠিন)
ক 6 খ 10 গ 4 ঘ 8 — গ
[ব্যাখ্যা : $[3 - (2 - 1) - \{1 - (2 - 1)\}] + 6$
$= [3 - 1 - \{1 - 1\}] + 6 = [3 - 1 - 0] + 6 = 2 + 6 = 8$]

❑ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে [২২-২৪] নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :
$-[x + \{x + (y + x)\}] - 2y$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

২২. বহুপদী রাশিটির চলক সংখ্যা কত? (সহজ)
ক 0 খ 2 গ 3 ঘ 4 — খ
ব্যাখ্যা : x এবং y হচ্ছে চলক।

২৩. রাশিটির সরলীকৃত মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)
ক $-3x - 3y$ খ $3x - 3y$ গ $-3x + 3y$ ঘ $3x + 3y$ — ক
[ব্যাখ্যা : $-[x + \{x + (y + x)\}] - 2y = -[x + \{x + y + x\}] - 2y$
$= -[x + x + y + x] - 2y = -[3x + y] - 2y$
$= -3x - y - 2y = -3x - 3y$]

২৪. x এর সহগ নিচের কোনটি? (কঠিন)
ক -3 খ 3 গ -6 ঘ 6 — ক
[ব্যাখ্যা : যেহেতু সরলীকৃত মান $-3x - 3y$; সুতরাং, x এর সহগ -3]

২৫. $[2 - \{(1 + 1) - 2\}] - 2$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)
ক 0 খ 4 গ 2 ঘ 1 — ক
[ব্যাখ্যা : $[2 - \{(1 + 1) - 2\}] - 2$
$= [2 - \{2 - 2\}] - 2 = [2] - 2 = 2 - 2 = 0$]

২৬. $(2a + 3a) - \{a + (a - a)\}$ এর–
(i) সরলীকৃত মান 4a (ii) প্রথম বন্ধনী দুইটির মান দ্বয়ের গুণফল শূন্য
(iii) সরলীকৃত মানকে a দ্বারা ভাগ করলে শূন্য হয়
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
ক i, ii খ ii, iii গ i, ii ও iii ঘ i, iii — ক
[ব্যাখ্যা : (i) $(2a + 3a) - \{a + (a - a)\} = 5a - \{a\} = 5a - a = 4a$;
(ii) $(2a + 3a) = 5a$ এবং $(a - a) = 0$ সুতরাং, মানদ্বয়ের গুণফল $= 5a \times 0 = 0$;
(iii) সরলীকৃত মান $= 4a$ ∴ $\frac{4a}{a} = 4$]

২৭. $23 - (17 - 4)$ রাশিটির–
i. সরলীকৃত মান–13; ii. বন্ধনীমুক্ত রাশি, $23 - 17 + 4$
iii. বন্ধনীর ভিতর দুইটি পদ আছে
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i, ii খ ii, iii গ i, iii ঘ i, ii ও ii — খ

অনুশীলনী ৪.৩ এর আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

১ শিক্ষক $10 - 7 + 3 - 4 + 8$, বীজগণিতীয় রাশিটি লিখে শিক্ষার্থীদের বললেন ৪র্থ ও ৫ম পদকে প্রথম বন্ধনীভুক্ত করতে যেন বন্ধনীর পূর্বে (–) চিহ্ন থাকে, তিনি আরও বললেন ১ম বন্ধনীভুক্ত রাশি ও ৩য় পদকে দ্বিতীয় বন্ধনীভুক্ত কর যেন বন্ধনীয় আগে (–) চিহ্ন থাকে। ★

(ক) শিক্ষকের প্রথম নির্দেশনা অনুসারে রাশিটি প্রকাশ কর। ২

(খ) শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে রাশিটি লিখ। যদি দ্বিতীয় বন্ধনীভুক্ত রাশি ও ২য় পদকে তৃতীয় বন্ধনীভুক্ত করতে বলা হয় যেন বন্ধনীর পূর্বে (–) চিহ্ন থাকে তবে রাশিটি প্রকাশ কর। ৪

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত শেষোক্ত রাশিটির সরল কর। ৪

সমাধান :

(ক) প্রদত্ত রাশি $10-7+3-4+8$

এখানে, ৪র্থ পদ 4 ও ৫ম পদ 8

প্রশ্নানুসারে, রাশিটি $=10-7+3-(4-8)$

নির্ণেয় রাশি, $10-7+3-(4-8)$

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $10-7+3-(4-8)$

$=10-7-(-3)-(4-8)$

$=10-7-\{-3+(4-8)\}$

∴ শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে রাশিটি $10-7-\{-3+(4-8)\}$

এখন, রাশিটির ২য় পদ 7 ও ২য় বন্ধনীভুক্ত রাশি $-3+(4-8)$।

প্রশ্নানুসারে, রাশিটি $10-[7+\{-3+(4-8)\}]$

নির্ণেয় রাশি, $10-[7+\{-3+(4-8)\}]$

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত রাশিটি, $10-[7+\{-3+(4-8)\}]$

$=10-[7+\{-3+4-8\}]$

$=10-[7+\{4-11\}]$

$=10-[7+\{-7\}]$

$=10-[7-7]=10-0=10$

অধ্যায়ভিত্তিক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

১ ৬৩ পৃষ্ঠার কাজ-৩ এর আলোকে।

$81p^4+q^4-22p^2q^2$, $9p^2+2pq-q^2$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি। ★★

(ক) ১ম রাশির p এর সর্বোচ্চ ঘাত এবং ২য় রাশির pq এর সহগ নির্ণয় কর। ২

(খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে $(p-q)$ গুণ কর। ৪

সমাধান :

(ক) ১ম রাশির p এর সর্বোচ্চ ঘাত 4 এবং ২য় রাশির pq এর সহগ 2

(খ) পৃষ্ঠা-৬৩ এর কাজ ৩ নং দ্রষ্টব্য।

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত ভাগফল $=9p^2-2pq-q^2$

নির্ণেয় গুণফল $=(9p^2-2pq-q^2)(p-q)$

$=(9p^2-2pq-q^2)p-(9p^2-2pq-q^2)q$

$=9p^3-2p^2q-pq^2-(9p^2q-2pq^2-q^3)$

$=9p^3-2p^2q-pq^2-9p^2q+2pq^2+q^3$

$=9p^3-11p^2q+pq^2+q^3$

অধ্যায়ভিত্তিক সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

২ $p=x^2+xy+y^2$, $q=x^2-xy+y^2$, $r=1-x^6$ এবং $s=1-x+x^2$ কতগুলো বীজগণিতীয় রাশি।

★★ *[ভিকারুননিসা নূন স্কুল অ্যান্ড কলেজ, ঢাকা]*

(ক) গুণনের দুটি সূচক সূত্র লিখ। ২

(খ) p এবং q এর গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) $r+s$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

সমাধান : (ক) গুণের দুটি সূচক সূত্র হলো–

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ যেমন, $a^2 \times a^4 = a^{2+4} = a^6$

এবং $(a^m)^n = a^{mn}$ যেমন, $(a^3)^2 = a^6$

(খ) দেওয়া আছে, $p=x^2+xy+y^2$ এবং $q=x^2-xy+y^2$

$p.q=(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

$=(x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)$

$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$

$=(x^2)^2+2x^2.y^2+(y^2)^2-x^2y^2$

$=x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2$

$=x^4+x^2y^2+y^4$

(গ) দেওয়া আছে, $r=1-x^6$ এবং $s=1-x+x^2$

$\therefore r+s=(1-x^6)+(1-x+x^2)$

$=1-x^6$

$1-x+x^2 \;)\; 1-x^6 \;(\; 1+x-x^3-x^4$

$1-x+x^2$

$(-)\ (+)\ (-)$

$-x^6+x-x^2$

$x-x^2+x^3$

$(-)\ (+)\ (-)$

$-x^6 \qquad -x^3$

$-x^3+x^4-x^5$

$(+)\ (-)\ (+)$

$-x^6 \qquad -x^4+x^5$

$-x^6 \qquad -x^4+x^5$

$(+) \qquad (+)\ (-)$

0

নির্ণেয় ভাগফল $=(1+x-x^3-x^4)$

৩ x^4+8x^2+15, x^2+5, x^2+3x+2

★★ *[ইস্পাহানী পাবলিক স্কুল অ্যান্ড কলে]*

(ক) তৃতীয় রাশিটির উৎপাদক নির্ণয় কর।

(খ) প্রথম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর।

(গ) প্রথম রাশিকে তৃতীয় রাশি দ্বারা গুণ কর এবং গুণফলকে ঘাতের অধঃক্রম অনুসারে সাজাও।

সমাধান : (ক) ৩য় রাশি $=x^2+3x+2=x^2+2x+x+2$

$=x(x+2)+1(x+2)=(x+2)(x+1)$

(খ) ১ম রাশি $=x^4+8x^2+15$

২য় রাশি $=x^2+5$

এখন, $x^2+5 \;)\; x^4+8x^2+15 \;(\; x^2+3$

x^4+5x^2

$-\quad -$

$3x^2+15$

$3x^2+15$

$-\quad -$

0

নির্ণেয় ভাগফল $=x^2+3$

(গ) ১ম রাশি ও ৩য় রাশির গুণ,

x^4+8x^2+15

x^2+3x+2

$x^6+8x^4+15x^2$

$+3x^5+24x^3+45x$

$+2x^4+16x^2+30$

$x^6+3x^5+10x^4+24x^3+31x^2+45x+30$

৪ x^2+xy+y^2, x^2-xy+y^2, $x^4+x^2y^2+y^4$ বীজগণিতীয় রাশি। ★★

(ক) ১ম ও ২য় রাশির যোগফল নির্ণয় কর।

(খ) ১ম ও ২য় রাশির গুণফল নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, ৩য় রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করলে ১ম রাশির সমান।

সমাধান : (ক) ১ম রাশি $=x^2+xy+y^2$

২য় রাশি $=x^2-xy+y^2$

∴ রাশি দুইটির যোগফল $=2x^2+2y^2$

(খ) x^2+xy+y^2

x^2-xy+y^2

$x^4+x^3y+x^2y^2$

$-x^3y-x^2y^2-xy^3$

$+x^2y^2+xy^3+y^4$

x^4

(গ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করে পাই,

$x^2 - xy + y^2)\ x^4 + x^2y^2 + y^4\ (x^2 + xy + y^2$

$x^4 + x^3y^2 - x^3y$

(−) (−) (+)

$x^3y + y^4$

$x^3y - x^2y^2 + xy^3$

(−) (+) (−)

$x^2y^2 - xy^3 + y^4$

$x^2y^2 - xy^3 + y^4$

(−) (+) (−)

0

$\therefore x^2 + xy + y^2 =$ ১ম রাশি। (দেখানো হলো)

৫ $x - \frac{2}{3}a, x - \frac{1}{3}a, -a + [-6b - \{-15c + (-3a - 9b - 13c)\}]$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি। ★ ★ ★

[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

(ক) সূত্রের সাহায্যে ১ম রাশিটির বর্গ নির্ণয় কর। ২

(খ) সূত্রের সাহায্যে ১ম ও ২য় রাশির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) ৩য় রাশিটিকে সরল কর। ৪

সমাধান : (ক) $\left(x - \frac{2}{3}a\right)$

রাশিটির বর্গ $= \left(x - \frac{2}{3}a\right)^2$

$= (x)^2 - 2.x.\frac{2}{3}a + \left(\frac{2}{3}a\right)^2$ $[\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$

$= x^2 - \frac{4}{3}ax + \frac{4}{9}a^2$

(খ) ১ম রাশি $= x - \frac{2}{3}a$, ২য় রাশি $= x - \frac{1}{3}a$

আমরা জানি, $(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$

$\therefore \left(x - \frac{2}{3}a\right)\left(x - \frac{1}{3}a\right) = x^2 - \left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a\right)x + \left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{1}{3}a\right)$

$= x^2 - \frac{2a + a}{3}x + \frac{2a^2}{9}$

$= x^2 - \frac{3a}{3}x + \frac{2}{9}a^2 = x^2 - ax + \frac{2}{9}a^2$

নির্ণেয় গুণফল : $x^2 - ax + \frac{2}{9}a^2$

(গ) ৩য় রাশি $= -a + [-6b - \{-15c + (-3a - 9b - 13c)\}]$

$= -a + [-6b - \{-15c - 3a - 9b - 13c\}]$

$= -a + [-6b - \{-28c - 3a - 9b\}]$

$= -a + [-6b + 28c + 3a + 9b]$

$= -a + [28c + 3a + 3b]$

$= -a + 28c + 3a + 3b = 2a + 3b + 28c$

৬ শর্ত থাকে যে, (i) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$

(ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4,\ x^2 - xy + y^2$

★ *[বর্ডার গার্ড পাবলিক স্কুল অ্যান্ড কলেজ, সিলেট]*

(ক) শর্ত (i) এর গুণফল বের কর। ২

(খ) 'ক' এর গুণফলকে $(x^2 + 1)$ দ্বারা ভাগ কর। ৪

(গ) (ii) এর ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

সমাধান : ক) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$

$= (x^2 + x - x - 1)(x^2 + 1)$

$= (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^4 - x^2 + x^2 - 1)$

$= (x^4 - 1) = x^4 - 1$

(খ) $x^2 + 1)\ x^4 - 1\ (x^2 - 1$

$x^4 + x^2$

(−) (−)

$-x^2 - 1$

$-x^2 - 1$

(+) (+)

0

নির্ণেয় ভাগফল $x^2 - 1$.

(গ) $x^2 - xy + y^2)\ x^4 + x^2y^2 + y^4\ (x^2 + xy + y^2$

$x^4 + x^2y^2 - x^3y$

(−) (−) (+)

$x^3y + y^4$

$x^3y - x^2y^2 + xy^3$

(−) (+) (−)

$x^2y^2 - xy^3 + y^4$

$x^2y^2 - xy^3 + y^4$

(−) (+) (−)

0

নির্ণেয় ভাগফল $x^2 + xy + y^2$

৭ $a^5 + 11a - 12,\ a^2 - 2a + 3,\ 64 - a^3,\ a - 4$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ক) $a = 1$ হলে ১ম রাশির মান নির্ণয় কর। ২

(খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

(গ) ৩য় রাশিকে ৪র্থ রাশিদ্বারা ভাগ কর এবং প্রাপ্ত ভাগফল থেকে 'খ' এর প্রাপ্ত ভাগফল বিয়োগ কর। ৪

★ *[বিন্দুবাসিনী সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, টাঙ্গাইল]*

সমাধান : (ক) ১ম রাশি $= a^5 + 11a - 12$

$= 1^5 + 11.1 - 12 = 12 - 12 = 0$

(খ) ২য় রাশি $= a^2 - 2a + 3$

১ম রাশি ÷ ২য় রাশি $= (a^5 + 11a - 12) \div (a^2 - 2a + 3)$

$a^2 - 2a + 3)\ a^5 + 11a - 12\ (a^3 + 2a^2 + a - 4$

$a^5 - 2a^4 + 3a^3$

− + −

$2a^4 - 3a^3 + 11a - 12$

$2a^4 - 4a^3 + 6a^2$

− + −

$a^3 - 6a^2 + 11a - 12$

$a^3 - 2a^2 + 3a$

− + −

$-4a^2 + 8a - 12$

$-4a^2 + 8a - 12$

+ − +

0

নির্ণেয় ভাগফল $= a^3 + 2a^2 + a - 4$

(গ) ৩য় রাশি $= 64 - a^3 = -a^3 + 64$, ৪র্থ রাশি $= a - 4$

$a - 4)\ -a^3 + 64\ (-a^2 - 4a - 16$

$-a^3 + 4a^2$

+ −

$-4a^2 + 64$

$-4a^2 + 16a$

+ −

$-16a + 64$

$-16a + 64$

+ −

0

নির্ণেয় ভাগফল $= -a^2 - 4a - 16$

'খ' হতে প্রাপ্ত, ভাগফল $a^3 + 2a^2 + a - 4$

এখন, প্রাপ্ত ভাগফল হতে 'খ' এর প্রাপ্ত ভাগফল বিয়োগ করি,

$-a^2 - 4a - 16$

$a^3 + 2a^2 + a - 4$

− − − +

[বিয়োগ করে] $-a^3 - 3a^2 - 5a - 12$

৮ $1 + a - a^3 - a^4,\ 1 - a + a^2,\ 1 - a^6$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা গুণ কর। ২

খ) ৩য় রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

গ) ২য় রাশি সমান শূন্য হলে, দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = -1$ ৪

★ ★ ★ *[আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]*

সমাধান :

(ক) ১ম রাশি = $1+a-a^3-a^4$

২য় রাশি = $1-a+a^2$

$1+a-a^3-a^4$

$-a-a^2+a^4+a^5$

$a^2+a^3-a^5-a^6$

$-a^6$

যোগ করে, 1

নির্ণেয় গুণফল, $1-a^6$

(খ) ৩য় রাশি = $1-a^6$

২য় রাশি = $1-a+a^2$

$1-a+a^2)\ 1-a^6\ (1+a-a^3-a^4$

$1-a+a^2$

$(-)\ (+)\ (-)$

$a-a^2-a^3$

$a-a^2+a^3$

$(-)\ (+)\ (-)$

$-a^3-a^6$

$-a^3+a^4-a^5$

$(+)\ (-)\ (+)$

$-a^4+a^5-a^6$

$-a^4+a^5-a^6$

$(+)\ (-)\ (+)$

0

১ম ধাপ : $1+1=1$

২য় ধাপ : $a+1=a$

৩য় ধাপ : $-a^3+1=-a^3$

৪র্থ ধাপ : $-a^4+1=-a^4$

নির্ণেয় ভাগফল $1+a-a^3-a^4$

(গ) প্রশ্নমতে, $1-a+a^2=0$

বা, $1+a^2=a$

বা, $\frac{1+a^2}{a}=\frac{a}{a}$

বা, $a+\frac{1}{a}=1$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=1^2$ [বর্গ করে]

বা, $(a)^2+2.a.\frac{1}{a}+\left(\frac{1}{a}\right)^2=1$

বা, $a^2+2+\frac{1}{a^2}=1$

বা, $a^2+\frac{1}{a^2}=1-2$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=-1$ (দেখানো হলো)

৯ $x^4-1, x^3+1, x^4+x^2+1, x^2-x+1$ রাশি।

(ক) ১ম রাশিতে x^4 এর সহগ কত? ২

(খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

(গ) ৩য় রাশিকে ৪র্থ রাশি দ্বারা ভাগ কর এবং ভাগফল 'খ' হতে প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে যোগ কর। ৪

★ *[সিটি সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]*

সমাধান : ক) ১ম রাশি = $x^4-1=1.x^4-1$

$\therefore$ ১ম রাশিতে x^4 এর সহগ 1

খ) $x^2+1)\ x^4-1\ (x^2-1$

x^4+x^2

$(-)\ (-)$

$-x^2-1$

$-x^2-1$

$(+)\ (+)$

0

নির্ণেয় ভাগফল = x^2-1

গ) $x^2-x+1)\ x^4+x^2+1\ (x^2+x+1$

$x^4+x^2-x^3$

$(-)\ (-)\ (+)$

x^3+1

x^3-x^2+x

$(-)\ (+)\ (-)$

x^2-x+1

x^2-x+1

$(-)\ (+)\ (-)$

0

নির্ণেয় ভাগফল = x^2+x+1

'খ' হতে প্রাপ্ত, ভাগফল x^2-1

নির্ণেয় যোগফল = $(x^2-1)+(x^2+x+1)$

$=x^2-1+x^2+x+1=2x^2+x=x(2x+1)$

১০ $x^2+xy+y^2, x-y, x^4+x^2y^2+y^4$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) ২য় রাশিকে x দ্বারা গুণ করে ১ম রাশির সাথে যোগ কর। ২

(খ) ১ম রাশি A এবং ২য় রাশি B হলে দেখাও যে, $AB=x^3-y^3$ ৪

(গ) ৩য় রাশিকে ১ম রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

★★★ *[ডা: খাস্তগীর বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম]*

সমাধান : (ক) ১ম রাশি = x^2+xy+y^2 এবং ২য় রাশি = $x-y$

নির্ণেয় রাশি = $x(x-y)+x^2+xy+y^2$

$=x^2-xy+xy+x^2+y^2=2x^2+y^2$

(খ) $A=x^2+xy+y^2$

$B=(x-y)$

$\therefore AB=(x^2+xy+y^2)(x-y)=x^3+x^2y+xy^2-x^2y-xy^2-y^3$

$=x^3-y^3$ (দেখানো হলো)

(গ) ৩য় রাশিকে ১ম রাশি দ্বারা ভাগ :

$x^2+xy+y^2)\ x^4+x^2y^2+y^4\ (x^2-xy+y^2$

$x^4+x^3y+x^2y^2$

$(-)\ (-)\ (-)$

$-x^3y+y^4$

$-x^3y-x^2y^2-xy^3$

$(+)\ (+)\ (+)$

$x^2y^2+xy^3+y^4$

$x^2y^2+xy^3+y^4$

$(-)\ (-)\ (-)$

0

নির্ণেয় ভাগফল = x^2-xy+y^2

১১ নিচের বীজগণিতীয় রাশিগুলো লক্ষ কর :

$A=x^2+xy+y^2, B=x-y.$

(ক) B রাশির সাথে $-4y$ যোগ করলে কত হয়? ২

(খ) y^2-xy+y^2 এর সাথে A রাশিটির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $AB=x^3-y^3$। ৪

★★ *[বাংলাদেশ মহিলা সমিতি স্কুল অ্যান্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]*

সমাধান : (ক) $B=x-y \quad \therefore B-4y=x-y-4y=x-5y$

(খ) $A=x^2+xy+y^2$

$\therefore A(y^2-xy+y^2)=(x^2+xy+y^2)(2y^2-xy)$

$=2x^2y^2+2xy^3+2y^4-x^3y-x^2y^2-xy^3$

$=x^2y^2+xy^3-x^3y+2y^4$

(গ) দেওয়া আছে, $A=x^2+xy+y^2$ ও $B=x-y$

বামপক্ষ = $AB=(x^2+xy+y^2)(x-y)$

$=x^3-x^2y+x^2y-xy^2+xy^2-y^3$

$=x^3-y^3$ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

অধ্যায়ভিত্তিক অনুশীলনমূলক প্রশ্নব্যাংক

১২ $P=3x-[5y-\{10z-(5x-10y+3z)\}]$,

$Q=2x+5y+7z, R=4x^3-6x^2y+74xz^2$

(ক) P কে সরলীকৃত করে x এর সহগ নির্ণয় কর। ২

(গ) $P\times Q$ নির্ণয় কর। ৪

(গ) R কে Q এর ১ম পদ দ্বারা ভাগ কর। প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে 'খ' হতে প্রাপ্ত গুণফল যোগ কর। ৪

উত্তর : (ক) -2 (খ) $25x^2+70yz+49z^2-4x^2$

(গ) $2x^2-3xy+2z^2; 25y^2+51z^2-2x^2+70yz-3xy$

১৩ $A=2x^4+110-48x, B=4x+11+x^2,$

$C=x^2+\{4x-(-3+4+12-2)\}$

(ক) দেখাও যে, $C=x^2+4x-11$ ২

(গ) $A+B$ নির্ণয় কর। ৪

(গ) $B\times C$ নির্ণয় কর ও প্রাপ্ত গুণফল থেকে 'খ' হতে প্রাপ্ত ভাগফল বিয়োগ কর। ৪

উত্তর : (খ) $2x^2-8x+10$

(গ) $x^4+8x^3+16x^2-121; x^4+8x^3+14x^2+8x-131$

অধিক প্রস্তুতির জন্য অধ্যায়ভিত্তিক মডেল-৭

[বি.দ্র.: এ অংশে অধ্যায়ভিত্তিক পার্ট মডেল দেওয়া হয়েছে। যা অনুশীলনের মাধ্যমে তোমরা পরীক্ষা প্রস্তুতিকে পূর্ণাঙ্গ করতে পারবে।]

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময় : ৩০ মিনিট (৩০টি প্রশ্ন থেকে সবগুলো প্রশ্নের উত্তর দাও। প্রত্যেকটি প্রশ্নের মান ১।) পূর্ণমান : ৩০

১. কোন শর্তে $a^0 = 1$ হবে?
ক $a > 0$ খ $a < 0$
গ $a \neq 0$ ঘ $a = 0$

২. গুণের সূচক বিধি নিচের কোনটি?
ক $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
খ $m(a + b + c + ...) = ma + mb + mc + ...$
গ $a^m \times a^n = a^{mn}$
ঘ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

৩. $2x^4 + 110 - 48x$ কে $4x + 11x + x^2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলের স্থানে সবার প্রথমে কত বসবে?
ক $2x^2$ খ $\frac{1}{2}x^3$ গ $-8x$ ঘ 10

৪. $-12a^3xy$ কে $-4a^3y$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
ক $-3x$ খ $3x$
গ $-3xy$ ঘ $3xy$

৫. $a + \{b - (c - d)\}$ এর সরলমান কত?
ক $a + b - c - d$
খ $a + b + c - d$
গ $a + b - c + d$
ঘ $a - b + c + d$

৬. $x = -2$ হলে, $x - [2x - (5x - 3x)]$ এর মান নিচের কোনটি?
ক 8 খ 2 গ -2 ঘ -4

৭. $x^9 + x^{-3} =$ কত?
ক x^6 খ x^{12} গ x^{27} ঘ x^{-12}

৮. m, n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা
(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
(ii) $(a^m)^n = a^{mn}$
(iii) $a^m + a^n = a^{m+n}$
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i, ii খ ii, iii
গ i, iii ঘ i, ii ও iii

৯. $[5 - \{(2 + 2) - 1\}]$ এর সরলমান কত?
ক 2 খ -2 গ -3 ঘ 4

১০. $x^4 - 1$ কে $x^2 + 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?
ক x^2 খ x গ 1 ঘ 0

❑ নিচের তথ্যের আলোকে (১১-১৩)নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
গুণফল নির্ণয়ের জন্য গুণ্য $a^2 - 2ab + b^2$ এবং গুণক $a - b$।

১১. গুণ্যে পদসংখ্যা কয়টি?
ক ১টি খ ২টি গ ৩টি ঘ ৪টি

১২. গুণফলের মান কত?
ক $a^2 + 3a^2b + 3ab^2 + b^2$
খ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
গ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
ঘ $a^3 + 3ab + 3a^2b^2 + b^3$

১৩. প্রথম রাশিকে d দ্বারা গুণ করলে, গুণের বণ্টন বিধি অনুযায়ী কোনটি সঠিক?
ক $da^2 - 2ab + b^2d$
খ $-a^2d + 2abd - b^2d$
গ $d(a^2 + 2ab + b^2)$
ঘ $a^2d - 2abd + b^2d$

১৪. একই চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির ভাগফল অথবা গুণফল কোন চিহ্ন যুক্ত?
ক + খ − গ × ঘ +

১৫. $-ab \div (-a)$ এর মান কত?
ক b খ a গ $\frac{a}{b}$ ঘ $\frac{b}{a}$

১৬. বহুপদী রাশি নিচের কোনটি?
ক a খ ab গ abc ঘ a + b + c

১৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
(i) বিপরীত চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল বিয়োগ (−) চিহ্নযুক্ত।
(ii) $b \neq 0$ হলে $b^m \div b^m = 1$
(iii) $a^5 \div a^2 = a^3$ হয়
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i, ii খ ii, iii
গ i, iii ঘ i, ii ও iii

১৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
(i) $\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$ কে ভাগের বণ্টন বিধি বলে।
(ii) $a + x + y$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।
(iii) $a^p - b^p = 1$
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i, ii খ ii, iii
গ i, iii ঘ i, ii ও iii

১৯. বন্ধনীর আগে কোন চিহ্ন থাকলে, বন্ধনী অপসারণে বন্ধনীর ভিতরের পদগুলোর চিহ্নের পরিবর্তন হয়ে বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয়?
ক − খ + গ × ঘ +

২০. $-(b - c)$ এর যোগাত্মক বিপরীত রাশি কোনটি?
ক $-b + c$ খ $b - c$
গ $b + c$ ঘ $-b - c$

২১. $-(-x + y - z)$ কে সরল করলে নিচের কোনটি হবে?
ক $x - y - z$ খ $x - y - z$
গ $x + y - z$ ঘ $x - y + z$

২২. বন্ধনীর আগে (−) চিহ্ন থাকলে বন্ধনী অপসারণে বন্ধনীর ভিতরের –
(i) সব পদের চিহ্নের পরিবর্তন হয়ে বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয়
(ii) সব (+) চিহ্ন (−) চিহ্নযুক্ত হয়
(iii) সব (−) চিহ্ন (+) চিহ্নযুক্ত হয়
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i, ii খ ii, iii
গ i, iii ঘ i, ii ও iii

❑ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৩-২৫) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :
দুইটি বীজগণিতীয় রাশি, $x + y$ এবং $x - \{x - (x - y)\}$

২৩. দ্বিতীয় রাশির মান নিচের কোনটি?
ক $x + y$ খ $-x - y$
গ $x - y$ ঘ $-x + y$

২৪. রাশি দুইটির গুণফল নিচের কোনটি?
ক $x^2 + y^2$ খ $x + y$
গ $x - y$ ঘ $x^2 - y^2$

২৫. $x = y$ হলে গুণফলের মান কত?
ক $2x^2$ খ 0
গ $2y^2$ ঘ $-2x^2$

২৬. $A = 3x^2 + 6x$ এবং $B = 3x$ হলে $A + B =$ কত?
ক $x + 1$ খ $3x + 1$
গ $x + 2$ ঘ $3x + 2$

২৭. $10a^5b^7$ কে $5a^5b^4$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
ক $2ab^3$ খ $2b^4$
গ $2b^3$ ঘ $2b^5$

২৮. $-ab \div (-b) =$ কত?
ক a খ $-a$
গ b ঘ $-b$

২৯. $a^3 \times a^{-3} \div a^{-5}$ রাশিটির সরলীকরণে a এর ঘাত কত হবে?
ক -5 খ 1
গ 5 ঘ 45

৩০. $x^4 - 1$ কে $x^2 + 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাজ্য ও ভাগফলের x এর সর্বোচ্চ ঘাতের পার্থক্য কত হবে?
ক 0 খ 2
গ 1 ঘ 3

উত্তরমালা

১	গ	২	ঘ	৩	ক	৪	খ	৫	গ	৬	গ	৭	খ	৮	ক	৯	ক	১০	ঘ	১১	গ	১২	গ	১৩	ঘ	১৪	ক	১৫	ক
১৬	খ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	ক	২০	খ	২১	ঘ	২২	ঘ	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	খ	২৬	গ	২৭	গ	২৮	ক	২৯	গ	৩০	ঘ

মডেল-৮

সৃজনশীল প্রশ্ন

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট (১১টি প্রশ্ন থেকে ৭টি প্রশ্নের উত্তর দাও)

১ $3a^2 - 11a + 6$ এবং $3a - 2$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) $a = 2$ হলে ১ম রাশির মান নির্ণয় কর। ২

(খ) রাশিদ্বয়ের গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

২ $a + 1$, $a - 1$, $a^2 + 1$ এবং $a^4 - 1$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) সূত্রের সাহায্যে ১ম দুটি রাশির গুণফল নির্ণয় কর। ২

(খ) দেখাও যে, ১ম তিনটি রাশির গুণফল ৪র্থ রাশির সমান। ৪

(গ) যদি ১ম দুটি রাশির যোগফল 2 হয়, তবে $\left(a + \frac{1}{a}\right)$ এর মান বের কর এবং এর সাহায্যে $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মানও নির্ণয় কর। ৪

৩ x^2+x+1; x^2-x+1 এবং x^4+x^2+1 তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) ১ম রাশি থেকে ২য় রাশি বিয়োগ কর। ২

(খ) ৩য় রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

(গ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা গুণ করে দেখাও যে উহা তৃতীয় রাশির সমান। ৪

৪ $x + y$, $x - y$, $x^2 + y^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা গুণ কর। ২

(খ) প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত গুণফলকে তৃতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

৫ $A = 2x^2 + 3x - 4$, $B = 3x^2 - 4x - 5$, $C = a^4 + a^2b^2 + b^4$, $D = a^2 - ab + b^2$

(ক) $x = -2$ হলে, B এর মান কত? ২

(খ) $AB =$ কত? ৪

(গ) C কে D দ্বারা ভাগ কর। ৪

৬ $2x^2y + 3xy^2$, $2x^2y - 3xy^2$ এবং x^2y^2 তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) ৩য় রাশি × (৩য় রাশি)^3 = কত? ২

(খ) প্রথম দুইটি রাশির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

(গ) ১ম ও ২য় রাশির গুণফলকে ৩য় রাশি দ্বারা ভাগ কর। ৪

৭ $3x - y - 8z + 5$, $a^4 + a^2 + 1$ ও $a^2 - a + 1$ বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) ১ম রাশির ২য় থেকে ৪র্থ পর্যন্ত পদগুলোকে ১ম বন্ধনীর যাতে মানের পরিবর্তন না হয়।

(খ) দ্বিতীয় রাশিকে তৃতীয় রাশি দ্বারা গুণ কর।

(গ) দ্বিতীয় রাশিকে তৃতীয় রাশি দ্বারা ভাগ কর।

৮ $4x^2 - 25y^2$, $x^4 + x^2y^2 + y^4$, $x^2 - xy + y^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) ১ম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(খ) ২য় রাশিকে ৩য় রাশি দ্বারা ভাগ কর।

(গ) $x = 4$, $y = 3$ হলে প্রমাণ কর যে, ২য় রাশি = ৩য় রাশি × $(x^2 + xy + y^2)$

৯ $X = a + b$, $Y = a - b$ এবং $Z = a^2 - ab + b^2$ বীজগাণিতিক রাশি।

(ক) XY নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, $XZ = a^3 + b^3$

(গ) XZ কে X দ্বারা ভাগ কর।

১০ $(x+y)$, $(x-y)$, (x^2+y^2), (x^3+y^3) চারটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ক) গুণের সূচক বিধিটি ব্যাখ্যা কর।

(খ) দেখাও যে, $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$

(গ) ৪র্থ রাশিকে ১ম রাশি দ্বারা ভাগ কর।

১১ $p^2 - 9p + 14$, $p - 7$, $16p^4 - 81q^4$, $2p + 3q$ বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) $p = 0$ হলে, ১ম রাশির মান কত?

(খ) ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা গুণ কর।

(গ) তৃতীয় রাশিকে ৪র্থ রাশি দ্বারা ভাগ কর।

উত্তরমালা

১। (ক) -4; (খ) $9a^3 - 39a^2 + 40a - 12$ (গ) $a - 3$

২। (ক) $a^2 - 1$; (গ) 2, 2 ৩। (ক) $2x$; (খ) $x^2 + x + 1$

৪। (ক) $x^2 - y^2$; (খ) $x^4 - y^4$; (গ) $x^2 - y^2$

৫। (ক) 15; (খ) $6x^4 + x^3 - 34x^2 + x + 20$;
(গ) $a^2 + ab + b^2$

৬। (ক) x^6y^6; (খ) $4x^4y^2 - 9x^2y^4$; (গ) $4x^2 - 9y^2$

৭। (ক) $3x - (y + 8z - 5)$;
(খ) $a^6 - a^5 + 2a^4 - a^3 + 2a^2 - a + 1$; (গ) $a^2 + a + 1$

৮। (ক) $(2x + 5y)(2x - 5y)$; (খ) $x^2 + xy + y^2$

৯। (ক) $a^2 - b^2$; (গ) $a^2 - ab + b^2$;

১০। (গ) $x^2 - xy + y^2$

১১। (ক) 14; (খ) $p^3 - 16p^2 + 77p - 98$;
(গ) $8p^3 - 12p^2q + 18pq^2 - 27q^3$

অধ্যায়ভিত্তিক সাজেশন্স

আমাদের অনুশীলনমূলক বইয়ে আলোচিত বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্নের মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলোর প্রতি গুরুত্বারোপ করার জন্য এবং সাথে সাথে প্রস্তুতিকে সহজ করার জন্যই এ অংশের অবতারণা।

প্রশ্নের ধরন	গুরুত্বসূচক চিহ্ন		
	★★★	★★	★
অনুশীলনীর সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	অনু. ৪.৩ এর ৩৩, ৩৪		
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর	অনু. ৪.১ এর অতি. (৮-১২, ২৪-২৭, ৩৫-৪০, ৫৫-৬৬); অনু. ৪.২ এর অতি. (৬-২০, ৩৫-৪৪); অনু. ৪.৩ এর অতি (১২-১৯, ২৩-২৫); মডেল (১-৩০)	অনু. ৪.১ এর অতি. (২৮-৩২, ৪১-৪৫) অনু. ৪.২ এর অতি. (৫০-৬১);	অনু. ৪.১ এর অতি. (১-৭); অনু. ৪.২ এর অতি. (২২-৩৪)
অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান	অনু. ৪.১ এর (১, ২); অনু. ৪.২ এর (১); অধ্যায়ভিত্তিক (৫, ৮, ১০)	অনু. ৪.১ এর অতি. (৩, ৪); অনু. ৪.২ এর অতি. (২); অধ্যায়ভিত্তিক (২, ৩, ৪, ১১)	অনু. ৪.৩ এর ১ নং; অধ্যায়ভিত্তিক (১, ৬, ৭, ৯)
	১, ৩, ৫, ৭		