একাদশ অধ্যায়
সমাকলন বিদ্যা (Integral Calculus)

অপেক্ষক : f, g, u, v
স্বাধীন চলক : x, t, ξ
অনির্দিষ্ট সমাকলন অপেক্ষক : $\int f(x)dx, \int g(x)dx, \ldots$
অপেক্ষকের অন্তরকলজ : $y'(x), f'(x), F'(x), \ldots$
বাস্তব ধ্রুবক : C, a, b, c, d, k
স্বাভাবিক সংখ্যা : m, n, i, j

১১.১ অনির্দিষ্ট সমাকলন :

৮২২. $\int f(x)dx = F(x) + C$ যদি $F'(x) = f(x)$ হয়।

৮২৩. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

৮২৪. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

৮২৫. $\int[f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

৮২৬. $\int[f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

৮২৭. $\int f(ax)dx = \frac{1}{a}F(ax) + C$

৮২৮. $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C$

৮২৯. $\int f(x)f'(x)dx = \frac{1}{2}f^2(x) + C$

৮৩০. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C$

৮৩১. $\int f(x)dx = \int f(u(t))u'(t)dt$ যদি $x = u(t)$ হয়।

৮৩২. $\int udv = uv - \int vdu$

alamin5g

১১.২ মূলদ অপেক্ষকের সমাকলন :

৮৩৩. $\int a dx = ax + C$ ৮৩৪. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

৮৩৫. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ ৮৩৬. $\int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C, p \neq -1$

৮৩৭. $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax)+b^{n+1}}{a(n+1)} + C, n \neq -1$

৮৩৮. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$ ৮৩৯. $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$

৮৪০. $\int \frac{ax+b}{cx+d} dx = \frac{a}{c}x + \frac{bc-ad}{c^2}\ln|cx+d| + C$

৮৪১. $\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x+b}{x+a}\right| + C, a \neq b$

৮৪২. $\int \frac{xdx}{a+bx} = \frac{1}{b^2}(a+bx-a\ln|a+bx|) + C$

৮৪৩. $\int \frac{x^2 dx}{a+bx} = \frac{1}{b^3}\left[\frac{1}{2}(a+bx)^2 - 2a(a+bx) + a^2\ln|a+bx|\right] + C$

৮৪৪. $\int \frac{dx}{x(a+bx)} = \frac{1}{a}\ln\left|\frac{a+bx}{x}\right| + C$

৮৪৫. $\int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2}\ln\left|\frac{a+bx}{x}\right| + C$

৮৪৬. $\int \frac{xdx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2}\left(\ln|a+bx| + \frac{a}{a+bx}\right) + C$

৮৪৭. $\int \frac{x^2 dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^3}\left(a+bx-2a\ln|a+bx| - \frac{a^2}{a+bx}\right) + C$

৮৪৮. $\int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} + \frac{1}{a^2}\ln\left|\frac{a+bx}{x}\right| + C$

alamin5g

৮৪৯. $\int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C$

৮৫০. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + C$

৮৫১. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C$

৮৫২. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

৮৫৩. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + C$

৮৫৪. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + C$

৮৫৫. $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2) + C$

৮৫৬. $\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}}\arctan\left(x\sqrt{\frac{b}{a}}\right) + C, ab > 0$

৮৫৭. $\int \frac{xdx}{a+bx^2} = \frac{1}{2b}\ln\left|x^2+\frac{a}{b}\right| + C$

৮৫৮. $\int \frac{dx}{x(a+bx^2)} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x^2}{a+bx^2}\right| + C$

৮৫৯. $\int \frac{dx}{a^2-b^2x^2} = \frac{1}{2ab}\ln\left|\frac{a+bx}{a-bx}\right| + C$

৮৬০. $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}}\ln\left|\frac{2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}}{2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}}\right| + C,$

$b^2-4ac > 0$

৮৬১. $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}}\arctan\frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}} + C,$

$b^2-4ac < 0$

alamin5g

১১.৩ অমূলদ অপেক্ষকের সমাকলন :

৮৬২. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + C$

৮৬৩. $\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{2}{3a}(ax+b)^{3/2} + C$

৮৬৪. $\int \frac{xdx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2(ax-2b)}{3a^2}\sqrt{ax+b} + C$

৮৬৫. $\int x\sqrt{ax+b}dx = \frac{2(3ax-2b)}{15a^2}(ax+b)^{3/2} + C$

৮৬৬. $\int \frac{dx}{(x+c)\sqrt{ax+b}} = \frac{1}{\sqrt{b-ac}} \ln\left|\frac{\sqrt{ax+b}-\sqrt{b-ac}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{b-ac}}\right| + C,$

$b-ac>0$

৮৬৭. $\int \frac{dx}{(x+c)\sqrt{ax+b}} = \frac{1}{\sqrt{ac-b}} \arctan\sqrt{\frac{ax+b}{ac-b}} + C,$

$b-ac<0$

৮৬৮. $\int \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}dx = \frac{1}{c}\sqrt{(ax+b)(cx+d)} - \frac{ad-bc}{c\sqrt{ac}}$

$\ln\left|\sqrt{a(cx+d)}+\sqrt{c(ax+b)}\right| + C, a>0$

৮৬৯. $\int \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}dx = \frac{1}{c}\sqrt{(ax+b)(cx+d)} - \frac{ad-bc}{c\sqrt{ac}}$

$\arctan\sqrt{\frac{a(cx+d)}{c(ax+b)}} + C, (a<0, C>0)$

৮৭০. $\int x^2\sqrt{a-bx}dx = \frac{2(8a^2-12abx+15b^2x^2)}{105b^3}\sqrt{(a+bx)^3} + C$

৮৭১. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2(8a^2-4abx+3b^2x^2)}{15b^3}\sqrt{a+bx} + C$

alamin59

৮৭২. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \frac{\sqrt{a+bx}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+bx}+\sqrt{a}} \right| + C, a > 0$

৮৭৩. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{-a}} \arctan \left| \frac{a+bx}{-a} \right| + C, a < 0$

৮৭৪. $\int \sqrt{\frac{a-x}{b+x}} dx = \sqrt{(a-x)(b+x)} + (a+b) \arcsin \sqrt{\frac{x+b}{a+b}} + C$

৮৭৫. $\int \sqrt{\frac{a+x}{b-x}} dx = -\sqrt{(a+x)(b-x)} - (a+b) \arcsin \sqrt{\frac{b-x}{a+b}} + C$

৮৭৬. $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = -\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$

৮৭৭. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-a)}} = 2 \arcsin \sqrt{\frac{x-a}{b-a}} + C$

৮৭৮. $\int \sqrt{a+bx-cx^2} dx = \frac{2cx-b}{4c} \sqrt{a+bx-cx^2} + \frac{b^2-4ac}{8\sqrt{c^3}} \arcsin \frac{2cx-b}{\sqrt{b^2+4ac}} + C$

৮৭৯. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| 2ax+b+2\sqrt{a(ax^2+bx+c)} \right| + C, a > 0$

৮৮০. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = -\frac{1}{\sqrt{a}} \arcsin \frac{2ax+b}{4a} \sqrt{b^2-4ac} + C, a < 0$

৮৮১. $\int \sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left| x+\sqrt{x^2+a^2} \right| + C$

৮৮২. $\int x\sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{1}{3}(x^2+a^2)^{3/2} + C$

৮৮৩. $\int x^2\sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{x}{8}\left(2x^2+a^2\right)\sqrt{x^2+a^2} - \frac{a^4}{8} \ln \left| x+\sqrt{x^2+a^2} \right| + C$

৮৮৪. $\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x} + \ln \left| x+\sqrt{x^2+a^2} \right| + C$

alamin5g

৮৮৫. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right| + C$

৮৮৬. $\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2+a^2} + a\ln\left|\frac{x}{a+\sqrt{x^2+a^2}}\right| + C$

৮৮৭. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \sqrt{x^2+a^2} + C$

৮৮৮. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right| + C$

৮৮৯. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{1}{a}\ln\left|\frac{x}{a+\sqrt{x^2+a^2}}\right| + C$

৮৯০. $\int \sqrt{x^2-a^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} - \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C$

৮৯১. $\int x\sqrt{x^2-a^2}dx = \frac{1}{3}(x^2-a^2)^{3/2} + C$

৮৯২. $\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2-a^2} + a\arcsin\frac{a}{x} + C$

৮৯৩. $\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x} dx = -\frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x} + \ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C$

৮৯৪. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C$

৮৯৫. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \sqrt{x^2-a^2} + C$

৮৯৬. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C$

৮৯৭. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = -\frac{1}{a}\arcsin\frac{a}{x} + C$

alamin5g

৮৯৮. $\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{x-a}{x+a}} + C$

৮৯৯. $\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{x^2-a^2}} = -\frac{1}{a}\sqrt{\frac{x+a}{x-a}} + C$

৯০০. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{a^2x} + C$

৯০১. $\int \frac{dx}{(x^2-a^2)^{3/2}} = -\frac{x}{a^2\sqrt{x^2-a^2}} + C$

৯০২. $\int (x^2-a^2)^{3/2}dx = -\frac{x}{8}(2x^2-5a^2)\sqrt{x^2-a^2} + \frac{3a^4}{8}\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + C$

৯০৩. $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + C$

৯০৪. $\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{1}{3}(a^2-x^2)^{3/2} + C$

৯০৫. $\int x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{8}(2x^2-a^2)\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^4}{8}\arcsin\frac{x}{a} + C$

৯০৬. $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}dx = \sqrt{a^2-x^2} + a\ln\left|\frac{x}{a+\sqrt{a^2-x^2}}\right| + C$

৯০৭. $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}dx = -\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} + \arcsin\frac{x}{a} + C$

৯০৮. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$

৯০৯. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin\frac{x}{a} + C$

৯১০. $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2} + C$

alamin5g

৯১১. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + C$

৯১২. $\int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a-x}{a+x}} + C$

৯১৩. $\int \frac{dx}{(x-a)\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + C$

৯১৪. $\int \frac{dx}{(x+b)\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}}\arcsin\frac{bx + a^2}{a(x+b)} + C, b > a$

৯১৫. $\int \frac{dx}{(x+b)\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}\ln\left|\frac{x+b}{\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 + bx}\right| + C, b < a$

৯১৬. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a^2 x} + C$

৯১৭. $\int (a^2 - x^2)^{3/2} dx = \frac{x}{8}(5a^2 - 2x^2)\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{3a^4}{8}\arcsin\frac{x}{a} + C$

৯১৮. $\int \frac{dx}{(a^2 - x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2 - x^2}} + C$

১১.৪ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের সমাকলন :

৯১৯. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

৯২০. $\int \cos x dx = \sin x + C$

৯২১. $\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + C$

৯২২. $\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

৯২৩. $\int \sin^3 x dx = \frac{1}{3}\cos^3 x - \cos x + C = \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{3}{4}\cos x + C$

alamin59

৯২৪. $\int \cos^3 x dx = \sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + C = \frac{1}{12}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x + C$

৯২৫. $\int \frac{dx}{\sin x} = \int \operatorname{cosec} x dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + C$

৯২৬. $\int \frac{dx}{\cos x} = \int \sec x dx = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$

৯২৭. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$

৯২৮. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$

৯২৯. $\int \frac{dx}{\sin^3 x} = \int \operatorname{cosec}^3 x dx = -\frac{\cos x}{2\sin^2 x} + \frac{1}{2}\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + C$

৯৩০. $\int \frac{dx}{\cos^3 x} = \int \sec^3 x dx = \frac{\sin x}{2\cos^2 x} + \frac{1}{2}\ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$

৯৩১. $\int \sin x \cos x dx = -\frac{1}{4}\cos 2x + C$

৯৩২. $\int \sin^2 x \cos x dx = \frac{1}{3}\sin^3 x + C$

৯৩৩. $\int \sin x \cos^2 x dx = -\frac{1}{3}\cos^3 x + C$

৯৩৪. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{x}{8} - \frac{1}{32}\sin 4x + C$

৯৩৫. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$

৯৩৬. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{\cos x} + C = \sec x + C$

৯৩৭. $\int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| - \sin x + C$

৯৩৮. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

৯৩৯. $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$

alaminBg

৯৪০. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = -\frac{1}{\sin x} + C = -\cos ecx + C$

৯৪১. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + \cos x + C$

৯৪২. $\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$

৯৪৩. $\int \frac{dx}{\cos x \sin x} = \ln|\tan x| + C$

৯৪৪. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x} = -\frac{1}{\sin x} + \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$

৯৪৫. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + C$

৯৪৬. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \tan x - \cot x + C$

৯৪৭. $\int \sin mx \sin nx dx = -\frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$

৯৪৮. $\int \sin mx \cos nx dx = -\frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$

৯৪৯. $\int \cos mx \cos nx dx = \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$

৯৫০. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$

৯৫১. $\int \cos ecx \cot x dx = -\cos ecx + C$

৯৫২. $\int \sin x \cos^n x dx = -\frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + C$

৯৫৩. $\int \sin^n x \cos x dx = \frac{\sin^{n+1} x}{n+1} + C$

৯৫৪. $\int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$

৯৫৫. $\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$

alamin5g

৯৫৬. $\int \arctan x dx = x\arctan x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$

৯৫৭. $\int arc\cot x dx = x arc\cot x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$

১১.৫ পরাবৃত্তীয় অপেক্ষকের সমাকলন :

৯৫৮. $\int \sinh x dx = \cosh x + C$

৯৫৯. $\int \cosh x dx = \sinh x + C$

৯৬০. $\int \tanh x dx = \ln\cosh x + C$

৯৬১. $\int \coth x dx = \ln|\sinh x| + C$

৯৬২. $\int sec\, h^2 x dx = \tanh x + C$

৯৬৩. $\int cos\, ech^2 x dx = -\coth x + C$

৯৬৪. $\int sec\, hx \tanh x dx = -sec\, hx + C$

৯৬৫. $\int cos\, echx \coth x dx = -cos\, echx + C$

১১.৬ সূচক এবং লগারিদমীক অপেক্ষকের সমাকলন :

৯৬৬. $\int e^x dx = e^x + C$ ৯৬৭. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

৯৬৮. $\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} + C$ ৯৬৯. $\int xe^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + C$

৯৭০. $\int \ln x dx = x\ln x - x + C$ ৯৭১. $\int \frac{dx}{x\ln x} = \ln|\ln x| + C$

৯৭২. $\int x^n \ln x dx = x^{n+1}\left[\frac{\ln x}{n+1} - \frac{1}{(n+1)^2}\right] + C$

৯৭৩. $\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{a\sin bx - b\cos bx}{a^2+b^2} e^{ax} + C$

৯৭৪. $\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{a\cos bx + b\sin bx}{a^2+b^2} e^{ax} + C$

alamin5g

১১.৭ লঘুকরণ সূত্র :

৯৭৫. $\int x^n e^{mx} dx = \frac{1}{m} x^n e^{mx} - \frac{n}{m} \int x^{n-1} e^{mx} dx$

৯৭৬. $\int \frac{e^{mx}}{x^n} dx = -\frac{e^{mx}}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{m}{n-1} \int \frac{e^{mx}}{x^{n-1}} dx, n \neq 1$

৯৭৭. $\int \sinh^n x dx = \frac{1}{n} \sinh^{n-1} x \cosh x - \frac{n-1}{n} \int \sinh^{n-2} x dx$

৯৭৮. $\int \frac{dx}{\sinh^n x} = -\frac{\cosh x}{(n-1)\sinh^{n-1} x} - \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sinh^{n-2} x}, n \neq 1$

৯৭৯. $\int \cosh^n x dx = \frac{1}{n} \sinh x \cosh^{n-1} x \cosh x + \frac{n-1}{n} \int \cosh^{n-2} x dx$

৯৮০. $\int \frac{dx}{\cosh^n x} = -\frac{\sinh x}{(n-1)\cosh^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cosh^{n-2} x}, n \neq 1$

৯৮১. $\int \sinh^n x \cosh^m x dx = \frac{\sinh^{n+1} x \cosh^{m-1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m} \int \sinh^n x \cosh^{m-2} x dx$

৯৮২. $\int \sinh^n x \cosh^m x dx = \frac{\sinh^{n-1} x \cosh^{m+1} x}{n+m} - \frac{n-1}{n+m} \int \sinh^{n-2} x \cosh^m x dx$

৯৮৩. $\int \tanh^n x dx = -\frac{1}{n-1} \tanh^{n-1} x + \int \tanh^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৮৪. $\int \coth^n x dx = -\frac{1}{n-1} \coth^{n-1} x + \int \coth^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৮৫. $\int \sec h^n x dx = \frac{\sec h^{n-2} x \tanh x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec h^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৮৬. $\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$

৯৮৭. $\int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1)\sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}, n \neq 1$

৯৮৮. $\int \cos^n x dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$

alamin59

৯৮৯. $\int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1)\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1}\int \frac{dx}{\cos^{n-2} x}, n \neq 1$

৯৯০. $\int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n+1} x \cos\cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m}\int \sin^n x \cos^{m-2} x dx$

৯৯১. $\int \sin^n x \cos^m x dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{n-1}{n+m}\int \sin^{n-2} x \cos^m x dx$

৯৯২. $\int \tan^n dx = \frac{1}{n-1}\tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৯৩. $\int \cot^n dx = -\frac{1}{n-1}\cot^{n-1} x - \int \cot^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৯৪. $\int \sec^n dx = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৯৫. $\int \cos ec^n dx = \frac{\cos ec^{n-2} x \cot x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \cos ec^{n-2} x dx, n \neq 1$

৯৯৬. $\int x^n \ln^m x dx = \frac{x^{n+1} \ln^m x}{n+1} - \frac{m}{n+1}\int x^n \ln^{m-1} x dx$

৯৯৭. $\int \frac{\ln^m}{x^n} dx = -\frac{\ln^m x}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{m}{n-1}\int \frac{\ln^{m-1} x}{x^n} dx, n \neq 1$

৯৯৮. $\int \ln^n x dx = x \ln^n x - n\int \ln^{n-1} x dx$

৯৯৯. $\int x^n \sinh x dx = x^n \cosh x - n\int x^{n-1} \cosh x dx$

১০০০. $\int x^n \cosh x dx = x^n \sinh x - n\int x^{n-1} \sinh x dx$

১০০১. $\int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n\int x^{n-1} \cos x dx$

১০০২. $\int x^n \cos x dx = x^n \sin x - n\int x^{n-1} \sin x dx$

১০০৩. $\int x^n \sin^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\sin^{-1} x - \frac{1}{n+1}\int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx$

alamin59

১০০৪. $\int x^n \cos^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\cos^{-1} x + \frac{1}{n+1}\int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}}dx$

১০০৫. $\int x^n \tan^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\tan^{-1} x - \frac{1}{n+1}\int \frac{x^{n+1}}{1+x^2}dx$

১০০৬. $\int \frac{x^n dx}{ax^n+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}\int \frac{dx}{ax^n+b}$

১০০৭. $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n} = \frac{x}{2(n-1)a^2(x^2+a^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2(n-1)a^2}\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{n-1}}, n \neq 1$

১০০৮. $\int \frac{dx}{(x^2-a^2)^n} = \frac{x}{2(n-1)a^2(x^2-a^2)^{n-1}} - \frac{2n-3}{2(n-1)a^2}\int \frac{dx}{(x^2-a^2)^{n-1}}, n \neq 1$

১১.৮ নির্দিষ্ট সমাকল :

একটি অপেক্ষকের নির্দিষ্ট সমাকল : $\int_a^b f(x)dx, \int_a^b g(x)dx, \ldots$

রিম্যানের সমষ্টি : $\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$

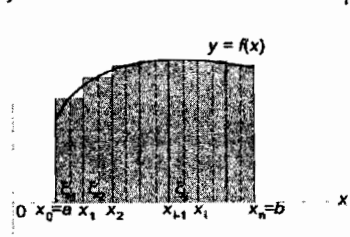
ক্ষুদ্র পরিবর্তন : Δx_i

প্রতি অন্তরকলজ : $F(x), G(x),$

সমাকলনের সীমা : a, b, c, d

১০০৯. $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max \Delta_i \to 0}} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$ যেখানে

$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i$



alamin59

১০১০. $\int_a^b 1dx = b-a$ ১০১১. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$

১০১২. $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

১০১৩. $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$

১০১৪. $\int_a^a f(x)dx = 0$ ১০১৫. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

১০১৬. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$, $a < c < b$ এর জন্য।

১০১৭. $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ যদি $f(x) \geq 0$ হয় $[a,b]$ এর জন্য।

১০১৮. $\int_a^b f(x)dx \leq 0$ যদি $f(x) \leq 0$ হয় $[a,b]$ এর জন্য।

১০১৯. কলনবিদ্যার মৌলিক তত্ত্ব :

$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ যদি $F'(x) = f(x)$

১০২০. প্রতিস্থাপন পদ্ধতি :

যদি $x = g(t)$ হয় তাহলে $\int_a^b f(x)dx = \int_c^d f(g(t))g'9t)dt,$

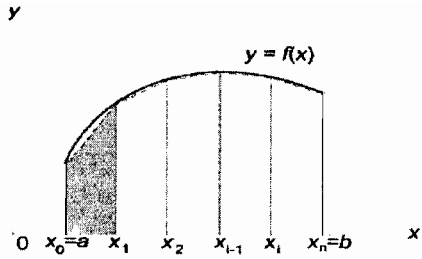
যখন $c = g^{-1}(a), d = g^{-1}(b)$

১০২১. অংশ সমাকলন : $\int_a^b udv = (uv)\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

১০২২. Trapezoidal নিয়ম :

$$\int_a^b f(dx) = \frac{b-a}{2n}\left[f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right]$$

alamin5g

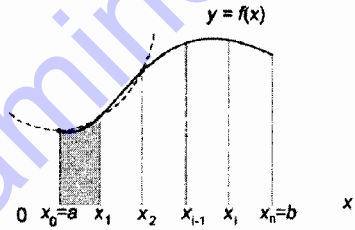


১০২৩. Simpson's -এর নিয়ম :

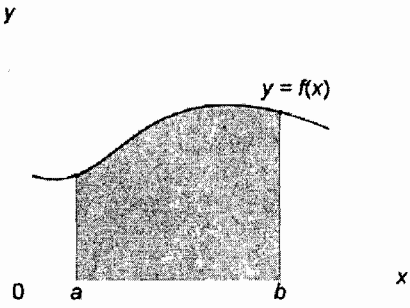
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3n}\left[\begin{matrix} f(x_0)+4f(x_1)+2f(x_2)+4f(x_3)+2f(x_4)+..... \\ +4f(x_{n-1})+f(x_n) \end{matrix}\right]$$

যখন $x_i = a + \frac{b-a}{n}i, i = 0,1,2,...,n$

y



১০২৪. বক্ররেখার ক্ষেত্রফল : $S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, যখন $F'(x) = f(x)$



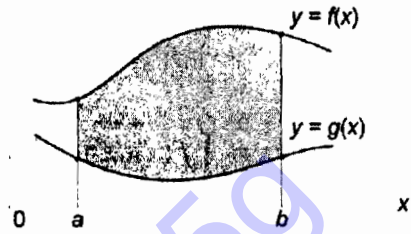
alamin5g

১০২৫. দুইটি বক্ররেখার ক্ষেত্রফল :

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = F(b) - G(b) - F(a) + G(a),$$

যেখানে $F'(x) = f(x), G'(x) = g(x)$

y



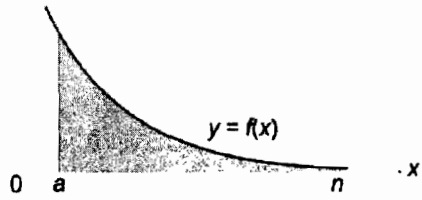
১১.৯ অপ্রকৃত সমাকলন :

১০২৬. যদি a ও b অসীম হয় তাহলে $\int_a^b f(x)dx$ কে অপ্রকৃত সমাকলন বলে।

১০২৭. যদি $f(x)$, $[a,\infty)$ এর জন্য একটি ধারাবাহিক অপেক্ষক হয় তাহলে

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \int_a^n f(x)dx$$

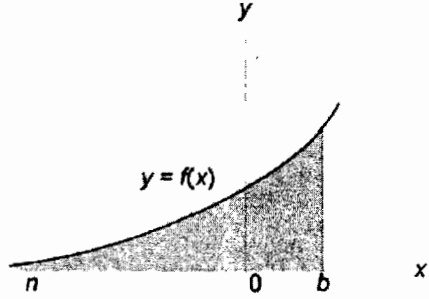
y



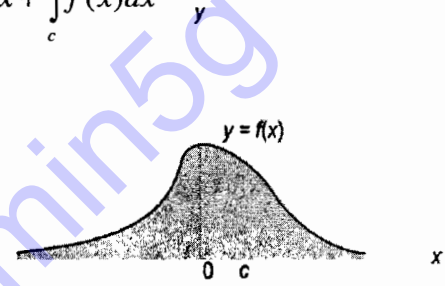
alamin59

১০২৮. যদি $f(x)$, $(-\infty, b]$ এর জন্য একটি ধারাবাহিক অপেক্ষক হয় তাহলে

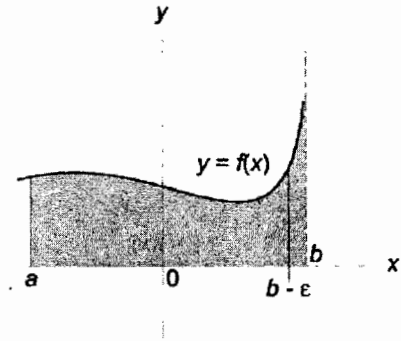
$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{n\to-\infty} \int_{n}^{b} f(x)dx$$



১০২৯. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{\infty} f(x)dx$

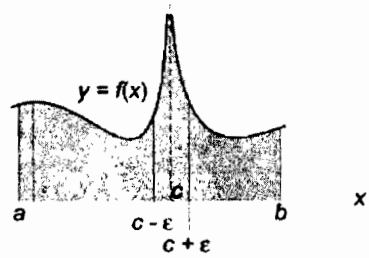


১০৩০. অধারাবাহিক সমাকলন : $\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon\to0+} \int_{a}^{b-\varepsilon} f(x)dx$



alamin5g

১০৩১. $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0+} \int_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \lim_{\delta \to 0+} \int_{c+\delta}^b f(x)dx$



১১.১০ দ্বৈত সমাকলন :

দুটি চলের অপেক্ষক : $f(x,y), f(u,v),..$

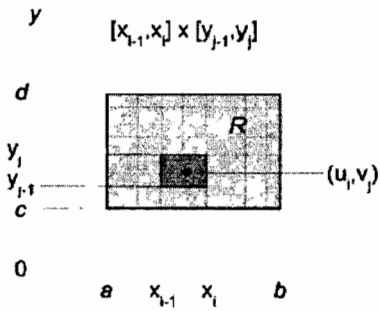
দ্বৈত সমাকলন : $\iint_R f(x,y)dxdy, \iint_R g(x,y)dxdy,...$

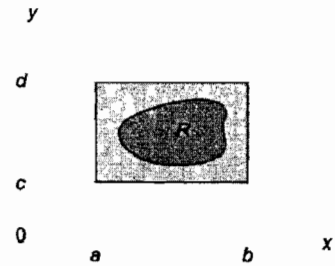
রিম্যান সমষ্টি : $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} f(u_i,v_j)\Delta x_i \Delta y_j$

ক্ষুদ্র পরিবর্তন : $\Delta x_i \Delta y_j$	ক্ষেত্র সমাকলন : R, S
মেরু স্থানাংক : r, θ	ক্ষেত্রফল : A
তলের ক্ষেত্রফল : S	কঠিন বস্তুর আয়তন : V
পাতের ভর : m	ঘনত্ব : $\rho(x,y)$
প্রথম ভ্রামক : M_x, M_y	জাড্য ভ্রামক : I_x, I_y, I_0
পাতের চার্জ : Q	চার্জ ঘনত্ব : $\sigma(x,y)$
ভরের মধ্যের স্থানাংক : $\bar{x}, \bar{y}$	একটি অপেক্ষকের গড় : μ

alamin59

১০৩২. $\iint\limits_{[a,b]\times[c,d]} f(x,y)dA = \lim\limits_{\substack{\max \Delta x_i \to 0 \\ \max \Delta y_j \to 0}} \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} f(u_i, v_j)\Delta x_i \Delta y_j$





১০৩৩. $\iint\limits_R [f(x,y)+g(x,y)]dA = \iint\limits_R f(x,y)dA + \iint\limits_R g(x,y)dA$

১০৩৪. $\iint\limits_R [f(x,y)-g(x,y)]dA = \iint\limits_R f(x,y)dA - \iint\limits_R g(x,y)dA$

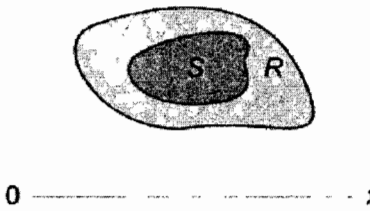
১০৩৫. $\iint\limits_R kf(x,y)dA = k\iint\limits_R f(x,y)dA$, যেখানে k একটি ধ্রুবক ।

১০৩৬. যদি R এর জন্য $f(x,y) \le g(x,y)$ হয় তাহলে

$$\iint\limits_R f(x,y)dA \le \iint\limits_R g(x,y)dA$$

১০৩৭. যদি R এর জন্য $f(x,y) \ge 0$ এবং $S \subset R$ হয় তাহলে,

$$\iint\limits_R f(x,y)dA \le \iint\limits_R f(x,y)dA$$



alamin5g

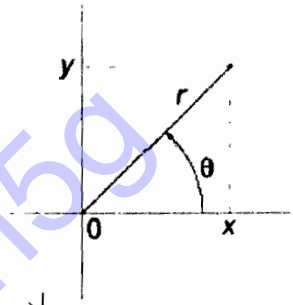
১০৩৮. $\iint_R f(x,y)dxdy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x,y)dy \right) dx = \int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)dx \right) dy$

বিশেষ ক্ষেত্রে $\iint_R f(x,y)dxdy = \iint_R g(x)h(y)dxdy = \left(\int_a^b g(x)dx \right) \left(\int_c^d h(y)dy \right)$

১০৩৯. $\iint_R f(x,y)dxdy = \iint_S f[x(u,v), y(u,v)] \left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} \right| dudv$ যেখানে

$$\left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} \right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0$$

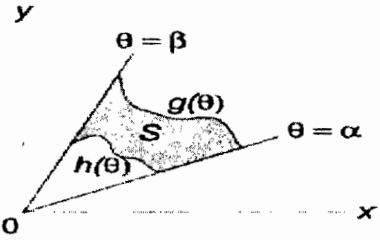
১০৪০.মেরু স্থানাংক : $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$



১০৪১. মেরুস্থানাংকের দ্বিসমাকলন : $dxdy = \left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)} \right| drd\theta = rdrd\theta$

যদি R এর মান $0 \le g(\theta) \le r \le h(\theta), \alpha \le \theta \le \beta$, যেখানে $\beta - \alpha \le 2\pi$

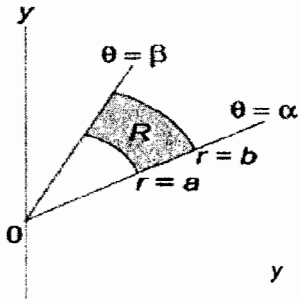
তাহলে $\iint_R f(x,y)dxdy = \int_\alpha^\beta \int_{g(\theta)}^{h(\theta)} f(r\cos\theta, r\sin\theta)rdrd\theta$



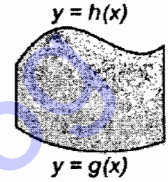
যদি R এর মান $0 \le a \le r \le b, \alpha \le \theta \le \beta$, যেখানে $\beta - \alpha \le 2\pi$ তাহলে ,

amin5g

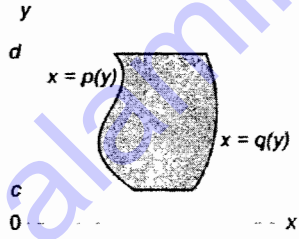
$$\iint_R f(x,y)dxdy = \int_{\alpha}^{\beta}\int_{a}^{b} f(r\cos\theta, r\sin\theta)rdrd\theta$$



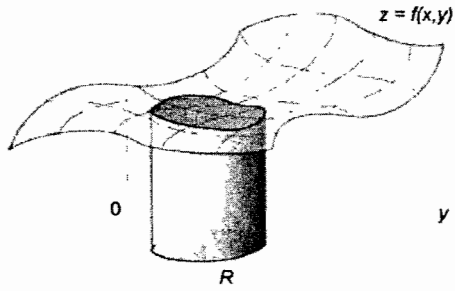
১০৪২. ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : $A = \int_{a}^{b}\int_{g(x)}^{f(x)} dydx$



$$A = \int_{c}^{d}\int_{p(y)}^{q(y)} dydx$$



১০৪৩. ঘন বস্তুর আয়তন : $V = \iint_R f(x,y)dA$



alamin50

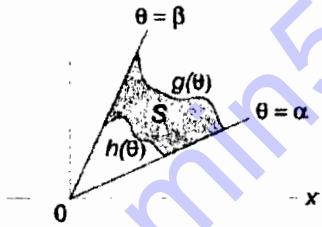
$$V = \iint_R f(x,y)dA = \int_a^b \int_{h(x)}^{g(x)} f(x,y)dydx$$

$$V = \iint_R f(x,y)dA = \int_c^d \int_{p(y)}^{q(y)} f(x,y)dydx$$

$$V = \iint_R [f(x,y) - g(x,y)]dA$$

১০৪৪. মেরুস্থানাংকের আয়তন ও ক্ষেত্রফল :

$$A = \iint_S dA = \int_\alpha^\beta \int_{h(\theta)}^{g(\theta)} r dr d\theta, \qquad V = \iint_S f(r,\theta) r dr d\theta$$



১০৪৫. তলের ক্ষেত্রফল : $S = \iint_R \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\, dxdy$

১০৪৬. পাতের ভর : $m = \iint_R \rho(x,y)dA$

১০৪৭. পাতের ভ্রামক : $*M_x = \iint_R y\rho(x,y)dA$

$$*M_y = \iint_R x\rho(x,y)dA \qquad *I_x = \iint_R y^2\rho(x,y)dA$$

$$*I_y = \iint_R x^2\rho(x,y)dA \qquad *I_0 = \iint_R (x^2+y^2)\rho(x,y)dA$$

alamin5g

১০৪৮. কেন্দ্রের ভর : $\bar{x} = \frac{M_y}{m} = \frac{1}{m}\iint_R x\rho(x,y)dA = \frac{\iint_R x\rho(x,y)dA}{\iint_R \rho(x,y)dA}$

$$\bar{y} = \frac{M_x}{m} = \frac{1}{m}\iint_R y\rho(x,y)dA = \frac{\iint_R y\rho(x,y)dA}{\iint_R \rho(x,y)dA}$$

১০৪৯. পাতের চার্জ : $Q = \iint_R \sigma(x,y)dA$

১০৫০. একটি অপেক্ষকের গড় : $\mu = \frac{1}{S}\iint_R f(x,y)dA$, যেখানে $S = \iint_R dA$

১১.১১ ত্রয়ী সমাকলন :

তিনটি চলকের অপেক্ষক : $f(x,y,z), g(x,y,z),..$

ত্রয়ী সমাকলন : $\iiint_G f(x,y,z)dV, \iiint_G g(x,y,z)dV,....$

রিম্যান সমষ্টি : $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} f(u_i,v_j,w_k)\Delta x_i\Delta y_j\Delta_k$

ক্ষুদ্র পরিবর্তন : $\Delta x_i\Delta y_j\Delta z_k$ সমাকলনের সীমা : a,b,c,d,r,s

ক্ষেত্র সমাকলন : G,T,S বেলন স্থানাংক : r,θ,z

গোলীয় স্থানাংক : r,θ,φ ঘনবস্তুর আয়তন : V

ঘনবস্তুর ভর : m ঘনত্ব : $\mu(x,y,z)$

ভরের মধ্যের স্থানাংক : $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ প্রথম ভ্রামক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

জাড্য ভ্রামক : $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}, I_x, I_y, I_z, I_0$

১০৫১. ত্রয়ী সমাকলানের সংজ্ঞা :

$$\iiint_{[a,b]\times[c,d]\times[r,s]} f(x,y,z)dV = \lim_{\substack{\max\Delta x_i\to 0\\ \max\Delta y_j\to 0\\ \max\Delta z_k\to 0}} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} f(u_i,v_j,w_k)\Delta x_i\Delta y_j\Delta z_k$$

alamin59

১০৫২. $\iiint_G [f(x,y,z)+g(x,y,z)]dV = \iiint_G f(x,y,z)dV + \iiint_G g(x,y,z)dV$

১০৫৩. $\iiint_G [f(x,y,z)-g(x,y,z)]dV = \iiint_G f(x,y,z)dV - \iiint_G g(x,y,z)dV$

১০৫৪. $\iiint_G kf(x,y,z)dV = k\iiint_G f(x,y,z)dV$, যেখানে k একটি ধ্রুবক।

১০৫৫. $\iiint_{G\cup T} f(x,y,z)dV = \iiint_G f(x,y,z)dV + \iiint_T f(x,y,z)dV$

১০৫৬. চলের পরিবর্তন : $\iiint_G f(x,y,z)dx,dy,dz =$

$$= \iiint_S f[x(u,v,w), y(u,v,w), z(u,v,w)]\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}\right|dxdydz$$, যেখানে

$$\left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}\right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix} \neq 0$$

১০৫৭. ঘনবস্তুর আয়তন : $V = \iiint_G dxdydz$

১০৫৮. বেলক স্থানাংকের আয়তন : $V = \iiint_{S(r,\theta,z)} rdrd\theta dz$

১০৫৯. গোলীয় স্থানাংকের আয়তন : $V = \iiint_{S(r,\theta,\varphi)} r^2 \sin\theta drd\theta d\varphi$

১০৬০. ঘন বস্তুর ভর : $m = \iiint_G \mu(x,y,z)dV$

১০৬১. ঘন বস্তুর মধ্যকের ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে

$M_{yz} = \iiint_G x\mu(x,y,z)dV$, $M_{xz} = \iiint_G y\mu(x,y,z)dV$,

alamin59

$$M_{xy} = \iiint_G z\mu(x,y,z)dV$$

১০৬২. $I_{xy} = \iiint_G z^2\mu(x,y,z)dV$, $I_{yz} = \iiint_G x^2\mu(x,y,z)dV$,

$$I_{xz} = \iiint_G y^2\mu(x,y,z)dV$$

১০৬৩. $I_x = I_{xy} + I_{xz} = \iiint_G (z^2+y^2)\mu(x,y,z)dV$,

$$I_y = I_{xy} + I_{yz} = \iiint_G (z^2+x^2)\mu(x,y,z)dV,$$

$$I_z = I_{xy} + I_{yz} = \iiint_G (y^2+x^2)\mu(x,y,z)dV$$

১০৬৪. $I_0 = I_{xy} + I_{yz} + I_{xz} = \iiint_G (x^2+y^2+z^2)\mu(x,y,z)dV$

১১.১২ রেখা সমাকলন :

স্কেলার অপেক্ষক : $F(x,y,z), F(x,y), f(x)$

অব্যক্ত স্কেলার : $u(x,y,z)$ বক্ররেখা : C, C_1, C_2

সমাকলনের সীমা : a,b,α,β প্রচল : t,s

মেরুস্থানাংক : r,θ ভেক্টর ক্ষেত্র : $\vec{F}(P,Q,R)$

অবস্থান ভেক্টর : $\vec{r}(s)$ একক ভেক্টর : $\vec{i},\vec{j},\vec{k},\vec{\tau}$

ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : S বক্ররেখার দৈর্ঘ্য : L

তারের ভর : m ঘনত্ব : $\rho(x,y,z), \rho(x,y)$

ভরের মধ্যের স্থানাংক : $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ প্রথম ভ্রামক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

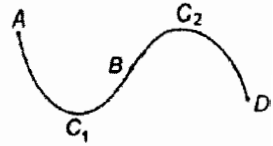
জাড্য ভ্রামক : I_x, I_y, I_z ঘনবস্তুর আয়তন : V

কাজ : W চৌম্বক ক্ষেত্র : $\vec{B}$

তড়িৎ প্রবাহ : I তড়িচ্চালক বল : ε

চৌম্বক ফ্লাক্স : ψ

১০৬৫. $\int_0^s F(\vec{r}(s))ds = \int_C F(x,y,z)ds = \int_C Fds$



alamin59

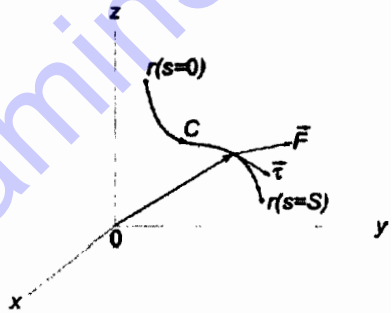
১০৬৬. $\int_{C_1 \cup C_2} F ds = \int_{C_1} f ds + \int_{C_2} f ds$

১০৬৭. $\int_C F(x,y,z)ds = \int_\alpha^\beta F(x(t),y(t),z(t))\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2+(z'(t))^2}\,dt$

১০৬৮. $\int_C F(x,y)ds = \int_a^b F(x,f(x))\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$

১০৬৯. $\int_C F(x,y,)ds = \int_\alpha^\beta F(r\cos\theta, r\sin\theta)\sqrt{r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\,d\theta$

১০৭০. ভেক্টর ক্ষেত্রের রৈখিক সমাকলন : ভেক্টর অপেক্ষক $\vec{r} = \vec{r}(s)$ এবং $0 \le s \le S$ হলে $\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{\tau} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$



$$\int_C P dx + Q dy + R dz = \int_0^S (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma) ds$$

১০৭১. গ্রিণের তত্ত্ব : $\iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy = \oint_C P dx + Q dy$

১০৭২. $S = \iint_R dxdy = \frac{1}{2}\oint_C x dy - y dx$

১০৭৩. যদি $\vec{F} = grad\ \ u$, বা, $\frac{\partial u}{\partial x} = P, \frac{\partial u}{\partial y} = Q, \frac{\partial u}{\partial z} = R$ হয় , তাহলে

alamin59

$$\int_C \vec{F}(\vec{r}).d\vec{r} = \int_C Pdx + Qdy + Rdz = u(B) - u(A).$$

১০৭৪. বক্ররেখার দৈর্ঘ্য :

$$L = \int_C ds = \int_\alpha^\beta \left|\frac{d\vec{r}}{dt}(t)\right| dt = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\, dt$$

১০৭৫. মরুস্থানাংকে বক্ররেখার দৈর্ঘ্য : $L = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2}\, d\theta$

১০৭৬. তারের ভর : $m = \int_C \rho(x, y, z)ds$ বা,

$$m = \int_\alpha^\beta \rho(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\, dt$$

১০৭৭. তারের কেন্দ্রীয় ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে

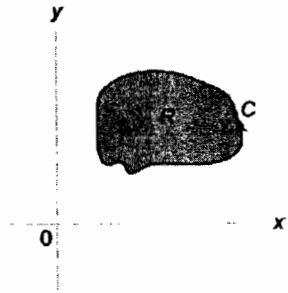
$$M_{yz} = \int_C x\rho(x, y, z)ds,\ M_{xz} = \int_C y\rho(x, y, z)ds,\ M_{xy} = \int_C z\rho(x, y, z)ds$$

১০৭৮. জাড্য ভ্রামক : $I_x = \int_C (y^2 + z^2)\rho(x, y, z)ds,$

$$I_y = \int_C (x^2 + z^2)\rho(x, y, z)ds, \qquad I_z = \int_C (x^2 + y^2)\rho(x, y, z)ds$$

১০৭৯. বদ্ধ বক্ররেখার ক্ষেত্রফল : $S = \oint_C xdy = -\oint_C ydx = \frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$

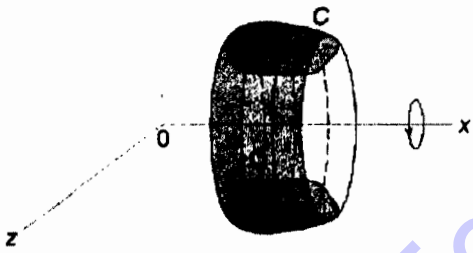
বা, $S = \int_\alpha^\beta x(t)\frac{dy}{dt}dt = -\int_\alpha^\beta y(t)\frac{dx}{dt}dt = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta \left(x(t)\frac{dy}{dt} - y(t)\frac{dx}{dt}\right)dt$



alamin.bg

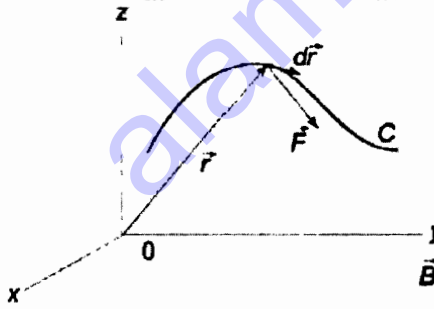
১০৮০. বদ্ধ বক্ররেখায় ঘন বস্তুর আয়তন :

$$V = -\pi \oint_C y^2 dx = -2\pi \oint_C xy dy = -\frac{\pi}{2} \oint_C 2xy dy + y^2 dx$$

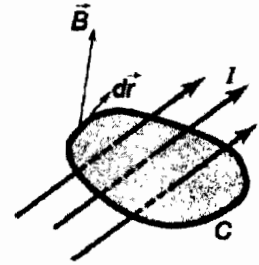


১০৮১. কাজ : $W = \int_C \vec{F}.d\vec{r}$ বা, $W = \int_C \vec{F}.d\vec{r} = \int_C P dx + Q dy$

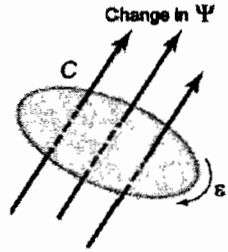
বা, $W = \int_\alpha^\beta \left[P(x(t),y(t),z(t)\frac{dx}{dt} + Q(x(t),y(t),z(t))\frac{dy}{dt} + R(x(t),y(t),z(t))\frac{dz}{dt} \right] dt$



১০৮২. অ্যাম্পিয়ারের সূত্র : $\oint_C \vec{B}.d\vec{r} = \mu_0 I$



alamin5g



১০৮৩. ফ্যারাডের সূত্র : $\varepsilon = \oint_C \vec{E}.d\vec{r} = -\frac{d\psi}{dt}$

১১.১৩ তলের সমাকলন :

স্কেলার অপেক্ষক : $f(x,y,z), z(x,y)$

অবস্থান ভেক্টর : $\vec{r}(u,v), \vec{r}(x,y,z)$

একক ভেক্টর : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ তল : S

ভেক্টর ক্ষেত্র : $\vec{F}(P,Q,R)$

ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স (অপসরণ) : $div\vec{F} = \nabla.\vec{F}$

ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল : $curl\vec{F} = \nabla \times \vec{F}$ তলের ভেক্টর উপাদান : $d\vec{S}$

সাধারণ তল : $\vec{n}$ তলের ক্ষেত্রফল : A

তলের ভর : m ঘনত্ব : $\mu(x,y,z)$

কেন্দ্রীয় ভরের স্থানাংক : $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ প্রথম ভ্রামক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

জাড্য ভ্রামক : $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}, I_x, I_y, I_z$

ঘনবস্তুর আয়তন : V বল : $\vec{F}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক : G প্রবাহী পদার্থের বেগ : $\vec{v}(\vec{r})$

প্রবাহী পদার্থের ঘনত্ব : ρ চাপ : $p(\vec{r})$

ভরের ফ্লাক্স , বৈদ্যুতিক ফ্লাক্স : ϕ তলের চার্জ : Q

চার্জ ঘনত্ব : $\sigma(x,y)$ তড়িৎক্ষেত্রের মান : $\vec{E}$

১০৮৪. যদি $\vec{r}(u,v) = x(u,v)\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$ হয় তাহলে,

$$\iint_S f(x,y,z)dS = \iint_{D(u,v)} f(x(u,v), y(u,v), z(u,v)) \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right| dudv$$

alamin5g

১০৮৫. $$\iint_S f(x,y,z)dS = \iint_{D(x,y)} f(x,y,z(x,y))\sqrt{1+\left(\frac{\partial x}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\,dxdy$$

১০৮৬. $$\iint_S \vec{F}(x,y,z).d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x,y,z).\vec{n}.dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x(u,v),y(u,v),z(u,v)).\left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}\times\frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\right]dudv$$

বা, $$\iint_S \vec{F}(x,y,z).d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x,y,z).\vec{n}.dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x(u,v),y(u,v),z(u,v)).\left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial v}\times\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}\right]dudv$$

১০৮৭. $$\iint_S \vec{F}(x,y,z).d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x,y,z).\vec{n}.dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x,y,z).\left(-\frac{\partial z}{\partial x}\vec{i}-\frac{\partial z}{\partial y}\vec{j}+\vec{k}\right)dxdy$$

বা, $$\iint_S \vec{F}(x,y,z).d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x,y,z).\vec{n}.dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x,y,z).\left(\frac{\partial z}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial z}{\partial y}\vec{j}-\vec{k}\right)dxdy$$

১০৮৮. $$\iint_S (\vec{F}.\vec{n})dS = \iint_S Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$$

$$= \iint_S (P\cos\alpha+Q\cos\beta+R\cos\gamma)dS$$

১০৮৯. $$\iint_S (\vec{F}.\vec{n})dS = \iint_S Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$$

$$= \iint_{D(u,v)} \begin{vmatrix} P & Q & R \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} dudv$$

alamin5g

১০৯০. অপসরণ তত্ত্ব : $\oint\limits_S \int \vec{F}.d\vec{S} = \iiint\limits_G (\nabla.\vec{F})dV$ যেখানে,

$\vec{F}(x,y,z) = \langle P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z) \rangle$ এবং $\nabla.\vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$

১০৯১. স্থানাংক ব্যবস্থায় অপসরণ তত্ত্ব :

$$\oiint\limits_S Pdydz + Qdxdz + Rdxdy = \iiint\limits_G \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right) dxdydz$$

১০৯২. স্টোকের (Stoke's) তত্ত্ব : $\oint\limits_C \vec{F}.d\vec{r} = \iint\limits_S (\nabla \times \vec{F}).d\vec{S}$ যেখানে,

$\vec{F}(x,y,z) = \langle P(x,y,z), Q(x,y,z), R(x,y,z) \rangle$ এবং

$$\nabla.\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial x} \\ P & Q & R \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\vec{k}$$

১০৯২. স্থানাংক ব্যবস্থায় স্টোকের তত্ত্ব : $\oint\limits_C Pdx + Qdy + Rdz =$

$$\iint\limits_S \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)dydz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)dzdx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$$

১০৯৩. তলের ক্ষেত্রফল $= A = \iint\limits_S dS$

১০৯৪. $A = \iint\limits_{D(x,y)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\, dxdy$

১০৯৫. তলের ভর : $m = \iint\limits_S \mu(x,y,z)dS$

১০৯৬. কক্ষের কেন্দ্রীয় ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে

$$M_{yz} = \iint\limits_S x\mu(x,y,z)dS, \qquad M_{xz} = \iint\limits_S y\mu(x,y,z)dS,$$

$$M_{xy} = \iint\limits_S z\mu(x,y,z)dS$$

alamin.sg

১০৯৭. xy অক্ষে জাড্য ভ্রামক : $I_{xy} = \iint_S z^2 \mu(x,y,z)dS,$

$I_{yz} = \iint_S x^2 \mu(x,y,z)dS, \qquad I_{xz} = \iint_S y^2 \mu(x,y,z)dS$

১০৯৮. xyz অক্ষে জাড্য ভ্রামক : $I_x = \iint_S (y^2+z^2)\mu(x,y,z)dS,$

$I_y = \iint_S (x^2+z^2)\mu(x,y,z)dS, \quad I_z = \iint_S (x^2+y^2)\mu(x,y,z)dS$

১০৯৯. বদ্ধতলে ঘনবস্তুর আয়তন : $V = \frac{1}{3}\left|\oiint_S zdydz + ydxdz + zdxdy\right|$

১১০০. মহাকর্ষীয় বল : $\vec{F} = Gm\iint_S \mu(x,y,z)\frac{\vec{r}}{r^3}dS$

১১০১. বলের চাপ : $\vec{F} = \iint_S p(\vec{r})d\vec{S}$

১১০২. প্রবাহী ফ্লাক্স : $\phi = \oiint_S \vec{v}(\vec{r}).d\vec{S}$,যেখানে $\vec{v}(\vec{r})$ হলো প্রবাহী পদার্থের বেগ।

১১০৩. ভরের ফ্লাক্স : $\phi = \oiint_S \rho\vec{v}(\vec{r}).d\vec{S}$

১১০৪. তলের চার্জ : $Q = \iint_S \sigma(x,y)dS$

১১০৫. গাউসের সূত্র : $\phi = \oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

amin5g