

নবম অধ্যায়

স্থানাংক জ্যামিতি (Analytic Geometry)

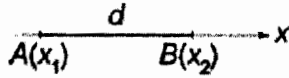
৯.১ একমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$

বাস্তব সংখ্যা : λ

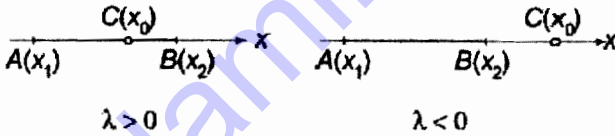
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

৫৮৬. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : $d = AB = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$



৫৮৭. একটি রেখাংশের অনুপাত λ হলে বিভাজন হবে :

$$x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \lambda = \frac{AC}{BC}, \lambda \neq 1$$



৫৮৮. রেখাংশের মধ্য বিন্দু : $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \lambda = 1$

৯.২ দ্বিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$

মেরু স্থানাংক : r, ϕ

বাস্তব সংখ্যা : λ

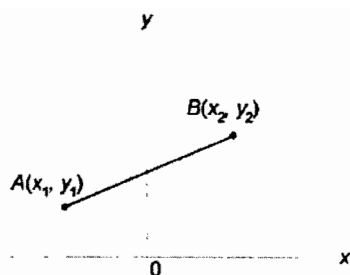
ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা : a, b, c

দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

ক্ষেত্রফল : S

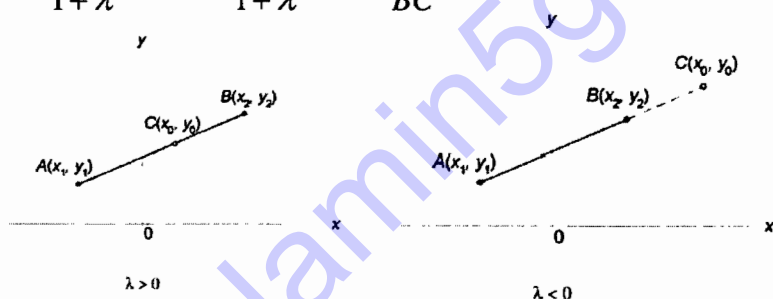
৫৮৯. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



৫৯০. একটি রেখাংশের অনুপাত λ হলে বিভাজন হবে :

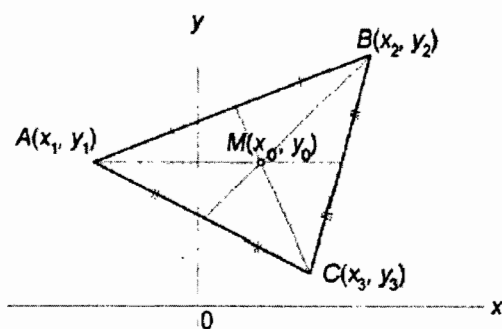
$$x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y_0 = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \lambda = \frac{AC}{BC}, \lambda \neq -1$$



৫৯১. রেখাংশের মধ্যবিন্দু : $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \lambda = 1$.

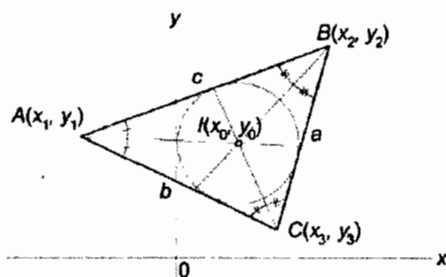
৫৯২. ত্রিভুজের কেন্দ্রীয় বিন্দু (মধ্যমার ছেদ):

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$



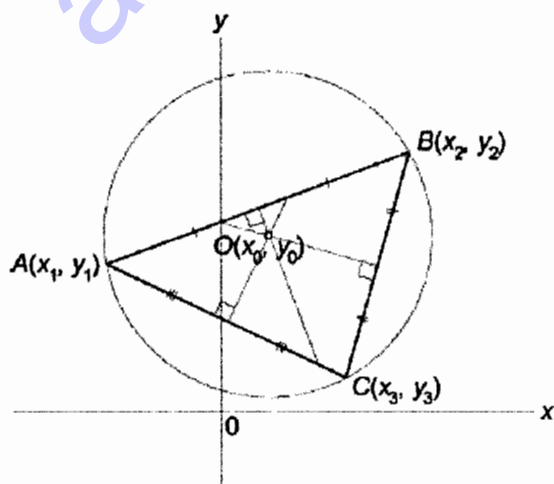
৫৯৩. ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র : $x_0 = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}$, $y_0 = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}$.

যেখানে $a = BC, b = CA, c = AB$



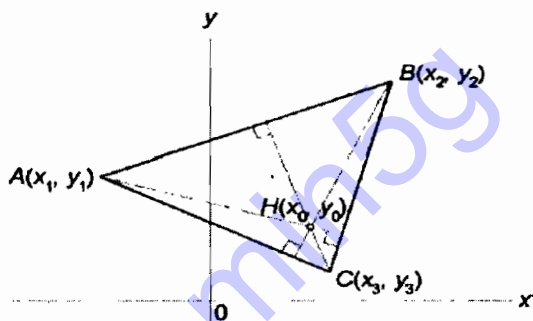
৫৯৪. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র :

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ 2x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_1^2 + y_1^2 & 1 \\ x_2 & x_2^2 + y_2^2 & 1 \\ x_3 & x_3^2 + y_3^2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ 2x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}$$



৫৯৫. ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু :

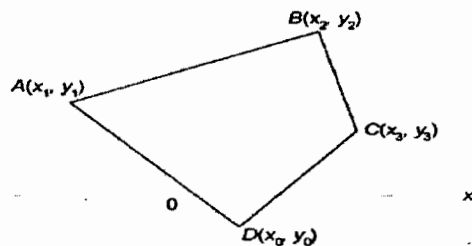
$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & x_2x_3 + y_1^2 & 1 \\ y_2 & x_3x_1 + y_2^2 & 1 \\ y_3 & x_1x_2 + y_3^2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_2y_3 & x_1 & 1 \\ x_2^2 + y_3y_1 & x_2 & 1 \\ x_3^2 + y_1y_2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}$$



৫৯৬. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল : $S = (\pm) \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (\pm) \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$

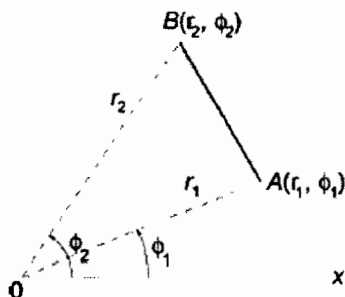
৫৯৭. চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল :

$$S = (\pm) \frac{1}{2} \left[(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_1)(y_4 + y_1) \right]$$

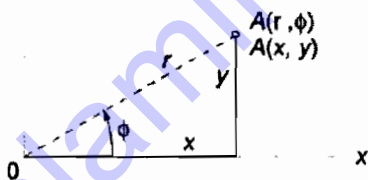


৫৯৮. দুটি মেরুস্থানাংকের মধ্যের দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$



৫৯৯. সমকোণী স্থানাংক হতে মেরুস্থানাংকের পরিবর্তন : $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$



৬০০. মেরুস্থানাংকে সমকোণী স্থানাংকে পরিবর্তন : $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tan \varphi = \frac{y}{x}$

৯.৩ সমতলে সরল রেখা :

স্থানাংক বিন্দু : $X, Y, x, x_0, x_1, y_0, y_1, a_1, a_2, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : $k, a, b, p, t, A, B, C, A_1, A_2, \dots$

কোণ : α, β

দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ : φ

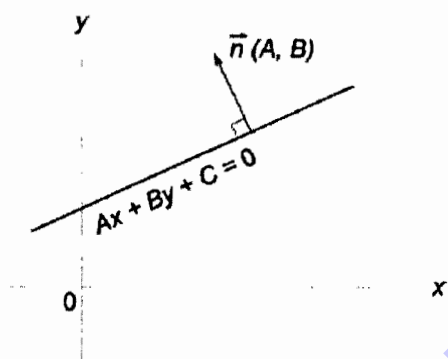
সাধারণ ভেক্টর : $\vec{n}$

অবস্থান ভেক্টর : $\vec{r}, \vec{a}, \vec{b}$

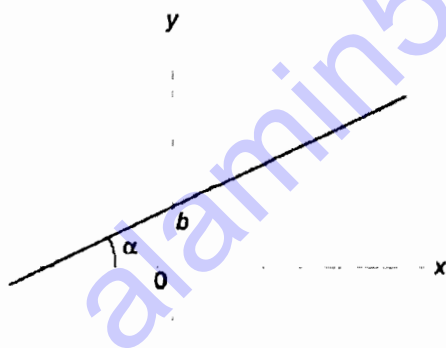
৬০১. সরল রেখার সাধারণ সমীকরণ : $Ax + By + C = 0$

৬০২. সরল রেখার সাধারণ ভেক্টর :

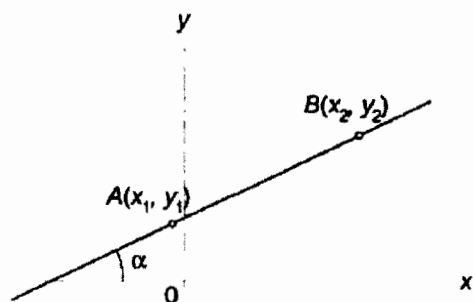
$\vec{n}(A, B)$ যখন সরলরেখাটি $Ax + By + C = 0$



৬০৩. $y = kx + b$ যেখানে রেখার নতিমাত্রা $k = \tan \alpha$

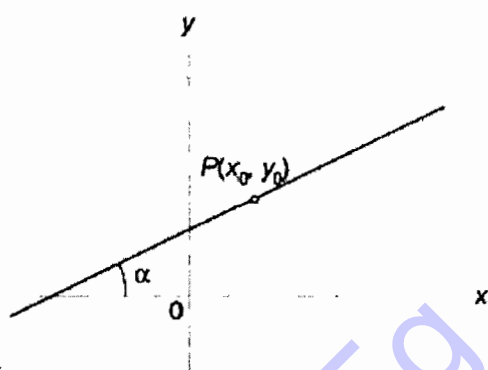


৬০৪. রেখার নতিমাত্রা : $k = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



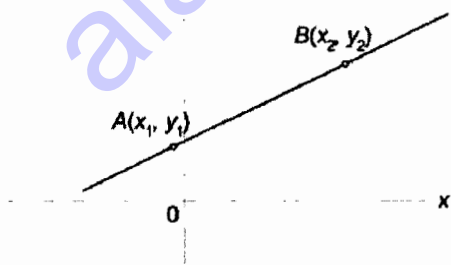
৬০৫. একটি বিন্দু ও একটি রেখার মধ্যে নতিমাত্রার সমীকরণ :

$y = y_0 + k(x - x_0)$ যেখানে $P(x_0, y_0)$ রেখার উপর একটি বিন্দু ।

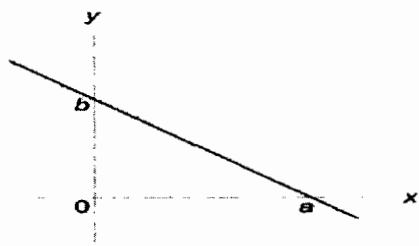


৬০৬. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী একটি রেখার সমীকরণ :

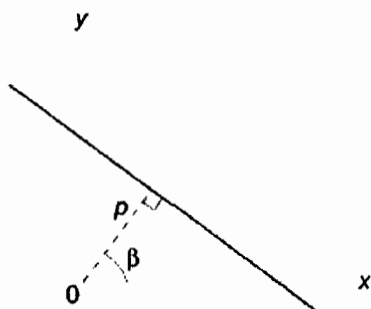
$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \text{ অথবা, } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$



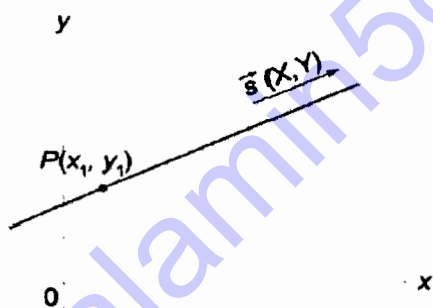
৬০৭. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



৬০৮. সাধারণ অবস্থায় : $x \cos \beta + y \sin \beta - p = 0$



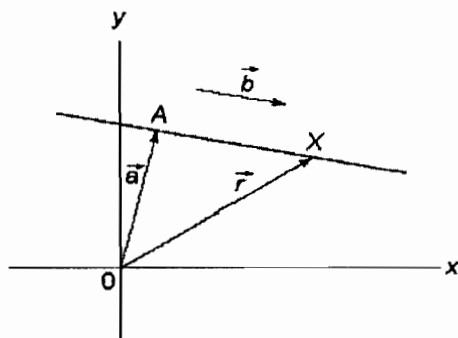
৬০৯. বিন্দু নির্দেশক অবস্থান : $\frac{x-x_1}{X} = \frac{y-y_1}{Y}$



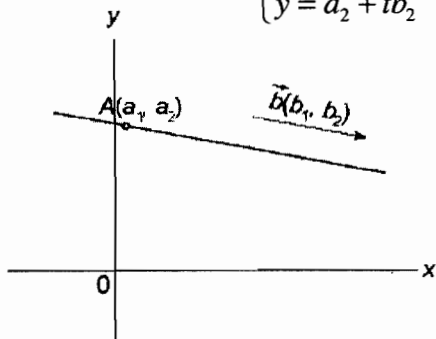
৬১০. উল্লম্ব রেখা : $x = a$

৬১১. অনুভূমিক রেখা : $y = b$

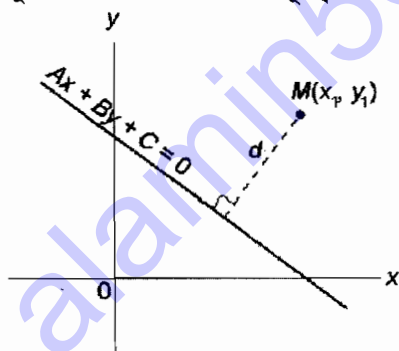
৬১২. একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ : $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$



৬১৩. সরলরেখার প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = a_1 + tb_1 \\ y = a_2 + tb_2 \end{cases}$



৬১৪. একটি বিন্দু থেকে একটি রেখার মধ্যে দূরত্ব : $d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

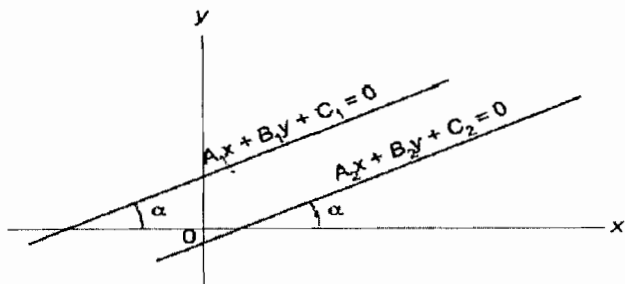


৬১৫. সমান্তরাল রেখা :

দুটি রেখা $y = k_1x + b_1$ এবং $y = k_2x + b_2$ সমান্তরাল হয় যদি $k_1 = k_2$ ।

দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ সমান্তরাল হয় যদি

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \quad |$$

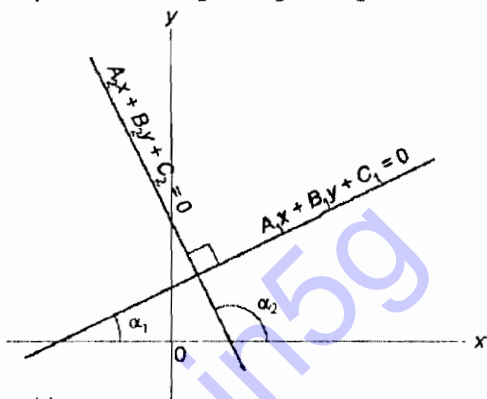


৬১৬. লম্ব রেখা :

দুটি রেখা $y = k_1x + b_1$ এবং $y = k_2x + b_2$ লম্ব হয় যদি $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ এবং

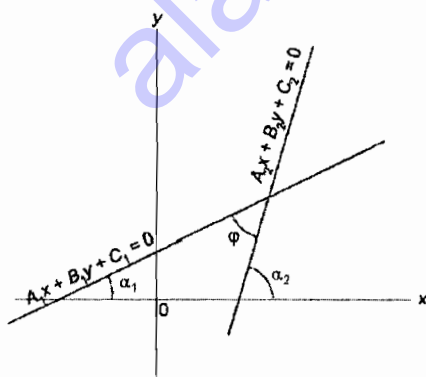
$k_1k_2 = -1$ সমান হয়।

দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ লম্ব হয় যদি $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ ।



৬১৭. দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ :

$$\tan \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}, \quad \cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$



৬১৮. দুটি রেখার ছেদ : যদি দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ পরস্পরকে ছেদ করে তাহলে ছেদ বিন্দুর স্থানাংক হবে

$$x_0 = \frac{-C_1 B_2 + C_2 B_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, y_0 = \frac{-A_1 C_2 + A_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

৯.৪ বৃত্ত :

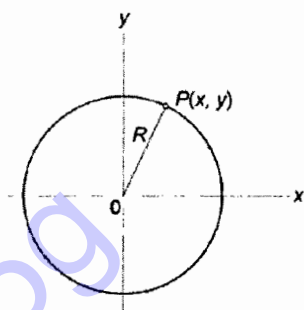
ব্যাসার্ধ : R

বৃত্তের কেন্দ্র : (a,b)

বিন্দু স্থানাংক : x, y, x₁, y₁,

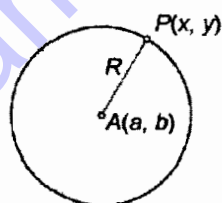
বাস্তব সংখ্যা : A, B, C, D, E, F, t

৬১৯. বৃত্তের সমীকরণ : $x^2 + y^2 = R^2$



৬২০. যেকোন বিন্দু (a,b) এর সাপেক্ষে বৃত্তের সমীকরণ : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

y

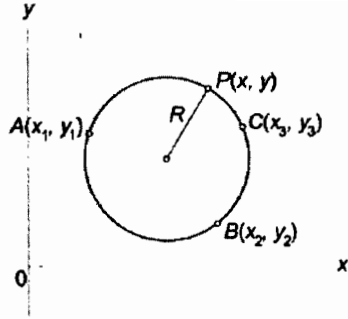


0

x

৬২১. ত্রয়ী বিন্দুর রূপ :

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$



৬২২. প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

৬২৩. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$

৯.৫ উপবৃত্ত :

পরাক্ষার্ধ : a

উপাক্ষার্ধ : b

ফোকাস : $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$

দুটি ফোকাসের মধ্যবর্তী দূরত্ব : $2c$

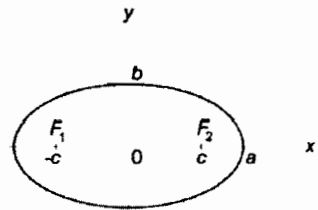
বাস্তব সংখ্যা : A, B, C, D, E, F, t

ক্ষেত্রের পরিসীমা : L

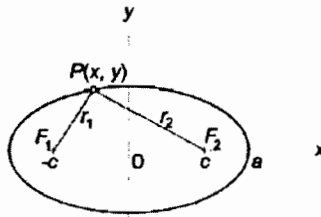
ক্ষেত্রফল : S

উৎকেন্দ্রতা : e

৬২৪. উপবৃত্তের সমীকরণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬২৫. $r_1 + r_2 = 2a$



$$৬২৬. a^2 = b^2 + c^2$$

$$৬২৭. উৎকেন্দ্রতা : e = \frac{c}{a} < 1$$

$$৬২৮. x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a^2}{c} \quad ৬২৯. প্রচলিক রূপ : \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$৬৩০. সাধারণ রূপ : Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

$$\text{যেখানে } B^2 - 4AC < 0$$

৬৩১. সমান্তরাল রেখার সাথে স্থানাংক রেখার সাধারণ রূপ :

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \text{ যেখানে } AC > 0$$

$$৬৩২. পরিধি : L = 4aE(e)$$

$$৬৩৩. পরিধির সমীকরণ : L = \pi(1.5(a+b) - \sqrt{ab}), L = \pi\sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$৬৩৪. S = \pi ab$$

৯.৬ পরাবৃত্ত :

অনুপ্রস্থ অক্ষ : a

অনুবক্ষী অক্ষ : b

ফোকাস : $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$

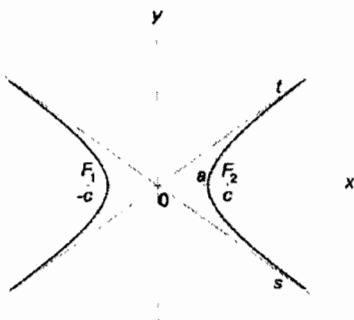
দুটি ফোকাসের মধ্যবর্তী দূরত্ব : $2c$

উৎকেন্দ্রতা : e

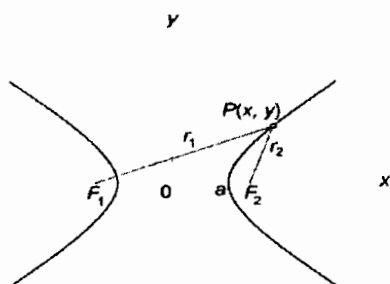
স্পর্শপ্রবণ রেখা : s, t

বাস্তব সংখ্যা : A, B, C, D, E, F, t, k

$$৬৩৫. পরাবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



৬৩৬. $|r_1 - r_2| = 2a$



৬৩৭. স্পর্শপ্রবণ রেখার সমীকরণ : $y = \pm \frac{b}{a}x$

৬৩৮. $c^2 = a^2 + b^2$

৬৩৯. উৎকেন্দ্রতা : $e = \frac{c}{a} > 1$

৬৪০. সমীকরণ : $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a^2}{c}$

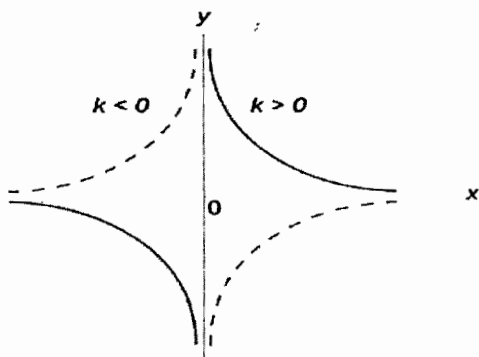
৬৪১. $\begin{cases} x = a \cosh t \\ y = b \sinh t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

৬৪২. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,

যেখানে $B^2 - 4AC > 0$

৬৪৩. $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, যেখানে $AC < 0$

৬৪৪. স্পর্শপ্রবণ রেখার রূপ : $xy = \frac{e^2}{4}$, অথবা $y = \frac{k}{x}$, যেখানে $k = \frac{e^2}{4}$



৯.৭ অতিবৃত্ত :

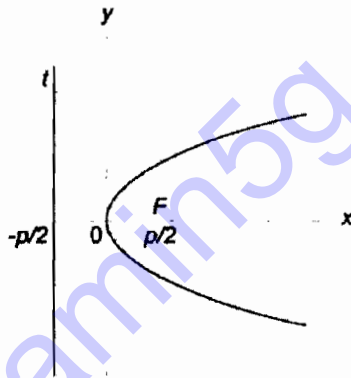
ফোকাস প্রচল : p

ফোকাস : F

শীর্ষবিন্দু : $M(x_0, y_0)$

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, E, F, p, a, b, c$

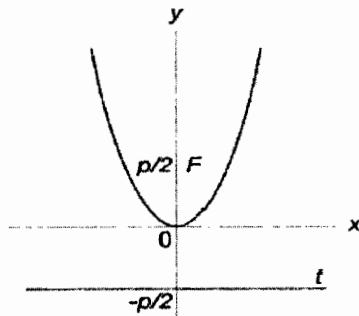
৬৪৫. অতিবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ : $y^2 = 2px$



৬৪৬. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,

যেখানে $B^2 - 4AC = 0$

৬৪৭. নিয়মকের সমীকরণ : $y = ax^2, p = \frac{1}{2a}$

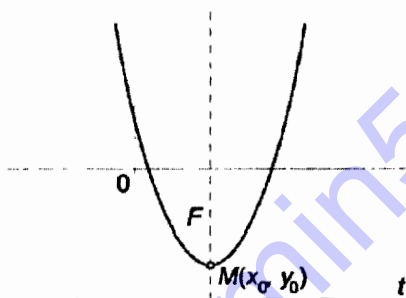


৬৪৮. y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সাধারণ রূপ :

$$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0, (A, E \neq 0), \quad y = ax^2 + bx + c, \quad p = \frac{1}{2a}$$

যেখানে, $y = y_0 - \frac{p}{2}$, ফোকাসের স্থানাংক: $F\left(x_0, y_0 + \frac{p}{2}\right)$ এবং

$$\text{শীর্ষ বিন্দুর স্থানাংক : } x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c = \frac{4ac - b^2}{4a}$$



৯.৮ ত্রিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : λ

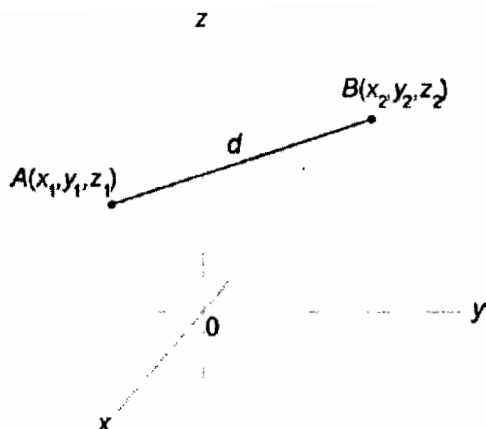
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

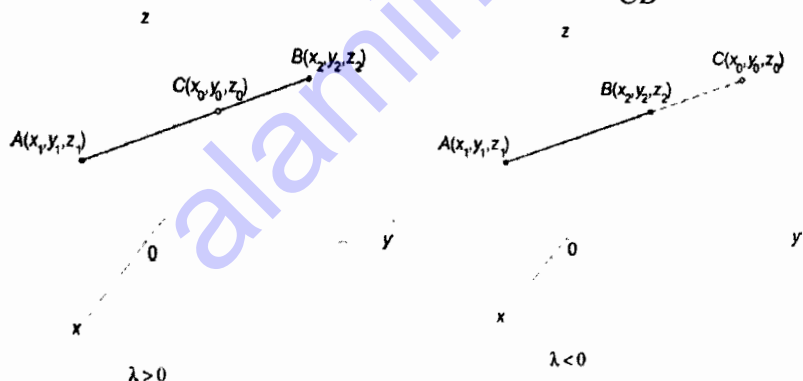
৬৪৯. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



৬৫০. $x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y_0 = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, z_0 = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$

যেখানে $\lambda = \frac{AC}{CB}, \lambda \neq -1$



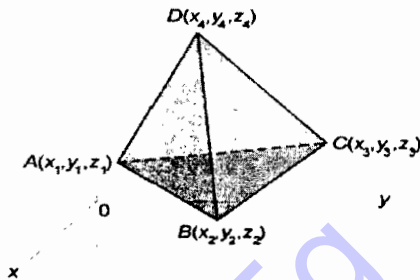
৬৫১. রেখাংশের মধ্যবিন্দু : $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}, \lambda = 1$

৬৫২. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}}^2 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 & 1 \\ z_2 & x_2 & 1 \\ z_3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}}^2 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}^2$$

৬৫৩. চতুস্তলকের আয়তন :

$$V = \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}, \text{ or, } V = \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 - x_4 & y_1 - y_4 & z_1 - z_4 \\ x_2 - x_4 & y_2 - y_4 & z_2 - z_4 \\ x_3 - x_4 & y_3 - y_4 & z_3 - z_4 \end{vmatrix}$$



৯.৯ সমতল :

স্থানাংক বিন্দু : $x, y, z, x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, A_1, A_2, a, b, c, a_1, a_2, \lambda, p, t, \dots$

সাধারণ ভেক্টর : $\vec{n}, \vec{n}_1, \vec{n}_2$

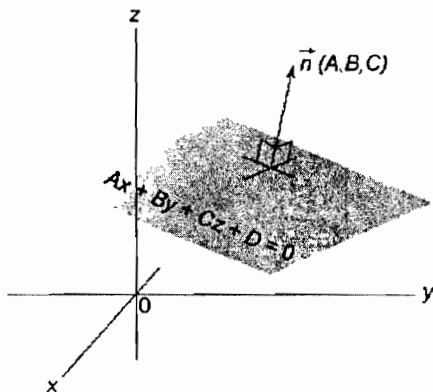
কোসাইন দিগাঙ্ক গোষ্ঠী : $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$

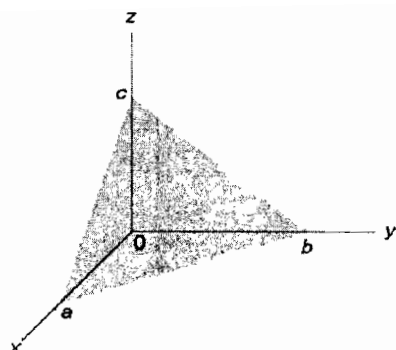
বিন্দু থেকে সমতলের দূরত্ব : d

৬৫৪. সমতলের সাধারণ সমীকরণ : $Ax + By + Cz + D = 0$

৬৫৫. সমতলের সাধারণ ভেক্টর : ভেক্টর $\vec{n}(A, B, C)$ সাধারণ সমতলের সমীকরণ

$$Ax + By + Cz + D = 0$$





৬৫৬. বিশেষ ক্ষেত্রে সমতলের সমীকরণ : $Ax + By + Cz + D = 0$

যদি $A = 0$, সমতল x অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $B = 0$, সমতল y অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

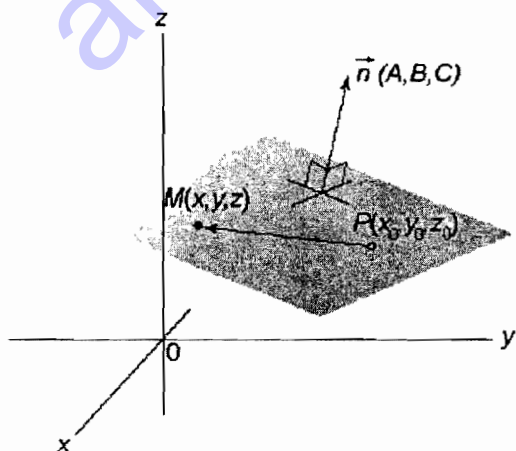
যদি $C = 0$, সমতল z অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $A = B = 0$, সমতল xy অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $B = C = 0$, সমতল yz অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $A = C = 0$, সমতল xz অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

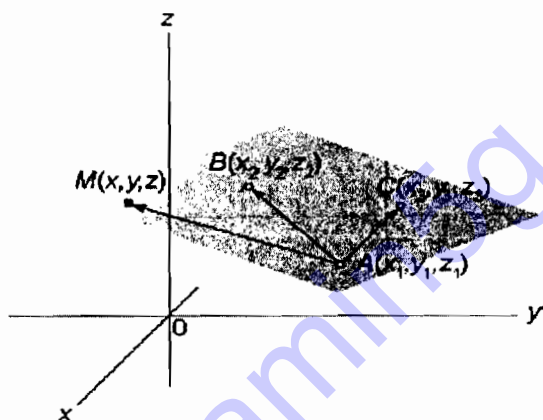
৬৫৭. বিন্দু নির্দেশক রূপ : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$



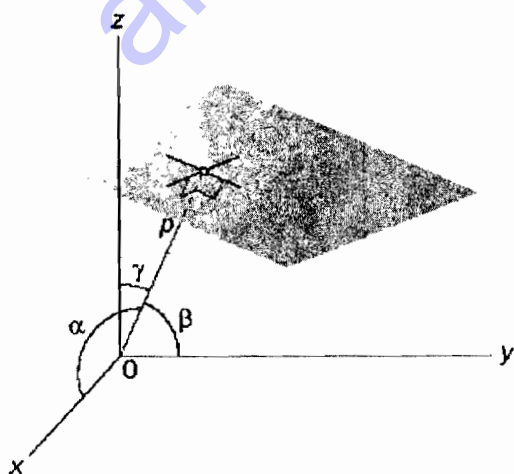
৬৫৮. রেখা অভিতাংশ রূপ : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

৬৫৯. ত্রয়ী বিন্দুর রূপ :

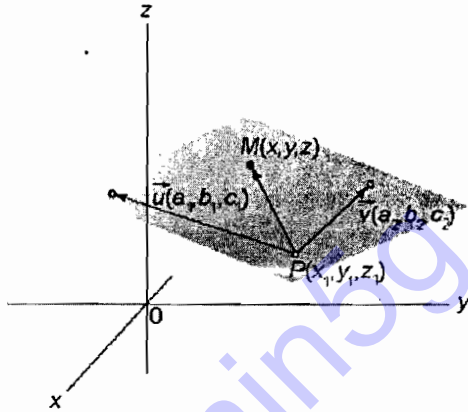
$$\begin{vmatrix} x-x_3 & y-y_3 & z-z_3 \\ x_1-x_3 & y_1-y_3 & z_1-z_3 \\ x_2-x_3 & y_2-y_3 & z_2-z_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ অথবা, } \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$



৬৬০. সাধারণ রূপ : $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$



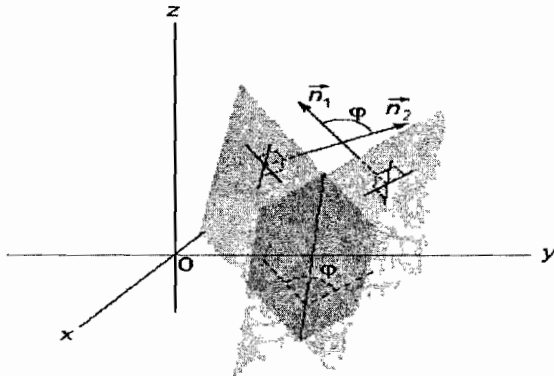
৬৬১. প্রচলিক রূপ :
$$\begin{cases} x = x_1 + a_1s + a_2t \\ y = y_1 + b_1s + b_2t \\ z = z_1 + c_1s + c_2t \end{cases}$$



৬৬২. দুটি সমতলের দ্বিতল কোণ : যদি দুটি সমতল

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, এবং $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ হয়
তাহলে তাদের দ্বিতল কোণ

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



৬৬৩. সমান্তরাল সমতল : দুটি সমতল $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ এবং

$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ সমান্তরাল হবে যদি $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ হয়।

৬৬৪. লম্ব সমতল : দুটি সমতল $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ এবং

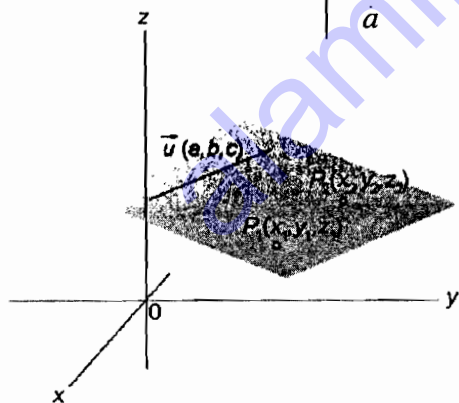
$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ লম্ব হবে যদি $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ হয়।

৬৬৫. সমতলের সমীকরণ যখন $P(x_1, y_1, z_1)$ সমান্তরাল হবে (a_1, b_1, c_1) এবং

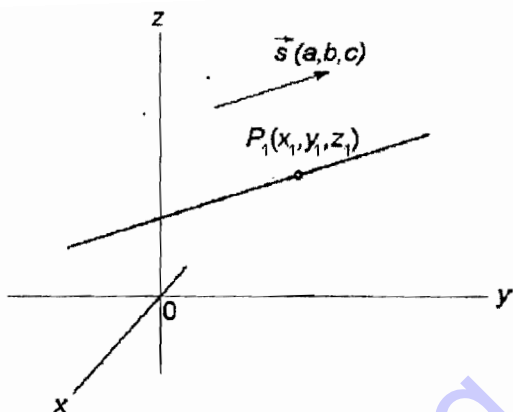
(a_2, b_2, c_2) ভেক্টরের জন্য, তখন
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

৬৬৬. একটি সমতলের সমীকরণ $P_1(x_1, y_1, z_1)$ এবং $P_2(x_2, y_2, z_2)$ সমান্তরাল

হবে ভেক্টর (a, b, c) এর জন্য, তখন
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$



৬৬৭. বিন্দু ও সমতলের মধ্যে দূরত্ব :
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



৯.১০ কোন স্থানে সরলরেখা :

বিন্দু স্থানাংক : $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots$

কোসাইনের দিগাঙ্কগোষ্ঠী : $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$

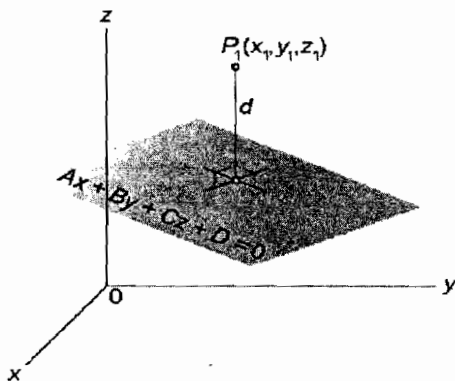
বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, a, b, c, a_1, a_2, t, \dots$

সমতলের ভেক্টরের দিক : $\vec{s}, \vec{s}_1, \vec{s}_2$

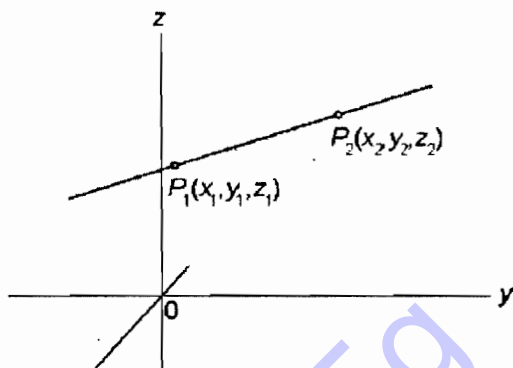
সাধারণ ভেক্টর : $\vec{n}$

দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : φ

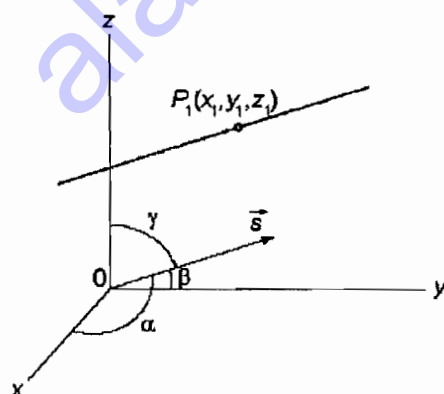
৬৬৮. সমতলের বিন্দু নির্দেশক রূপের সমীকরণ : $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}$



৬৬৯. দ্বি-বিন্দুর রূপ : $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

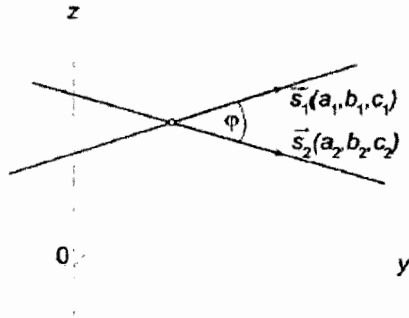


৬৭০. প্রচলিক রূপ :
$$\begin{cases} x = x_1 + t \cos \alpha \\ y = y_1 + t \cos \beta \\ z = z_1 + t \cos \gamma \end{cases}$$



৬৭১. দুটি সরলরেখার কোণ :

$$\cos \varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{|\vec{s}_1| |\vec{s}_2|} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



৬৭২. সমান্তরাল রেখা :

দুটি রেখা সমান্তরাল হবে যদি $\vec{s}_1 \parallel \vec{s}_2$ এবং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়।

৬৭৩. লম্ব রেখা :

দুটি রেখা সমান্তরাল হবে যদি $\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = 0$ এবং $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ হয়।

৬৭৪. দুটি রেখার ছেদাংক : দুটি সরল রেখার ছেদ বিন্দু

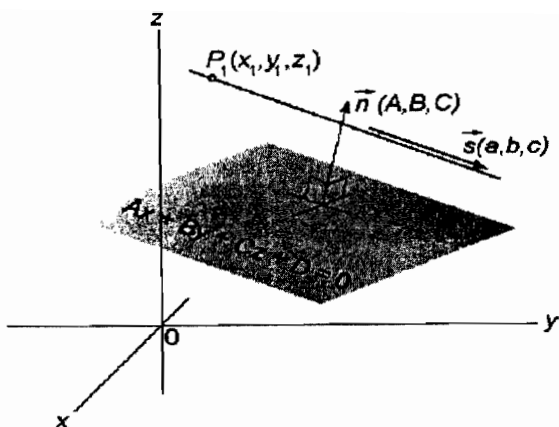
$$\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1} \text{ এবং } \frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2} \text{ হলে}$$

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

৬৭৫. সমান্তরাল রেখা এবং সমতল :

$$\text{সমান্তরাল রেখা } \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$$

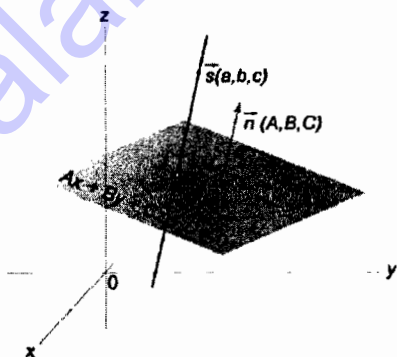
এবং সমতল $Ax + By + Cz + D = 0$ লম্ব হবে যদি $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$ অথবা, $Aa + Bb + Cc = 0$ হয়।



৬৭৬. লম্ব রেখা এবং সমতল :

সরলরেখা $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}$ এবং সমতল $Ax + By + Cz + D = 0$

লম্ব হবে যদি $\vec{n} \parallel \vec{s}$ এবং $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$ হয়।



৯.১১ দ্বিঘাত তল :

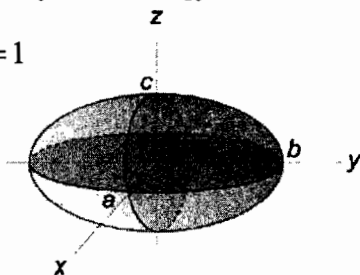
দ্বিঘাত তলের স্থানাংক বিন্দু : x, y, z

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, a, b, c, k_1, k_2, k_3, \dots$

৬৭৭. সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ :

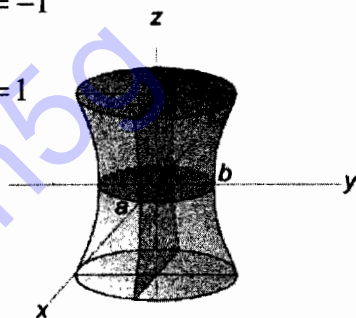
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Fyz + 2Gzx + 2Hxy + 2Px + 2Qy + 2Rz + D = 0$$

৬৭৮. বাস্তব উপবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

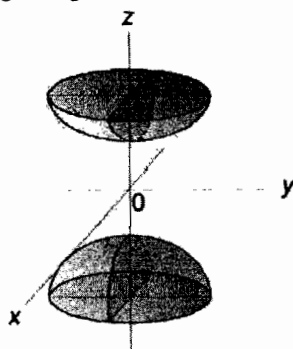


৬৭৯. কাল্পনিক উপবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$

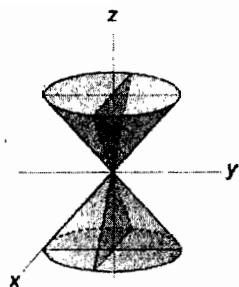
৬৮০. একপত্রী পরাবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



৬৮১. দ্বিপত্রী পরাবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

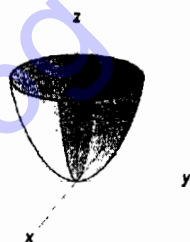


৬৮২. বাস্তব দ্বিঘাত কোণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

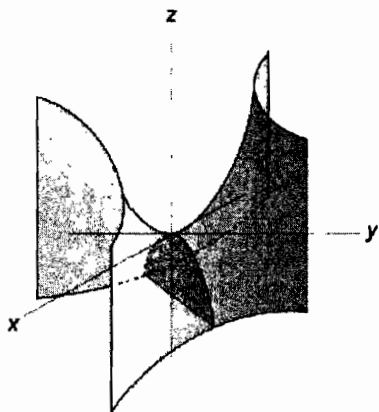


৬৮৩. কাল্পনিক দ্বিঘাত কোণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$

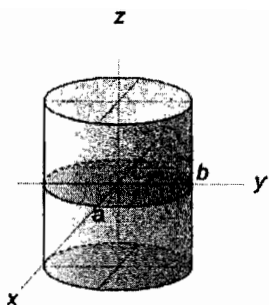
৬৮৪. উপবৃত্তক অধিবৃত্ত : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0$



৬৮৫. পরাবৃত্তক অধিবৃত্ত : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z = 0$

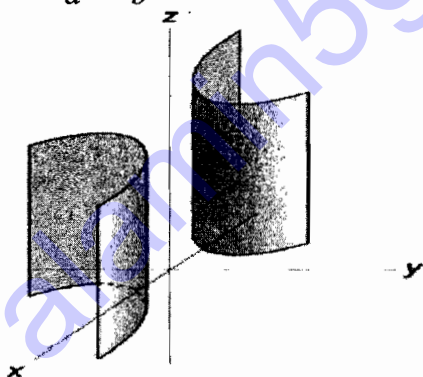


৬৮৬. বাস্তব উপবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬৮৭. কাল্পনিক উপবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$

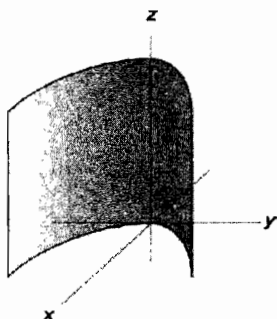
৬৮৮. অধিবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬৮৯. বাস্তব পরস্পরছেদী তল : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

৬৯০. কাল্পনিক পরস্পর ছেদী তল : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$

৬৯১. অধিবৃত্তাকার বেলক : $\frac{x^2}{a^2} - y = 0$



৬৯২. বাস্তব সমান্তরাল তল : $\frac{x^2}{a^2} = 1$ ৬৯৩. কাল্পনিক সমান্তরাল তল : $\frac{x^2}{a^2} = -1$

৬৯৪. শঙ্কু আকৃতি তল : $x^2 = 0$

৯.১২ গোলক :

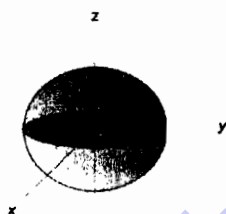
গোলকের ব্যাসার্ধ : R

বিন্দু স্থানাংক : $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots$

গোলকের কেন্দ্র : (a, b, c)

বাস্তব সংখ্যা : A, D, E, F, M

৬৯৫. কেন্দ্রস্থ গোলকের সাধারণ সমীকরণ : $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$



৬৯৬. যেকোন বিন্দুতে (a, b, c) কেন্দ্রস্থ গোলকের সমীকরণ :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

৬৯৭. অনুবন্ধী রূপ :

$$(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2) + (z-z_1)(z-z_2) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & x & y & z & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

৬৯৯. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Ay^2 + Az^2 + Dx + Ey + Fz + M = 0$ ($A \neq 0$)

$$\text{গোলকের ব্যাসার্ধ : } R = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4A^2M}}{2A}$$

$$\text{গোলকের কেন্দ্রের স্থানাংক } (a, b, c) \text{ হলে } a = -\frac{D}{2A}, b = -\frac{E}{2A}, c = -\frac{F}{2A}$$