অধ্যায় ৪

সূচক ও লগারিদম (Exponents and Logarithms)

অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যা বা রাশিকে সূচকের সাহায্যে লিখে অতি সহজে প্রকাশ করা যায়। ফলে হিসাব গণনা ও গাণিতিক সমস্যা সমাধান সহজতর হয়। তাছাড়া সূচকের মাধ্যমেই সংখ্যার বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ প্রকাশ করা হয়। তাই প্রত্যেক শিক্ষার্থীর সূচকের ধারণা ও এর প্রয়োগ সম্পর্কে জ্ঞান থাকা আবশ্যক।

সূচক থেকেই লগারিদমের সৃষ্টি। লগারিদমের সাহায্যে সংখ্যার বা রাশির গুণ, ভাগ ও সূচক সম্পর্কিত গণনার কাজ সহজ হয়েছে। ক্যালকুলেটর ও কম্পিউটার এর ব্যবহার প্রচলনের পূর্ব পর্যন্ত বৈজ্ঞানিক হিসাব ও গণনায় লগারিদমের ব্যবহার ছিল একমাত্র উপায়। এখনও এগুলোর বিকল্প হিসাবে লগারিদমের ব্যবহার গুরুত্বপূর্ণ।

এ অধ্যায়ে সূচক ও লগারিদম সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

এ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা ---

- মূলদ সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ধনাত্মক পূর্ণ-সাংখ্যিক সূচক, শূন্য ও ঋণাত্মক পূর্ণ-সাংখ্যিক সূচক ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সূচকের নিয়মাবলি বর্ণনা ও তা প্রয়োগ করে সমস্যার সমাধান করতে পারবে।
- n তম মূল ও মূলদ ভগ্নাংশ সূচক ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং n তম মূলকে সূচক আকারে প্রকাশ করতে পারবে।
- লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- লগারিদমের সূত্রাবলি প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবে।
- সাধারণ লগারিদম ও স্বাভাবিক লগারিদম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সাধারণ লগারিদমের পূর্ণক ও অংশক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সাধারণ ও স্বাভাবিক লগারিদম নির্ণয় করতে পারবে।

২০২২

সূচক (Exponents or Indices)

আমরা ষষ্ঠ শ্রেণিতে সূচকের ধারণা পেয়েছি এবং সপ্তম শ্রেণিতে গুণের ও ভাগের সূচক নিয়ম সম্পর্কে জেনেছি। সূচক ও ভিত্তি সংবলিত রাশিকে **সূচকীয় রাশি** বলা হয়।

কাজ: নিচের সারণিতে খালি ঘরগুলো পূরণ কর।

একই সংখ্যা বা রাশির ক্রমিক গুণ	সূচকীয় রাশি	ভিত্তি	ঘাত বা সূচক
$2 \times 2 \times 2$	2^3	2	3
$3 \times 3 \times 3 \times 3$		3	
$a \times a \times a$	a^3		
$b \times b \times b \times b \times b$			5

a যেকোনো বাস্তব সংখ্যা এবং n যেকোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, n সংখ্যক a এর ক্রমিক গুণ হলো a^n। অর্থাৎ, $a \times a \times a \times \ldots \times a$ (n সংখ্যক বার a) $= a^n$। এখানে, n হলো **সূচক বা ঘাত** এবং a হলো **ভিত্তি**। আবার, বিপরীতক্রমে $a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (n সংখ্যক বার a)।

সূচক শুধু ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাই নয়, ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বা ধনাত্মক ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক ভগ্নাংশও হতে পারে। অর্থাৎ, ভিত্তি $a \in R$ (বাস্তব সংখ্যার সেট) এবং সূচক $n \in Q$ (মুলদ সংখ্যার সেট) এর জন্য a^n সংজ্ঞায়িত। বিশেষ ক্ষেত্রে, $n \in N$ (স্বাভাবিক সংখ্যার সেট) ধরা হয়। তাছাড়া অমূলদ সূচকও হতে পারে। তবে সেটা মাধ্যমিক স্তরের পাঠ্যসূচি বহির্ভূত বলে এখানে আর আলোচনা করা হয় নি।

সূচকের সূত্রাবলি (Index Laws)

ধরি, $a \in R$ (বাস্তব সংখ্যার সেট) এবং $m, n \in N$ (স্বাভাবিক সংখ্যার সেট)।

সূত্র ১ (গুণ). $a^m \times a^n = a^{m+n}$

সূত্র ২ (ভাগ). $$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} \text{ যখন } m \geq n \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} \text{ যখন } n > m \end{cases}$$

নিচের ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ কর:

$a \neq 0, m > n$ $\quad m = 5, n = 3$	$a \neq 0, n > m$ $\quad m = 3, n = 5$
$a^5 \times a^3 = (a \times a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a)$ $= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8 = a^{5+3}$	$a^3 \times a^5 =$
$\frac{a^5}{a^3} =$	$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^{5-3}}$

$\therefore$ সাধারণভাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ এবং $\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} \text{ যখন } m \geq n \\ \frac{1}{a^{n-m}} \text{ যখন } n > m \end{cases}$

সূত্র ৩ (গুণফলের ঘাত). $(ab)^n = a^n \times b^n$

লক্ষ করি, $(5 \times 2)^3 = (5 \times 2) \times (5 \times 2) \times (5 \times 2)$ $[\because a^3 = a \times a \times a,\ a = 5 \times 2]$
$= (5 \times 5 \times 5) \times (2 \times 2 \times 2)$
$= 5^3 \times 2^3$

সাধারণভাবে, $(ab)^n = ab \times ab \times ab \times \ldots \times ab$ [n সংখ্যক ab এর ক্রমিক গুণ]
$= (a \times a \times a \times \ldots \times a) \times (b \times b \times b \times \ldots \times b)$
$= a^n \times b^n$

সূত্র ৪ (ভাগফলের ঘাত). $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\ (b \neq 0)$

লক্ষ করি, $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5^3}{2^3}$

সাধারণভাবে, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \ldots \times \frac{a}{b}$ [n সংখ্যক $\frac{a}{b}$ এর ক্রমিক গুণ]
$= \frac{a \times a \times a \times \ldots \times a}{b \times b \times b \times \ldots \times b} = \frac{a^n}{b^n}$

সূত্র ৫ (ঘাতের ঘাত). $(a^m)^n = a^{mn}$

$(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \ldots \times a^m$ [n সংখ্যক a^m এর ক্রমিক গুণ]
$= a^{m+m+m\ldots+m}$ [ঘাতে n সংখ্যক সূচকের যোগফল]
$= a^{m \times n} = a^{mn}$

$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$

শূন্য ও ঋণাত্মক সূচক (Zero and Negative Indices)

সূচকে সূত্রাবলির প্রয়োগ ক্ষেত্র সকল পূর্ণসংখ্যা সম্প্রসারণের লক্ষে a^0 এবং a^{-n} (যেখানে n স্বাভাবিক সংখ্যা) এর সংজ্ঞা দেয়া প্রয়োজন।

সংজ্ঞা ১ (শূন্য সূচক). $a^0 = 1,\ (a \neq 0)$

সংজ্ঞা ২ (ঋণাত্মক সূচক). $a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ (a \neq 0, n \in N)$

এই সংজ্ঞা দুইটির ফলে সূচক বিধি m এবং n এর সকল পূর্ণসাংখ্যিক মানের জন্য বলবৎ থাকে এবং
২০২২ এরূপ সকল সূচকের জন্য $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ খাটে।

লক্ষ কর, $\dfrac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$

কিন্তু $\dfrac{a^n}{a^n} = \dfrac{a \times a \times a \times \ldots \times a \quad (n \text{ সংখ্যক})}{a \times a \times a \times \ldots \times a \quad (n \text{ সংখ্যক})} = 1$

$\therefore a^0 = 1$

আর $\dfrac{1}{a^n} = \dfrac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$

উদাহরণ ১. মান নির্ণয় কর: ক) $\dfrac{5^2}{5^3}$ খ) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$

সমাধান:

ক) $\dfrac{5^2}{5^3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \dfrac{1}{5^1} = \dfrac{1}{5}$

খ) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{5-5} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^0 = 1$

উদাহরণ ২. সরল কর: ক) $\dfrac{5^4 \times 8 \times 16}{2^5 \times 125}$ খ) $\dfrac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$

সমাধান:

ক) $\dfrac{5^4 \times 8 \times 16}{2^5 \times 125} = \dfrac{5^4 \times 2^3 \times 2^4}{2^5 \times 5^3} = \dfrac{5^4 \times 2^{3+4}}{5^3 \times 2^5} = \dfrac{5^4}{5^3} \times \dfrac{2^7}{2^5}$

$= 5^{4-3} \times 2^{7-5} = 5^1 \times 2^2 = 5 \times 4 = 20$

খ) $\dfrac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} = \dfrac{3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^n \cdot 2^{-1}} = \dfrac{3 \cdot 2^n - 2^{2+n-2}}{2^n - 2^n \cdot \dfrac{1}{2}}$

$= \dfrac{3 \cdot 2^n - 2^n}{\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) \cdot 2^n} = \dfrac{(3-1) \cdot 2^n}{\dfrac{1}{2} \cdot 2^n} = \dfrac{2 \cdot 2^n}{\dfrac{1}{2} \cdot 2^n} = 2 \cdot 2 = 4$

উদাহরণ ৩. দেখাও যে, $(a^p)^{q-r} \cdot (a^q)^{r-p} \cdot (a^r)^{p-q} = 1$

সমাধান: $(a^p)^{q-r} \cdot (a^q)^{r-p} \cdot (a^r)^{p-q} = a^{p(q-r)} \cdot a^{q(r-p)} \cdot a^{r(p-q)}$ $[\because (a^m)^n = a^{mn}]$

$= a^{pq-pr} \cdot a^{qr-pq} \cdot a^{pr-qr} = a^{pq-pr+qr-pq+pr-qr} = a^0 = 1$

কাজ: খালি ঘর পূরণ কর:

ক) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\square}$ খ) $5^{\square} \times 5^3 = 5^5$ গ) $a^2 \times a^{\square} = a^{-3}$

ঘ) $(-5)^0 = \square$ ঙ) $\dfrac{4}{4^{\square}} = 1$

n তম মূল (n th Root)

লক্ষ করি, $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2$

আবার, $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 5^{2\times\frac{1}{2}} = 5$

$\therefore \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5$

$5^{\frac{1}{2}}$ এর বর্গ (দ্বিতীয় ঘাত) $= 5$ এবং 5 এর বর্গমূল (দ্বিতীয় মূল) $= 5^{\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{1}{2}}$ কে বর্গমূলের চিহ্ন $\sqrt{\ }$ এর মাধ্যমে $\sqrt{5}$ আকারে লেখা হয়।

আরো লক্ষ করি, $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3$

আবার, $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 5^{3\times\frac{1}{3}} = 5$

$5^{\frac{1}{3}}$ এর ঘন (তৃতীয় ঘাত) $= 5$ এবং 5 এর ঘনমূল (তৃতীয় মূল) $= 5^{\frac{1}{3}}$

$5^{\frac{1}{3}}$ কে ঘনমূলের চিহ্ন $\sqrt[3]{\ }$ এর মাধ্যমে $\sqrt[3]{5}$ আকারে লেখা হয়।

n তম মূলের ক্ষেত্রে,

$a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times \ldots \times a^{\frac{1}{n}}$ [n সংখ্যক $a^{\frac{1}{n}}$ এর ক্রমিক গুণ] $= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n$

আবার, $a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times \ldots \times a^{\frac{1}{n}}$

$= a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\cdots+\frac{1}{n}}$ [সূচকে n সংখ্যক $\frac{1}{n}$ এর যোগ]

$= a^{n\times\frac{1}{n}} = a$

$\therefore \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$

$a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত a এবং a এর n তম মূল $a^{\frac{1}{n}}$

অর্থাৎ, $a^{\frac{1}{n}}$ এর n তম ঘাত $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$ এবং a এর n তম মূল $(a)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

a এর n তম মূলকে $\sqrt[n]{a}$ আকারে লেখা হয়।

উদাহরণ ৪. সরল কর: ক) $(12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54}$ খ) $(-3)^3 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2$

সমাধান:

ক) $(12)^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{54} = \dfrac{1}{(12)^{\frac{1}{2}}} \times (54)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{(2^2\times 3)^{\frac{1}{2}}} \times (3^3\times 2)^{\frac{1}{3}}$

$= \dfrac{1}{(2^2)^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}} \times (3^3)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{2\cdot 3^{\frac{1}{2}}} \times (3^3\times 2)^{\frac{1}{3}}$

২০২২

$$= \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^1} \times \frac{3^1}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{1-\frac{1}{2}}}{2^{1-\frac{1}{3}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}$$

খ) $(-3)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = (-3)(-3)(-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -27 \times \frac{1}{4} = -\frac{27}{4}$

কাজ: সরল কর: ক) $\frac{2^4 \cdot 2^2}{32}$ খ) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{5}{2}}$ গ) $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$

লক্ষণীয়:

ক) $a > 0,\ a \neq 1$ শর্তে $a^x = a^y$ হলে $x = y$

খ) $a > 0,\ b > 0,\ x \neq 0$ শর্তে $a^x = b^x$ হলে $a = b$

উদাহরণ ৫. সমাধান কর: $4^{x+1} = 32$

সমাধান: $4^{x+1} = 32$ বা, $(2^2)^{x+1} = 32$ বা, $2^{2x+2} = 2^5$

$\therefore 2x + 2 = 5$ $[a^x = a^y$ হলে, $x = y]$

বা, $2x = 5 - 2$ বা, $2x = 3$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

অনুশীলনী ৪.১

সরল কর (১ - ৮):

১. $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$

২. $\frac{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$

৩. $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$

৪. $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

৫. $\left(\frac{a^2b^{-1}}{a^{-2}b}\right)^2$

৬. $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$ $(x > 0,\ y > 0,\ z > 0)$

৭. $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

৮. $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

২০২২

প্রমাণ কর (৯ - ১৫):

৯. $\dfrac{4^n-1}{2^n-1}=2^n+1$

১০. $\dfrac{2^{2p+1}\cdot 3^{2p+q}\cdot 5^{p+q}\cdot 6^p}{3^{p-2}\cdot 6^{2p+2}\cdot 10^p\cdot 15^q}=\dfrac{1}{2}$

১১. $\left(\dfrac{a^l}{a^m}\right)^n\cdot\left(\dfrac{a^m}{a^n}\right)^l\cdot\left(\dfrac{a^n}{a^l}\right)^m=1$

১২. $\dfrac{a^{p+q}}{a^{2r}}\times\dfrac{a^{q+r}}{a^{2p}}\times\dfrac{a^{r+p}}{a^{2q}}=1$

১৩. $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}\cdot\left(\dfrac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}\cdot\left(\dfrac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}=1$

১৪. $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}\cdot\left(\dfrac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}\cdot\left(\dfrac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}=1$

১৫. $\left(\dfrac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r}\cdot\left(\dfrac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p}\cdot\left(\dfrac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q}=1$

১৬. যদি $a^x=b$, $b^y=c$ এবং $c^z=a$ হয়, তবে দেখাও যে, $xyz=1$

সমাধান কর (১৭ - ২০):

১৭. $4^x=8$

১৮. $2^{2x+1}=128$

১৯. $(\sqrt{3})^{x+1}=(\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

২০. $2^x+2^{1-x}=3$

২১. $P=x^a$, $Q=x^b$ এবং $R=x^c$

ক) $P^{bc}\cdot Q^{-ca}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ) $\left(\dfrac{P}{Q}\right)^{a+b}\times\left(\dfrac{Q}{R}\right)^{b+c}\div 2(RP)^{a-c}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে, $\left(\dfrac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2}\times\left(\dfrac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2}\times\left(\dfrac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}=1$

২২. $X=(2a^{-1}+3b^{-1})^{-1}$, $Y=\sqrt[pq]{\dfrac{x^p}{x^q}}\times\sqrt[qr]{\dfrac{x^q}{x^r}}\times\sqrt[rp]{\dfrac{x^r}{x^p}}$

এবং $Z=\dfrac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}\div\dfrac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$, যেখানে $x,p,q,r>0$

ক) X এর মান নির্ণয় কর।

খ) দেখাও যে, $Y+\sqrt[4]{81}=4$

গ) দেখাও যে, $Y\div Z=25$

লগারিদম (Logarithms)

সূচকীয় রাশির মান বের করতে **লগারিদম (Logarithms)** ব্যবহার করা হয়। সাধারণ লগারিদমকে সংক্ষেপে **লগ (Log)** লেখা হয়। বড় বড় সংখ্যা বা রাশির গুণফল, ভাগফল ইত্যাদি লগারিদমের সাহায্যে সহজে নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $2^3 = 8$ এই গাণিতিক উক্তিটিকে লগের মাধ্যমে লেখা হয় $\log_2 8 = 3$। আবার, বিপরীতক্রমে, $\log_2 8 = 3$ হলে, সূচকের মাধ্যমে লেখা যাবে $2^3 = 8$। অর্থাৎ, $2^3 = 8$ হলে $\log_2 8 = 3$ এবং বিপরীতক্রমে, $\log_2 8 = 3$ হলে $2^3 = 8$। একইভাবে, $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ কে লগের মাধ্যমে লেখা যায়, $\log_2 \frac{1}{8} = -3$।

$a^x = N, (a > 0, a \neq 1)$ হলে, $x = \log_a N$ কে N এর a **ভিত্তিক লগ** বলা হয়।

দ্রষ্টব্য: x ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন, $a > 0$ হলে a^x সর্বদা ধনাত্মক। তাই শুধু ধনাত্মক সংখ্যারই লগের মান আছে যা বাস্তব। শূন্য বা ঋণাত্মক সংখ্যার লগের বাস্তব মান নেই।

কাজ: নিচের সারণিগুলোতে সূচক হতে লগের মাধ্যমে প্রকাশ কর:

সূচকের মাধ্যমে	লগের মাধ্যমে
$10^2 = 100$	
$3^{-2} = \frac{1}{9}$	
$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$	
$2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	
$\sqrt[4]{2^4} = 2$	

সূচকের মাধ্যমে	লগের মাধ্যমে
$10^0 = 1$	$\log_{10} 1 = 0$
$e^0 = \ldots$ $a^0 = 1$	$\log_e 1 = \ldots$ $\ldots = \ldots$
$10^1 = 10$	$\log_{10} 10 = 1$
$e^1 = \ldots$	$\ldots = \ldots$
$\ldots = \ldots$	$\log_a a = 1$

লগারিদমের সূত্রাবলি (Laws of Logarithms)

ধরি, $a > 0,\ a \neq 1;\ b > 0,\ b \neq 1$ এবং $M > 0,\ N > 0$

সূত্র ৬ (শূন্য ও এক লগ). $a > 0,\ a \neq 1$ হলে ক) $\log_a 1 = 0$ খ) $\log_a a = 1$

প্রমাণ: সূচকের সূত্র হতে জানি, $a^0 = 1$

$\therefore$ লগের সংজ্ঞা হতে পাই, $\log_a 1 = 0$ (প্রমাণিত)

আবার, সূচকের সূত্র হতে জানি, $a^1 = a$

$\therefore$ লগের সংজ্ঞা হতে পাই, $\log_a a = 1$ (প্রমাণিত)

সূত্র ৭ (গুণফলের লগ). $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

প্রমাণ: ধরি, $\log_a M = x,\ \log_a N = y$

$\therefore M = a^x,\ N = a^y$

এখন, $MN = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$\therefore \log_a(MN) = x + y$

বা, $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ [x, y এর মান বসিয়ে]

$\therefore \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ (প্রমাণিত)

দ্রষ্টব্য: $\log_a(MNP\ldots) = \log_a M + \log_a N + \log_a P + \ldots$

দ্রষ্টব্য: $\log_a(M \pm N) \neq \log_a M \pm \log_a N$

সূত্র ৮ (ভাগফলের লগ). $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

প্রমাণ: ধরি, $\log_a M = x,\ \log_a N = y$

$\therefore M = a^x,\ N = a^y$

এখন, $\dfrac{M}{N} = \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$\therefore \log_a \dfrac{M}{N} = x - y$

$\therefore \log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ (প্রমাণিত)

সূত্র ৯ (ঘাতের লগ). $\log_a M^r = r\log_a M$

প্রমাণ: ধরি, $\log_a M = x,\ \therefore M = a^x$

বা, $(M)^r = (a^x)^r$ বা, $M^r = a^{rx}$

$\therefore \log_a M^r = rx$ বা, $\log_a M^r = r\log_a M$

$\therefore \log_a M^r = r\log_a M$ (প্রমাণিত)।

দ্রষ্টব্য: $(\log_a M)^r$ এবং $r\log_a M$ সমান নাও হতে পারে।

যেমন $(\log_2 4)^5 = (\log_2 2^2)^5 = 2^5 = 32,\ 5\log_2 4 = 5 \cdot 2 = 10 \neq 32$

সূত্র ১০ (ভিত্তি পরিবর্তন). $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$

প্রমাণ: ধরি, $\log_a M = x,\ \log_b M = y$

$\therefore a^x = M,\ b^y = M$

$\therefore a^x = b^y$ বা, $(a^x)^{\frac{1}{y}} = (b^y)^{\frac{1}{y}}$ বা, $b = a^{\frac{x}{y}}$

$\therefore \frac{x}{y} = \log_a b$ বা, $x = y\log_a b$

বা, $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$ (প্রমাণিত)

অনুসিদ্ধান্ত ১. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ অথবা $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

প্রমাণ: আমরা জানি, $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$

$M = a$ বসিয়ে পাই, $\log_a a = \log_b a \times \log_a b$

বা, $1 = \log_b a \times \log_a b$

$\therefore \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ অথবা $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ (প্রমাণিত)

উদাহরণ ৬. মান নির্ণয় কর: ক) $\log_{10}100$ খ) $\log_3\frac{1}{9}$ গ) $\log_{\sqrt{3}}81$

সমাধান:

ক) $\log_{10}100 = \log_{10}10^2 = 2\log_{10}10$ $[\because \log_{10}M^r = r\log_{10}M]$

$= 2 \times 1 = 2$ $[\because \log_a a = 1]$

খ) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = \log_3\left(\frac{1}{3^2}\right) = \log_3 3^{-2} = -2\log_3 3$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= -2 \times 1 = -2$ $[\because \log_a a = 1]$

গ) $\log_{\sqrt{3}}81 = \log_{\sqrt{3}}3^4 = \log_{\sqrt{3}}\{(\sqrt{3})^2\}^4 = \log_{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^8$

$= 8\log_{\sqrt{3}}\sqrt{3} = 8 \times 1 = 8$ $[\because \log_a a = 1]$

উদাহরণ ৭. ক) $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? খ) 400 এর লগ 4 হলে লগের ভিত্তি কত?

সমাধান:

ক) $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ

$= \log_5 5\sqrt{5} = \log_5(5 \times 5^{\frac{1}{2}}) = \log_5 5^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{3}{2}\log_5 5$ $[\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$ $[\because \log_a a = 1]$

খ) ধরি, ভিত্তি a

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $\log_a 400 = 4$

$\therefore a^4 = 400$

বা, $a^4 = (20)^2 = \{(2\sqrt{5})^2\}^2 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore a = 2\sqrt{5} \qquad [\because a^x = b^x, a^x \neq 0, a = b]$

$\therefore$ ভিত্তি $2\sqrt{5}$

উদাহরণ ৮. x এর মান নির্ণয় কর: ক) $\log_{10} x = -2$ খ) $\log_x 324 = 4$

সমাধান:

ক) $\log_{10} x = -2$

বা, $x = 10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100} = 0.01$

$\therefore x = 0.01$

খ) $\log_x 324 = 4$

বা, $x^4 = 324 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 3^4 \times 2^2$

বা, $x^4 = 3^4 \times (\sqrt{2})^4$

বা, $x^4 = (3\sqrt{2})^4$

$\therefore x = 3\sqrt{2}$

উদাহরণ ৯. প্রমাণ কর যে, $3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 = \log_{10} 40$

সমাধান: বামপক্ষ $= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 5$

$= \log_{10} 2^3 + \log_{10} 5 \qquad [\because \log_a M^r = r\log_a M]$

$= \log_{10} 8 + \log_{10} 5$

$= \log_{10} (8 \times 5) \qquad [\because \log_a (MN) = \log_a M + \log_a N]$

$= \log_{10} 40 =$ ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

উদাহরণ ১০. সরল কর: $\dfrac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$

সমাধান: $\dfrac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$

$= \dfrac{\log_{10}(3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8 - \log_{10}(10^3)^{\frac{1}{2}}}{\log_{10}\dfrac{12}{10}}$

$= \dfrac{\log_{10} 3^{\frac{3}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10}(10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10}$

২০২২

$$= \frac{\frac{3}{2}\log_{10}3 + 3\log_{10}2 - \frac{3}{2}\log_{10}10}{\log_{10}(3 \times 2^2) - \log_{10}10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log_{10}3 + 2\log_{10}2 - 1)}{\log_{10}3 + 2log_{10}2 - 1} \qquad [\because \log_{10}10 = 1]$$

$$= \frac{3}{2}$$

অনুশীলনী ৪.২

১. মান নির্ণয় কর:

ক) $\log_3 81$ খ) $\log_5 \sqrt[3]{5}$ গ) $\log_4 2$

ঘ) $\log_{2\sqrt{5}} 400$ ঙ) $\log_5(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$

২. x এর মান নির্ণয় কর:

ক) $\log_5 x = 3$ খ) $\log_x 25 = 2$ গ) $\log_x \frac{1}{16} = -2$

৩. দেখাও যে,

ক) $5\log_{10}5 - \log_{10}25 = \log_{10}125$

খ) $\log_{10}\frac{50}{147} = \log_{10}2 + 2\log_{10}5 - \log_{10}3 - 2\log_{10}7$

গ) $3\log_{10}2 + 2\log_{10}3 + \log_{10}5 = \log_{10}360$

৪. সরল কর:

ক) $7\log_{10}\frac{10}{9} - 2\log_{10}\frac{25}{24} + 3\log_{10}\frac{81}{80}$

খ) $\log_7(\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3\sqrt[3]{3} + \log_4 2$

গ) $\log_e\frac{a^3b^3}{c^3} + \log_e\frac{b^3c^3}{d^3} + \log_e\frac{c^3d^3}{a^3} - 3\log_e b^2c$

৫. $x = 2, y = 3, z = 5, w = 7$

ক) $\sqrt{y^3}$ এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

খ) $w\log\frac{xz}{y^2} - x\log\frac{z^2}{x^2y} + y\log\frac{y^4}{x^4z}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে, $\frac{\log\sqrt{y^3} + y\log x - \frac{y}{x}\log(xz)}{\log(xy) - \log z} = \log_y\sqrt{y^3}$

২০২২

সংখ্যার বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ
(Scientific or Standard Form of Numbers)

সূচকের সাহায্যে আমরা অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে সহজ আকারে প্রকাশ করতে পারি।

যেমন, আলোর গতি $= 300000$ কি.মি./সে. $= 300000000$ মিটার/সে.

$= 3 \times 100000000$ মি./সে. $= 3 \times 10^8$ মি./সে.

আবার, একটি হাইড্রোজেন পরমাণুর ব্যাসার্ধ

$= 0.0000000037$ সে. মি.

$= \dfrac{37}{10000000000}$ সে.মি. $= 37 \times 10^{-10}$ সে.মি.

$= 3.7 \times 10 \times 10^{-10}$ সে.মি. $= 3.7 \times 10^{-9}$ সে.মি.

সুবিধার্থে অনেক বড় বা অনেক ছোট সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে প্রকাশ করা হয়, যেখানে, $1 \leq a < 10$ এবং $n \in Z$। কোনো সংখ্যার $a \times 10^n$ রূপকে বলা হয় সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ।

কাজ: নিচের সংখ্যাগুলোকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর:

ক) 15000 খ) 0.000512 গ) 123.000512

লগারিদম পদ্ধতি (Logarithmic Method)

লগারিদম পদ্ধতি দুই ধরনের:

ক) **স্বাভাবিক লগারিদম** (Natural Logarithm): স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ জন নেপিয়ার (John Napier: 1550-1617) **১৬১৪** সালে e কে ভিত্তি ধরে প্রথম লগারিদম সম্পর্কিত বই প্রকাশ করেন। e একটি অমূলদ সংখ্যা, $e = 2.71828\ldots$। তাঁর এই লগারিদমকে **নেপিরিয়ান লগারিদম** বা **e ভিত্তিক লগারিদম** বা **তত্ত্বীয় লগারিদমও** বলা হয়। $\log_e x$ কে $\ln x$ আকারেও লেখা হয়।

খ) **সাধারণ লগারিদম** (Common Logarithm): ইংল্যান্ডের গণিতবিদ হেনরি ব্রিগস (Henry Briggs: 1561-1630) **১৬২৪** সালে 10 কে ভিত্তি ধরে **লগারিদমের টেবিল** (**লগ টেবিল** বা **লগ সারণি**) তৈরি করেন। তাঁর এই লগারিদমকে **ব্রিগস লগারিদম** বা **10 ভিত্তিক লগারিদম** বা **ব্যবহারিক লগারিদমও** বলা হয়। এই লগারিদমকে $\log_{10} x$ আকারে লেখা হয়।

দ্রষ্টব্য: লগারিদমের ভিত্তির উল্লেখ না থাকলে রাশির (বীজগণিতীয়) ক্ষেত্রে e কে এবং সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 কে ভিত্তি হিসেবে ধরা হয়। লগ সারণিতে ভিত্তি 10 ধরতে হয়।

২০২২

সাধারণ লগের পূর্ণক (Characteristics of Common Log)

একটি সংখ্যা N কে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ করে পাই,

$N = a \times 10^n$, যেখানে $N > 0, 1 \leq a < 10$ এবং $n \in Z$

উভয়পক্ষে 10 ভিত্তিতে লগ নিয়ে পাই,

$\log_{10}N = \log_{10}(a \times 10^n) = \log_{10}a + \log_{10}10^n = \log_{10}a + n\log_{10}10$

$\therefore \log_{10}N = n + \log_{10}a \; [\because \log_{10}10 = 1]$

ভিত্তি 10 উহ্য রেখে পাই, $\log N = n + \log a$

n কে বলা হয় $\log N$ এর **পূর্ণক**।

দ্রষ্টব্য: নিচের ছক থেকে লক্ষ করি: প্রদত্ত সংখ্যার পূর্ণ অংশে যতগুলো অঙ্ক থাকবে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে সেই অঙ্কসংখ্যার চেয়ে 1 কম এবং তা হবে ধনাত্মক। অর্থাৎ উল্লিখিত অঙ্ক সংখ্যা m হলে সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে $m - 1$।

N	N এর বৈজ্ঞানিক রূপ	সূচক	দশমিক বিন্দুর বামের অংশের অঙ্কসংখ্যা	পূর্ণক
6237	6.237×10^3	3	4	$4 - 1 = 3$
623.7	6.237×10^2	2	3	$3 - 1 = 2$
62.37	6.237×10^1	1	2	$2 - 1 = 1$
6.237	6.237×10^0	0	1	$1 - 0 = 0$
0.6237	6.237×10^{-1}	-1	0	$0 - 1 = -1$

দ্রষ্টব্য: এবার নিচের ছক থেকে লক্ষ করি: প্রদত্ত সংখ্যার পূর্ণ অংশ না থাকলে দশমিক বিন্দু ও এর পরের প্রথম সার্থক অঙ্কের মাঝে যতগুলো 0 (শূন্য) থাকবে, সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে শূন্যের সংখ্যার চেয়ে 1 বেশি এবং তা হবে ঋণাত্মক। অর্থাৎ উল্লিখিত শূন্যের সংখ্যা k হলে সংখ্যাটির লগারিদমের পূর্ণক হবে $\{-(k+1)\}$।

পূর্ণক ঋনাত্মক হলে, পূর্ণকটির বামে '$-$' চিহ্ন না দিয়ে পূর্ণকটির উপরে '$-$' (বার চিহ্ন) দিয়ে লেখা হয়। যেমন, পূর্ণক -3 কে লেখা হবে $\bar{3}$ দিয়ে। তা না হলে অংশকসহ লগের সম্পূর্ণ অংশটি ঋণাত্মক বুঝাবে।

N	N এর বৈজ্ঞানিক রূপ	সূচক	দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী সার্থক অঙ্কের মাঝে 0 এর সংখ্যা	পূর্ণক
0.6237	6.237×10^{-1}	-1	0	$-(0+1) = -1 = \bar{1}$
0.06237	6.237×10^{-2}	-2	1	$-(1+1) = -2 = \bar{2}$
0.006237	6.237×10^{-3}	-3	2	$-(2+1) = -3 = \bar{3}$

দ্রষ্টব্য: পূর্ণক ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে, কিন্তু অংশক সর্বদা ধনাত্মক।

উদাহরণ ১১. নিচের সংখ্যাগুলোর লগের পূর্ণক নির্ণয় কর:

ক) 5570 খ) 45.70 গ) 0.4305 ঘ) 0.000435

সমাধান:

ক) $5570 = 5.570 \times 1000 = 5.570 \times 10^3$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 3

অন্যভাবে, 5570 সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা 4 টি।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= 4 - 1 = 3$

খ) $45.70 = 4.570 \times 10^1$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক 1

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2 টি অঙ্ক আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= 2 - 1 = 1$

গ) $0.4305 = 4.305 \times 10^{-1}$ $\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -1

অন্যভাবে, সংখ্যার দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী ১ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে কোনো 0 (শূন্য) নেই, অর্থাৎ শূন্যটি 0 আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $= -(0+1) = -1 = \bar{1}$

$\therefore$ 0.4305 সংখ্যাটির লগের পূর্ণক $\bar{1}$

ঘ) $0.000435 = 4.35 \times 10^{-4}$

$\therefore$ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক -4 বা $\bar{4}$

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক বিন্দু ও এর পরবর্তী ১ম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 3 টি 0 আছে।

$\therefore$ সংখ্যাটির পূর্ণক $= -(3+1) = -4 = \bar{4}$

$\therefore$ 0.000435 সংখ্যাটির পূর্ণক $\bar{4}$

সাধারণ লগের অংশক (Mantissa of Common Log)

কোনো সংখ্যার সাধারণ লগের **অংশক** 1 অপেক্ষা ছোট একটি অঋণাত্মক সংখ্যা। এটি মূলত: অমূলদ সংখ্যা। তবে একটি নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত অংশকের মান বের করা হয়। কোনো সংখ্যার লগের অংশক লগ তালিকা থেকে বের করা যায়। আবার তা ক্যালকুলেটরের সাহায্যেও বের করা যায়। আমরা দ্বিতীয় পদ্ধতিতে, অর্থাৎ ক্যালকুলেটরের সাহায্যে সংখ্যার লগের অংশক বের করবো।

উদাহরণ ১২. $\log 2717$ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর:

সমাধান: ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি: $\boxed{AC}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{2717}$ $\boxed{=}$ 3.43409

$\therefore \log 2717$ এর পূর্ণক 3 এবং অংশক .43409

উদাহরণ ১৩. $\log 43.517$ এর পূর্ণক ও অংশক বের কর।

সমাধান: ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি: $\boxed{AC}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{43.517}$ $\boxed{=}$ 1.63866

$\therefore \log 43.517$ এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .63866

উদাহরণ ১৪. 0.00836 এর লগের পূর্ণক ও অংশক কত?

সমাধান: ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি: $\boxed{AC}$ $\boxed{\log}$ $\boxed{0.00836}$ $\boxed{=}$ -2.07779

$$-2.07779 = -3 + 0.92221 = \bar{3}.92221$$

$\therefore \log 0.00836$ এর পূর্ণক -3 এবং অংশক .92221, অংশকটি সর্বদা অঋণাত্মক হওয়ায় এখানে পূর্ণকের '–' চিহ্নটি সংখ্যাটির ওপরে দেখানো হয়।

উদাহরণ ১৫. $\log_e 10$ নির্ণয় কর:

সমাধান: $\log_e 10 = \dfrac{1}{\log_{10} e} = \dfrac{1}{\log_{10} 2.71828} = \dfrac{1}{0.43429}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= 2.30259$ (প্রায়)

বিকল্প পদ্ধতিতে, ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি: $\boxed{AC}$ $\boxed{\ln}$ $\boxed{10}$ $\boxed{=}$ 2.30259

> **কাজ:** ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলোর 10 ও e ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর:
> ক) 2550 খ) 52.143 গ) 0.4145 ঘ) 0.0742

২০২২

অনুশীলনী ৪.৩

১. কোন শর্তে $a^0 = 1$?

ক) $a = 0$ খ) $a \neq 0$ গ) $a > 0$ ঘ) $a \neq 1$

২. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক) $\sqrt[6]{5}$ খ) $(\sqrt[3]{5})^3$ গ) $(\sqrt{5})^3$ ঘ) $\sqrt[3]{25}$

৩. $\log_a a = 1$ সঠিক কোন শর্তে?

ক) $a > 0$ খ) $a \neq 1$ গ) $a > 0, a \neq 1$ ঘ) $a \neq 0, a > 1$

৪. $\log_x 4 = 2$ হলে, x এর মান কত?

ক) 2 খ) ± 2 গ) 4 ঘ) 10

৫. একটি সংখ্যাকে $a \times 10^n$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

ক) $1 < a < 10$ খ) $1 \leq a \leq 10$ গ) $1 \leq a < 10$ ঘ) $1 < a \leq 10$

৬. $a > 0,\ b > 0$ এবং $a \neq 1,\ b \neq 1$ হলে

(i) $\log_a b \times \log_b a = 1$

(ii) $\log_a M^r = M \log_a r$

(iii) $\log_a(\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}) = \frac{5}{6}$

ওপরের কোন তথ্যগুলো সঠিক?

ক) i খ) ii গ) i ও iii ঘ) ii ও iii

৭. 0.0035 এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক) 3 খ) 1 গ) $\bar{2}$ ঘ) $\bar{3}$

0.0225 সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের (৮ - ১০) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

৮. সংখ্যাটির a^n আকার নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $(2.5)^2$ খ) $(.015)^2$ গ) $(1.5)^2$ ঘ) $(.15)^2$

৯. সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক আকার নিচের কোনটি?

ক) 225×10^{-4} খ) 22.5×10^{-3} গ) 2.25×10^{-2} ঘ) $.225 \times 10^{-1}$

১০. সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

ক) $\bar{2}$ খ) $\bar{1}$ গ) 0 ঘ) 2

১১. বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর:

ক) 6530 খ) 60.831 গ) 0.000245 ঘ) 37500000

ঙ) 0.00000014

২০২২

১২. সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ কর:
ক) 10^5 খ) 10^{-5} গ) 2.53×10^4 ঘ) 9.813×10^{-3}
ঙ) 3.12×10^{-5}

১৩. নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে):
ক) 4820 খ) 72.245 গ) 1.734 ঘ) 0.045
ঙ) 0.000036

১৪. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর:
ক) 27 খ) 63.147 গ) 1.405 ঘ) 0.0456
ঙ) 0.000673

১৫. গুণফলের/ভাগফলের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর:
ক) 5.34×8.7 খ) 0.79×0.56 গ) $22.2642 \div 3.42$
ঘ) $0.19926 \div 32.4$

১৬. যদি $\log 2 = 0.30103$, $\log 3 = 0.47712$ এবং $\log 7 = 0.85410$ হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর:
ক) $\log 9$ খ) $\log 28$ গ) $\log 42$

১৭. দেওয়া আছে, $x = 1000$ এবং $y = 0.0625$

ক) x কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

খ) x ও y এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

গ) xy এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।