অষ্টম অধ্যায়

ভেক্টর (Vectors)

ভেক্টর : $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{r}, \vec{AB}, \ldots$

ভেক্টরের দৈর্ঘ্য : $|\vec{u}|, |\vec{v}|, \ldots$

একক ভেক্টর : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

শূণ্য ভেক্টর : $\vec{0}$

ভেক্টরের স্থানংক $\vec{u}$: X_1, Y_1, Z_1 , $\vec{v}$: X_2, Y_2, Z_2

স্কেলার : λ, μ

কোসাইনের দিক : $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$

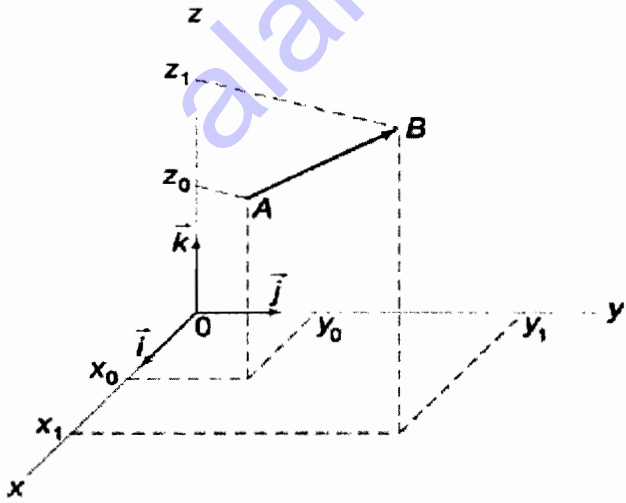
দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ : θ

৮.১ ভেক্টর স্থানাংক :

৫৩১. একক ভেক্টর :

$$\vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1), |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

৫৩২. $\vec{r} = \vec{AB} = (x_1 - x_0)\vec{i} + (y_1 - y_0)\vec{j} + (z_1 - z_0)\vec{k}$

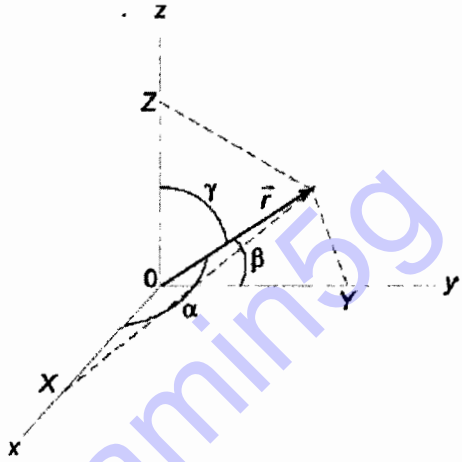


৫৩৩. $\vec{r} = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$

alamin5g

৫৩৪. যদি $\vec{AB} = \vec{r}$ হয় তাহলে $\vec{BA} = -\vec{r}$

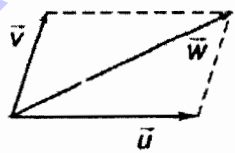
৫৩৫. $X = |\vec{r}|\cos\alpha, Y = |\vec{r}|\cos\beta, Z = |\vec{r}|\cos\gamma$

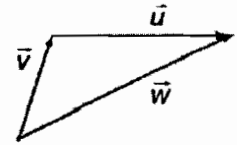


৫৩৬. যদি $\vec{r}(X,Y,Z) = \vec{r}(X_1,Y_1,Z_1)$, হয় তাহলে $X = X_1, Y = Y_1, Z = Z_1$

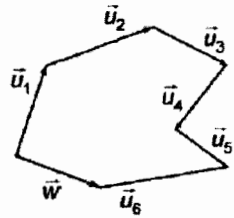
৮.২ ভেক্টর যোগ :

৫৩৭. $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$





৫৩৮. $\vec{w} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 + ... + \vec{u}_n$



৫৩৯. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

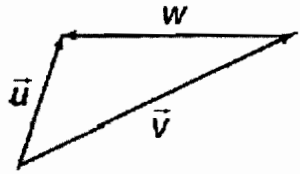
alamin5g

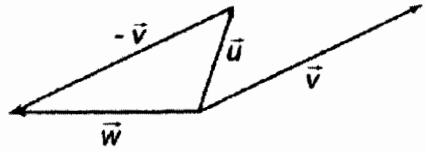
৫৪০. $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$

৫৪১. $\vec{u}+\vec{v}=(X_1+X_2,Y_1+Y_2,Z_1+Z_2)$

৮.৩ ভেক্টর বিয়োগ :

৫৪২. $\vec{w}=\vec{u}-\vec{v}$ যদি $\vec{v}+\vec{w}=\vec{u}$



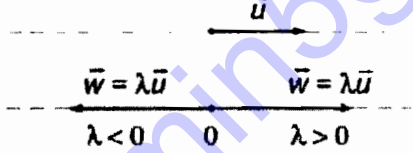


৫৪৩. $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$ ৫৪৪. $\vec{u}-\vec{u}=\vec{0}=(0,0,0)$

৫৪৫. $|\vec{0}|=0$ ৫৪৬. $\vec{u}-\vec{v}=(X_1-X_2,Y_1-Y_2,Z_1-Z_2)$

৮.৪ ভেক্টর স্কেলিং :

৫৪৭. $\vec{w}=\lambda\vec{u}$



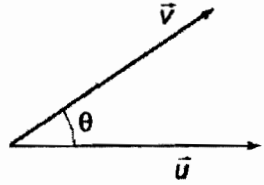
৫৪৮. $|\vec{w}|=|\lambda|.|\vec{u}|$ ৫৪৯. $\lambda\vec{u}=(\lambda X,\lambda Y,\lambda Z)$

৫৫০. $\lambda\vec{u}=\vec{u}\lambda$ ৫৫১. $(\lambda+\mu)\vec{u}=\lambda\vec{u}+\mu\vec{u}$

৫৫২. $\lambda(\mu\vec{u})=\mu(\lambda\vec{u})=(\lambda\mu)\vec{u}$ ৫৫৩. $\lambda(\vec{u}+\vec{v})=\lambda\vec{u}+\lambda\vec{v}$

৮.৫ স্কেলার গুণফল :

৫৫৪. $\vec{u}.\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|.\cos\theta$



৫৫৫. যদি $\vec{u}=(X_1,Y_1,Z_1),\vec{v}=(X_2,Y_2,Z_2)$ হয় তাহলে,

$$\vec{u}.\vec{v}=X_1X_2+Y_1Y_2+Z_1Z_2$$

৫৫৬. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ :

যদি $\vec{u}=(X_1,Y_1,Z_1),\vec{v}=(X_2,Y_2,Z_2)$ হয় তাহলে,

alamin59

$$\cos\theta = \frac{X_1X_2 + Y_1Y_2 + Z_1Z_2}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}\sqrt{X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2}}$$

৫৫৭. $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ ৫৫৮. $(\lambda\vec{u}).(\mu\vec{v}) = \lambda\mu\vec{u}.\vec{v}$

৫৫৯. $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$

৫৬০. $\vec{u}.\vec{v} = 0$ যদি $\vec{u}, \vec{v}$ লম্ব $(\theta = \frac{\pi}{2})$ হয়।

৫৬১. $\vec{u}.\vec{v} > 0$ যদি $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হয়। ৫৬২. $\vec{u}.\vec{v} < 0$ যদি $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়।

৫৬৩. $\vec{u}.\vec{v} \le |\vec{u}||\vec{v}|$

৫৬৪. $\vec{u}.\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|$ যদি $\vec{u}, \vec{v}$ সমান্তরাল $(\theta = 0)$ হয়।

৫৬৫. যদি $\vec{u} = (X_1, Y_1, Z_1)$ হয় তাহলে $\vec{u}.\vec{u} = \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 = X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2$

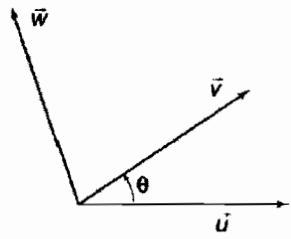
৫৬৬. $\vec{i}.\vec{i} = \vec{j}.\vec{j} = \vec{k}.\vec{k} = 1$ ৫৬৭. $\vec{i}.\vec{j} = \vec{j}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{i} = 0$

৮.৬ ভেক্টর গুণফল :

৫৬৮. $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল হলো $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$, যেখানে

* $|\vec{w}| = |\vec{u}||\vec{v}|.\sin\theta$, যেখানে $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

* $\vec{w} \perp \vec{u}$ এবং $\vec{w} \perp \vec{v}$



৫৬৯. $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}$

৫৭০. $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} Y_1 & Z_1 \\ Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{vmatrix} \right)$

৫৭১. $S = |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|.\sin\theta$ (পূর্বের চিত্রটি লক্ষ্য করুন)

৫৭২. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ : $\sin\theta = \frac{\vec{u} \times \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$ (পূর্বের চিত্রটি লক্ষ্য করুন)

৫৭৩. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$

৫৭৪. $(\lambda\vec{u}) \times (\mu\vec{v}) = \lambda\mu\vec{u} \times \vec{v}$

alamin59

৫৭৫. $\vec{u}\times(\vec{v}\times\vec{w})=\vec{u}\times\vec{v}+\vec{u}\times\vec{w}$

৫৭৬. $\vec{u}\times\vec{v}=\vec{0}$ হবে যদি যদি $\vec{u},\vec{v}$ সমান্তরাল $(\theta=0)$ হয়।

৫৭৭. $\vec{i}\times\vec{i}=\vec{j}\times\vec{j}=\vec{k}\times\vec{k}=\vec{0}$

৫৭৮. $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k},\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i},\vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$

৮.৭ ত্রয়ী গুণফল :

৫৭৯. স্কেলার ত্রয়ী গুণফল : $[\vec{u}\vec{v}\vec{w}]=\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})=\vec{v}.(\vec{w}\times\vec{u})=\vec{w}.(\vec{u}\times\vec{v})$

৫৮০. $[\vec{u}\vec{v}\vec{w}]=[\vec{w}\vec{u}\vec{v}]=[\vec{v}\vec{w}\vec{u}]=-[\vec{v}\vec{w}\vec{u}]=-[\vec{w}\vec{u}\vec{v}]=-[\vec{u}\vec{v}\vec{w}]$

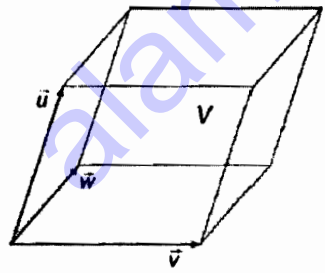
৫৮১. $k\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})=k[\vec{u}\vec{v}\vec{w}]$

৫৮২. স্থানাংক ব্যবস্থায় স্কেলার ত্রয়ীগুণফল :

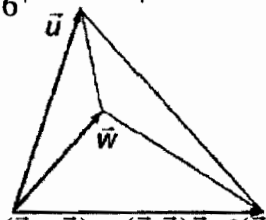
$$\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})=\begin{vmatrix}X_1 & Y_1 & Z_1\\ X_2 & Y_2 & Z_2\\ X_3 & Y_3 & Z_3\end{vmatrix},$$ যেখানে

$\vec{u}=(X_1,Y_1,Z_1)$, $\vec{v}=(X_2,Y_2,Z_2),\vec{w}=(X_3,Y_3,Z_3)$

৫৮৩. সামন্তরিকের ষড়তলকের আয়তন : $V=|\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})|$



৫৮৪. পিরামিডের আয়তন : $V=\frac{1}{6}|\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})|$



৫৮৫. ভেক্টরের ত্রয়ী গুণফল : $\vec{u}\times(\vec{v}\times\vec{w})=(\vec{u}.\vec{w})\vec{v}-(\vec{u}.\vec{v})\vec{w}$

alamin5g