চতুর্থ অধ্যায়

বীজগণিত (Algebra)

৪.১ গৌণিক সূত্র সমূহ (Factoring Formulas) :

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : a,b,c

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural numbers) : n

৬৩. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

৬৪. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

৬৫. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

৬৬. $a^4-b^4=(a^2-b^2)(a^2+b^2)=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

৬৭. $a^5-b^5=(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)$

৬৮. $a^5+b^5=(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$

৬৯. যদি n অযুগ্ম বা বিজোড় হয় তবে,

$$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-....-ab^{n-2}+b^{n-1})$$

৭০. যদি n যুগ্ম বা জোড় হয় তবে,

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+....+ab^{n-2}+b^{n-1}),$$

$$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-....+ab^{n-2}-b^{n-1})$$

৪.২ গুণফলের সূত্র সমূহ (Product Formulas) :

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : a,b,c

পূর্ণ সংখ্যা (Whole numbers) : n,k

৭১. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

৭২. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

৭৩. $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

৭৪. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

৭৫. $(a-b)^4=a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$

৭৬. $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

৭৭. দ্বিপদী সূত্র :

$$(a+b)^n={}^nc_0a^n+{}^nc_1a^{n-1}b+{}^nc_2a^{n-2}b^2+...+{}^nc_{n-1}ab^{n-1}+{}^nc_nb^n,$$

alamin59

যেখানে ${}^nc_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ হলো দ্বিপদ সহগ ।

৭৮. $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

৭৯. $(a+b+c+....+u+v)^2 = a^2+b^2+c^2+....+u^2+v^2+$
$2(ab+ac+.....+au+av+bc+.....+bu+bv+....+uv)$

৪.৩ ঘাত (Powers) :

ভূমি (ধনাত্মক প্রকৃত সংখ্যা) (Bases-Positive real numbrer) : a,b
ঘাত (মূলদ সংখ্যা) (Powers-rational numbers) : n,m

৮০. $a^m a^n = a^{m+n}$ ৮১. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

৮২. $(ab)^m = a^m b^m$ ৮৩. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

৮৪. $(a^m)^n = a^{mn}$ ৮৫. $a^0 = 1, a \neq 0$

৮৬. $a^1 = 1$ ৮৬. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

৮৭. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

৪.৪ বীজ (Roots) :

ভূমি (Bases) : a,b
ঘাত (মূলদ সংখ্যা) (Powers-rational numbers) : n,m
$a,b \geq 0$ হলো যুগ্ম বীজ (n=2k, k$\in N$)

৮৮. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$ ৮৯. $\sqrt[n]{a}\sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m b^n}$

৯০. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$ ৯১. $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$

৯২. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ ৯৩. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$

৯৪. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ৯৫. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

alamin59

৯৬. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ ৯৭. $\frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}, a \neq 0$

৯৮. $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$

৯৯. $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b}$

৪.৫ লগারিদম (Logarithms) :

ধনাত্মক প্রকৃত সংখ্যা (Positive real numbers) : x,y,a,c,k

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural numbers) : n

১০০. লগারিদমের সংজ্ঞা :

$y = \log_a x$ যদি এবং কেবল যদি $x = a^y, a > 0, a \neq 1$

১০১. $\log_a 1 = 0$ ১০২. $\log_a a = 1$

১০৩. $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty \\ +\infty \end{cases}$ যদি a>1 এবং a<1

১০৪. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ ১০৫. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

১০৬. $\log_a(x^n) = n \log_a x$ ১০৭. $\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$

১০৮. $\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a} = \log_c x . \log_a c, c > 0, c \neq 1$

১০৯. $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ ১১০. $x = a^{\log_a x}$

১১১. লগারিদমের ভূমি ১০ হলে, $\log_{10} x = \log x$

১১২. স্বাভাবিক লগারিদম $\log_e x = \ln x$

যেখানে $e = \lim_{k \to \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = 2.718281828...$

alamin59

১১৩. $\log x = \frac{1}{\ln 10} \ln x = 0.434294 \ln x$

১১৪. $\ln x = \frac{1}{\log e} \log x = 2.302585 \log x$

৪.৬ সমীকরণ (Equations) :

বাস্তব সংখ্যা : a,b,c,p,q,u,v

সমাধান : x_1, x_2, y_1, y_2, y_3

১১৫. এক চল রৈখিক সমীকরণ : $ax + b = 0, x = -\frac{b}{a}$

১১৬. দ্বিঘাত সমীকরণ : $ax^2 + bx + c = 0, x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

১১৭. নিরূপক : $D = b^2 - 4ac$

১১৮. ভিটি'র সূত্র : যদি $x^2 + px + q = 0$, হয় তাহলে $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases}$

১১৯. $ax^2 + bx + c = 0, x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

১২০. $ax^2 + c = 0, x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

১২১. ত্রিঘাত সমীকরণ বা কার্ডানোর সূত্র : $y^3 + py + q = 0$

$$y_1 = u + v, y_{2,3} = -\frac{1}{2}(u+v) \pm \frac{\sqrt{3}}{2}(u+v)i$$

যেখানে $u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2}}$, $v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2}}$

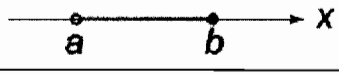
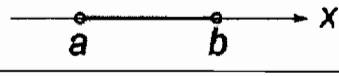
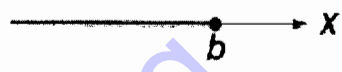
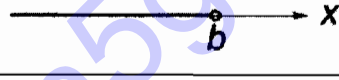
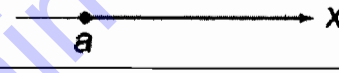
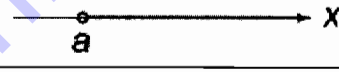
৪.৭ মৌলিক অসমতা (Inequalities) :

চল : x,y,z

বাস্তব সংখ্যা : $\begin{cases} a,b,c,d \\ a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \end{cases}, m, n$

নির্ণায়ক : D, D_x, D_y, D_z

১২২. মৌলিক অসমতা, অন্তরাল চিহ্ন এবং লেখ :

মৌলিক অসমতা	অন্তরাল চিহ্ন	লেখ
$a \le x \le b$	$[a,b]$	
$a < x \le b$	$(a,b]$	
$a \le x < b$	$[a,b)$	
$a < x < b$	(a,b)	
$-\infty < x \le b$, $x \le b$	$(-\infty,b]$	
$-\infty < x < b$, $x < b$	$(-\infty,b)$	
$a \le x < \infty$, $x \ge a$	$[a,\infty)$	
$a < x < \infty$, $x > a$	(a,∞)	

১২২. যদি a > b হয় , তাহলে b < a

১২৩. যদি a > b হয় , তাহলে a-b > 0 এবং b-a < 0

১২৪. যদি a > b হয় , তাহলে a+c > b+c

১২৫. যদি a > b হয় , তাহলে a-c > b-c

১২৬. যদি a > b এবং c > d হয়, তাহলে a+c > b+d

১২৭. যদি a > b এবং c > d হয়, তাহলে a - d > b - c

১২৮. যদি a > b এবং m > 0 হয়, তাহলে ma > mb

১২৯. যদি a > b এবং m > 0 হয়, তাহলে $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

১৩০. যদি a > b এবং m < 0 হয়, তাহলে ma < mb

১৩১. যদি a > b এবং m < 0 হয়, তাহলে $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$

১৩২. যদি 0 < a < b এবং n > 0 হয়, তাহলে $a^n < b^n$

১৩৩. যদি 0 < a < b এবং n < 0 হয়, তাহলে $a^n > b^n$

alamin5g

১৩৪. যদি $0 < a < b$ হয়, তাহলে $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$

১৩৫. $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$,

যেখানে $a > 0, b > 0$; একটি মৌলিক অসমতা হবে যদি $a = b$ হয়।

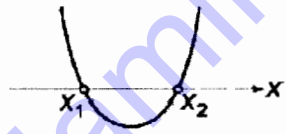
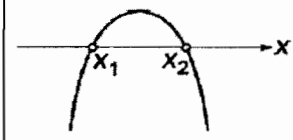
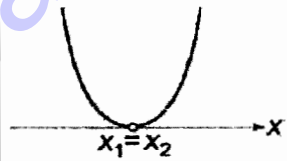
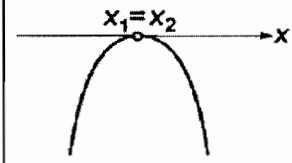
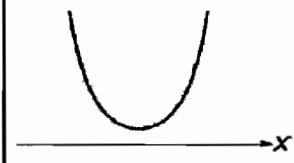
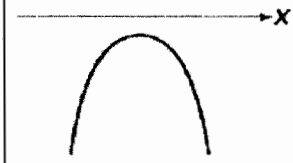
১৩৬. $a + \frac{1}{a} \ge 2$, যেখানে $a > 0$; একটি মৌলিক অসমতা হবে যদি $a = 1$ হয়।

১৩৭. $\sqrt[n]{a_1 a_2 .... a_n} \le \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$, যেখানে $a_1, a_2, ..., a_n > 0$

১৩৮. যদি $ax + b > 0$ এবং $a > 0$ হয় তাহলে $x > -\frac{b}{a}$

১৩৯. যদি $ax + b > 0$ এবং $a < 0$ হয় তাহলে $x < -\frac{b}{a}$

১৪০. $ax^2 + bx + c > 0$

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$	 $x < x_1,\ x > x_2$	 $x_1 < x < x_2$
$D = 0$	 $x_1 < x,\ x > x_1$	 $x \in \varnothing$
$D < 0$	 $-\infty < x < \infty$	 $x \in \varnothing$

alamin5g

১৪১. $|a+b| \le |a|+|b|$

১৪২. যদি $|x| < a$ হয় তাহলে $-a < x < a$, যেখানে $a > 0$

১৪৩. যদি $|x| > a$ হয় তাহলে $x < -a$ এবং $x > a$ যেখানে $a > 0$

১৪৪. যদি $x^2 < a$ হয় তাহলে $|x| < \sqrt{a}$, যেখানে $a > 0$

১৪৫. যদি $x^2 > a$ হয় তাহলে $|x| > \sqrt{a}$, যেখানে $a > 0$

১৪৬. যদি $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ হয় তাহলে $\begin{cases} f(x).g(x) > 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$

১৪৭. যদি $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ হয় তাহলে $\begin{cases} f(x).g(x) < 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$

৪.৮ চক্রবৃদ্ধির সূত্র (Compound Interest Formulas) :

ভবিষ্যত মূল্য : A
প্রাথমিক সঞ্চয় : C
বার্ষিক লাভের পরিমাণ : r
লগ্নিকৃত বৎসর সংখ্যা : t
প্রতি বছর চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা : n

১৪৮. সাধারণ চক্রবৃদ্ধির সূত্র : $A = C\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$

১৪৯. সরলীকৃত চক্রবৃদ্ধির সূত্র : $A = C(1+r)^t$

১৫০. নিয়মিত চক্রবৃদ্ধির সূত্র : যদি নিয়মিত চক্রবৃদ্ধি ঘটে $(n \to \infty)$,
তাহলে $A = Ce^{rt}$

alamin5g