অধ্যায় ১১

বীজগাণিতিক অনুপাত ও সমানুপাত (Algebraic Ratio and Proportion)

অনুপাত ও সমানুপাতের ধারণা থাকা আমাদের জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ। সপ্তম শ্রেণিতে পাটিগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত বিশদভাবে আলোচনা করা হয়েছে। এ অধ্যায়ে আমরা বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত সম্পর্কে আলোচনা করবো। আমরা প্রতিনিয়তই নির্মাণ সামগ্রী ও বিভিন্ন প্রকার খাদ্য সামগ্রী তৈরিতে, ভোগ্যপণ্য উৎপাদনে, জমিতে সার প্রয়োগে, কোনোও কিছুর আকার-আয়তন দৃষ্টিনন্দন করতে এবং দৈনন্দিন কার্যক্রমের আরও অনেক ক্ষেত্রে অনুপাত ও সমানুপাতের ধারণা প্রয়োগ করে থাকি। ইহা ব্যবহার করে দৈনন্দিন জীবনে অনেক সমস্যার সমাধান করা যায়।

এ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা ---

- বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সমানুপাত সংক্রান্ত বিভিন্ন রূপান্তর বিধি প্রয়োগ করতে পারবে।
- ধারাবাহিক অনুপাত বর্ণনা করতে পারবে।
- বাস্তব সমস্যা সমাধানে অনুপাত, সমানুপাত ও ধারাবাহিক অনুপাত ব্যবহার করতে পারবে।

অনুপাত ও সমানুপাত (Ratio and Proportion)

অনুপাত (Ratio)

একই এককে সমজাতীয় দুইটি রাশির পরিমাণের একটি অপরটির কত গুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।

দুইটি রাশি p ও q এর অনুপাতকে $p : q = \frac{p}{q}$ লিখা হয়। p ও q রাশি দুইটি সমজাতীয় ও একই এককে প্রকাশিত হতে হবে। অনুপাতে p কে পূর্ব রাশি এবং q কে উত্তর রাশি বলা হয়।

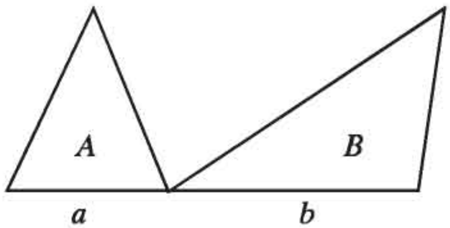
অনেক সময় আনুমানিক পরিমাপ করতেও আমরা অনুপাত ব্যবহার করি। যেমন, সকাল 8 টায় রাস্তায় যে সংখ্যক গাড়ী থাকে, 10 টায় তার দ্বিগুণ গাড়ী থাকে। এ ক্ষেত্রে অনুপাত নির্ণয়ে গাড়ীর প্রকৃত সংখ্যা জানার প্রয়োজন হয় না। আবার অনেক সময় আমরা বলে থাকি, তোমার ঘরের আয়তন আমার ঘরের

২০২৫

আয়তনের তিনগুণ হবে। এখানেও ঘরের সঠিক আয়তন জানার প্রয়োজন হয় না। বাস্তব জীবনে এরকম অনেক ক্ষেত্রে আমরা অনুপাতের ধারণা ব্যবহার করে থাকি।

সমানুপাত (Proportion)

যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। a, b, c, d এরূপ চারটি রাশি হলে আমরা লিখি $a : b = c : d$। সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না। প্রত্যেক অনুপাতের রাশি দুইটি এক জাতীয় হলেই চলে।



উপরের চিত্রে, দুইটি ত্রিভুজের ভূমি যথাক্রমে a ও b এবং এদের প্রত্যেকের উচ্চতা h একক। ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল A ও B বর্গএকক হলে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{1}{2}bh} = \frac{a}{b} \text{ বা, } A : B = a : b$$

অর্থাৎ, ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত ভূমিদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

ক্রমিক সমানুপাতী (Continued proportion)

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী বলতে বোঝায় $a : b = b : c$।

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হবে যদি এবং কেবল যদি $b^2 = ac$ হয়। ক্রমিক সমানুপাতের ক্ষেত্রে সবগুলো রাশি এক জাতীয় হতে হবে। এক্ষেত্রে c কে a ও b এর তৃতীয় সমানুপাতী এবং b কে a ও c এর মধ্যসমানুপাতী বলা হয়।

উদাহরণ ১. A ও B নির্দিষ্ট পথ অতিক্রম করে যথাক্রমে t_1 এবং t_2 মিনিটে। A ও B এর গড় গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, A ও B এর গড় গতিবেগ প্রতি মিনিটে যথাক্রমে v_1 মিটার ও v_2 মিটার। তাহলে, t_1 মিনিটে A অতিক্রম করে v_1t_1 মিটার এবং t_2 মিনিটে B অতিক্রম করে v_2t_2 মিটার।

প্রশ্নানুসারে, $v_1t_1 = v_2t_2 \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1}$

এখানে গতিবেগের অনুপাত সময়ের ব্যস্ত অনুপাতের সমান।

কাজ:

ক) $3.5 : 5.6$ কে $1 : a$ এবং $b : 1$ আকারে প্রকাশ কর।

খ) $x : y = 5 : 6$ হলে $3x : 5y =$ কত?

অনুপাতের রূপান্তর

এখানে অনুপাতের রাশিগুলো ধনাত্মক সংখ্যা।

১. $a : b = c : d$ হলে, $b : a = d : c$ [ব্যস্তকরণ (Invertendo)]

প্রমাণ: দেওয়া আছে,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

বা, $ad = bc$ [উভয়পক্ষকে bd দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{ad}{ac} = \frac{bc}{ac}$ [উভয় পক্ষকে ac দ্বারা ভাগ করে যেখানে a, c এর কোনটিই শূন্য নয়]

বা, $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

অর্থাৎ, $b : a = d : c$

২. $a : b = c : d$ হলে, $a : c = b : d$ [একান্তরকরণ (Alternendo)]

প্রমাণ: দেওয়া আছে,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

বা, $ad = bc$ [উভয়পক্ষকে bd দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{ad}{cd} = \frac{bc}{cd}$ [উভয় পক্ষকে cd দ্বারা ভাগ করে যেখানে c, d এর কোনটিই শূন্য নয়]

বা, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

অর্থাৎ, $a : c = b : d$

৩. $a : b = c : d$ হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ [যোজন (Componendo)]

প্রমাণ: দেওয়া আছে,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

বা, $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

অর্থাৎ, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

২০২২

৪. $a : b = c : d$ হলে, $\dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d}$ [বিয়োজন (Dividendo)]

প্রমাণ: দেওয়া আছে,

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

বা, $\dfrac{a}{b} - 1 = \dfrac{c}{d} - 1$ [উভয়পক্ষ থেকে 1 বিয়োগ করে]

অর্থাৎ, $\dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d}$

৫. $a : b = c : d$ হলে, $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$ [যোজন-বিয়োজন (Componendo-Dividendo)]

প্রমাণ: দেওয়া আছে, $a : b = c : d$

বা, $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

যোজন করে পাই, $\dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d} \ldots (1)$

আবার বিয়োজন করে পাই, $\dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d}$

বা, $\dfrac{b}{a-b} = \dfrac{d}{c-d}$ [ব্যস্তকরণ করে] $\ldots (2)$

সুতরাং, $\dfrac{a+b}{b} \times \dfrac{b}{a-b} = \dfrac{c+d}{d} \times \dfrac{d}{c-d}$ [(1) ও (2) গুণ করে]

অর্থাৎ, $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$ [এখানে $a \neq b, c \neq d$]

৬. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{f} = \dfrac{g}{h}$ হলে, প্রত্যেকটি অনুপাত = $\dfrac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

প্রমাণ: মনে করি,

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{f} = \dfrac{g}{h} = k$

$\therefore a = bk,\ c = dk,\ e = fk,\ g = hk$

$\therefore \dfrac{a+c+e+g}{b+d+f+h} = \dfrac{bk+dk+fk+hk}{b+d+f+h} = \dfrac{k(b+d+f+h)}{b+d+f+h} = k$

কিন্তু k প্রদত্ত সমানুপাতের প্রত্যেকটি অনুপাতের সমান।

$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{f} = \dfrac{g}{h} = \dfrac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

কাজ:

ক) মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি s বছর। তাদের বয়সের অনুপাত t বছর পূর্বে ছিল $r : p$। x বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

খ) একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে p মিটার দূরে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য s মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা p, r ও s এর মাধ্যমে নির্ণয় কর।

উদাহরণ ২. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত $7 : 2$ এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত $8 : 3$ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান: মনে করি, পিতার বর্তমান বয়স a বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স b বছর।

প্রশ্নের প্রথম ও দ্বিতীয় শর্তানুসারে যথাক্রমে পাই,

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{2} \dots (1)$$

$$\frac{a+5}{b+5} = \frac{8}{3} \dots (2)$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

$$a = \frac{7b}{2} \dots (3)$$

সমীকরণ (2) থেকে পাই,

$3(a+5) = 8(b+5)$

বা, $3a + 15 = 8b + 40$

বা, $3a - 8b = 40 - 15$

বা, $3 \times \frac{7b}{2} - 8b = 25$ [(3) ব্যবহার করে]

বা, $\frac{21b - 16b}{2} = 25$

বা, $5b = 50$

$\therefore b = 10$

সমীকরণ (3) এ $b = 10$ বসিয়ে পাই, $a = \frac{7 \times 10}{2} = 35$

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স 35 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 10 বছর।

উদাহরণ ৩. যদি $a : b = b : c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\left(\frac{a+b}{b+c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

সমাধান: দেওয়া আছে, $a : b = b : c$

$\therefore b^2 = ac$

এখন, $\left(\dfrac{a+b}{b+c}\right)^2 = \dfrac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

$= \dfrac{a^2+2ab+b^2}{b^2+2bc+c^2}$

$= \dfrac{a^2+2ab+ac}{ac+2bc+c^2}$

$= \dfrac{a(a+2b+c)}{c(a+2b+c)}$

$= \dfrac{a}{c}$

আবার, $\dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \dfrac{a^2+ac}{ac+c^2}$

$= \dfrac{a(a+c)}{c(a+c)}$

$= \dfrac{a}{c}$

$\therefore \left(\dfrac{a+b}{b+c}\right)^2 = \dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

উদাহরণ ৪. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে, $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{ac+bd}{ac-bd}$

সমাধান: মনে করি, $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = k$

$\therefore a = bk$ এবং $c = dk$

এখন, $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{(bk)^2+b^2}{(bk)^2-b^2} = \dfrac{b^2(k^2+1)}{b^2(k^2-1)} = \dfrac{k^2+1}{k^2-1}$

এবং $\dfrac{ac+bd}{ac-bd} = \dfrac{bk\cdot dk+bd}{bk\cdot dk-bd} = \dfrac{bd(k^2+1)}{bd(k^2-1)} = \dfrac{k^2+1}{k^2-1}$

$\therefore \dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \dfrac{ac+bd}{ac-bd}$

উদাহরণ ৫. সমাধান কর: $\dfrac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\dfrac{1+bx}{1-bx}} = 1$ যেখানে $0 < b < 2a < 2b$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\dfrac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\dfrac{1+bx}{1-bx}} = 1$ ২০২২

বা, $\sqrt{\dfrac{1+bx}{1-bx}} = \dfrac{1+ax}{1-ax}$

বা, $\dfrac{1+bx}{1-bx} = \dfrac{(1+ax)^2}{(1-ax)^2}$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\dfrac{1+bx}{1-bx} = \dfrac{1+2ax+a^2x^2}{1-2ax+a^2x^2}$

বা, $\dfrac{1+bx+1-bx}{1+bx-1+bx} = \dfrac{1+2ax+a^2x^2+1-2ax+a^2x^2}{1+2ax+a^2x^2-1+2ax-a^2x^2}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2}{2bx} = \dfrac{2(1+a^2x^2)}{4ax}$

বা, $2ax = bx(1+a^2x^2)$

বা, $x\{2a - b(1+a^2x^2)\} = 0$

$\therefore\ x = 0$

অথবা, $2a - b(1+a^2x^2) = 0$

বা, $b(1+a^2x^2) = 2a$

বা, $1 + a^2x^2 = \dfrac{2a}{b}$

বা, $a^2x^2 = \dfrac{2a}{b} - 1$

বা, $x^2 = \dfrac{1}{a^2}\left(\dfrac{2a}{b} - 1\right)$

$\therefore x = \pm\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{2a}{b} - 1}$

নির্ণেয় সমাধান $x = 0, \pm\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{2a}{b} - 1}$

উদাহরণ ৬. $\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$ হলে, প্রমাণ কর যে, $p^2 - \dfrac{2p}{x} + 1 = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$

বা, $\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} = \dfrac{p+1}{p-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{2\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} = \dfrac{p+1}{p-1}$

২০২২

বা, $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2} = \frac{p^2+2p+1}{p^2-2p+1}$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{1+x+1-x}{1+x-1+x} = \frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{2x} = \frac{2(p^2+1)}{4p}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{p^2+1}{2p}$

বা, $p^2+1 = \frac{2p}{x}$

$\therefore p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

উদাহরণ ৭. $\frac{a^3+b^3}{a-b+c} = a(a+b)$ হলে প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a^3+b^3}{a-b+c} = a(a+b)$

বা, $\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a-b+c} = a(a+b)$

বা, $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b+c} = a$ [উভয়পক্ষকে $(a+b)$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2-ab+b^2 = a^2-ab+ac$

বা, $b^2 = ac$

$\therefore a, b, c$ ক্রমিক সমানুপাতী।

উদাহরণ ৮. যদি $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $c = a$ অথবা $a+b+c+d = 0$

সমাধান: দেওয়া আছে, $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

বা, $\frac{a+b}{b+c} - 1 = \frac{c+d}{d+a} - 1$ [উভয়পক্ষ থেকে 1 বিয়োগ করে]

বা, $\frac{a+b-b-c}{b+c} = \frac{c+d-d-a}{d+a}$

বা, $\frac{a-c}{b+c} = \frac{c-a}{d+a}$

বা, $\dfrac{a-c}{b+c} = -\dfrac{a-c}{d+a}$

বা, $\dfrac{a-c}{b+c} + \dfrac{a-c}{d+a} = 0$

বা, $(a-c)\left(\dfrac{1}{b+c} + \dfrac{1}{d+a}\right) = 0$

বা, $(a-c)\dfrac{(d+a+b+c)}{(b+c)(d+a)} = 0$

বা, $(a-c)(d+a+b+c) = 0$

বা, $a-c\ = 0$ অথবা $d+a+b+c\ = 0$

$\therefore\ c = a$ অথবা $a+b+c+d = 0$

উদাহরণ ৯. যদি $\dfrac{x}{y+z} = \dfrac{y}{z+x} = \dfrac{z}{x+y}$ এবং x, y, z সকলে পরস্পর সমান না হয়, তবে প্রমাণ কর যে, প্রতিটি অনুপাতের মান -1 অথবা $\dfrac{1}{2}$ এর সমান হবে।

সমাধান: মনে করি, $\dfrac{x}{y+z} = \dfrac{y}{z+x} = \dfrac{z}{x+y} = k$

$\therefore x = k(y+z) \ldots (1)$

$y = k(z+x) \ldots (2)$

$z = k(x+y) \ldots (3)$

সমীকরণ (1) থেকে (2) বিয়োগ করে পাই,

$x - y = k(y-x)$ বা, $k(y-x) = -(y-x)$

$\therefore\ k = -1$

আবার, সমীকরণ $(1), (2)$ ও (3) যোগ করে পাই,

$x+y+z = k(y+z+z+x+x+y) = 2k(x+y+z)$

বা, $k = \dfrac{(x+y+z)}{2(x+y+z)}$

$\therefore\ k = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান -1 অথবা $\dfrac{1}{2}$।

২০২২ **উদাহরণ ১০.** যদি $ax = by = cz$ হয়, তবে দেখাও যে, $\dfrac{x^2}{yz} + \dfrac{y^2}{zx} + \dfrac{z^2}{xy} = \dfrac{bc}{a^2} + \dfrac{ca}{b^2} + \dfrac{ab}{c^2}$

সমাধান: মনে করি, $ax = by = cz = k$

$\therefore x = \frac{k}{a}, y = \frac{k}{b}, z = \frac{k}{c}$

এখন, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{k^2}{a^2} \times \frac{bc}{k^2} + \frac{k^2}{b^2} \times \frac{ca}{k^2} + \frac{k^2}{c^2} \times \frac{ab}{k^2} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$

অর্থাৎ, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$

উদাহরণ ১১. a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতিক এবং $x = \frac{10pq}{p+q}$

ক) দেখাও যে, $\frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

খ) প্রমাণ কর যে, $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$

গ) $\frac{x+5p}{x-5p} + \frac{x+5q}{x-5q}$ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $p \neq q$

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে, $a : b = b : c$ বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ বা, $ac = b^2$

ডানপক্ষ $= \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a^2+ac}{ac+c^2} = \frac{a(a+c)}{c(a+c)} = \frac{a}{c} =$ বামপক্ষ

$\therefore \frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

খ) দেওয়া আছে, a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতিক

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$, যেখানে k একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক

$\therefore \frac{c}{d} = k$ বা, $c = dk$

$\frac{b}{c} = k$ বা, $b = ck = dk \cdot k = dk^2$

$\frac{a}{b} = k$ বা, $a = bk = dk^2 \cdot k = dk^3$

বামপক্ষ $= (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$

$= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\}\{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$

$= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$

$= d^2k^2(k^4 + k^2 + 1)d^2(k^4 + k^2 + 1)$

$= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2$

ডানপক্ষ $= (ab + bc + cd)^2$

$= (dk^3 \cdot dk^2 + dk^2 \cdot dk + dk \cdot d)^2$

$= (d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)^2$

$= \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$

$= d^4k^2(k^4 + k^2 + 1)^2 =$ বামপক্ষ

$\therefore\ (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$

গ) দেওয়া আছে, $x = \dfrac{10pq}{p+q}$

বা, $\dfrac{x}{5p} = \dfrac{2q}{p+q}$

বা, $\dfrac{x+5p}{x-5p} = \dfrac{2q+p+q}{2q-p-q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+5p}{x-5p} = \dfrac{p+3q}{q-p}\ \ldots(1)$

আবার, $x = \dfrac{10pq}{p+q}$

বা, $\dfrac{x}{5q} = \dfrac{2p}{p+q}$

বা, $\dfrac{x+5q}{x-5q} = \dfrac{2p+p+q}{2p-p-q}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\dfrac{x+5q}{x-5q} = \dfrac{3p+q}{p-q}\ \ldots(2)$

এখন (1) ও (2) নং যোগ করে পাই,

$$\frac{x+5p}{x-5p} + \frac{x+5q}{x-5q} = \frac{p+3q}{q-p} + \frac{3p+q}{p-q} = \frac{p+3q}{q-p} - \frac{3p+q}{q-p}$$

২০২২

$$= \frac{p+3q-3p-q}{q-p} = \frac{2q-2p}{q-p} = \frac{2(q-p)}{q-p} = 2 \quad [\because q-p \neq 0]$$

অনুশীলনী ১১.১

১. দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার এবং b মিটার হলে, এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

২. একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, এদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর।

৩. দুইটি সংখ্যার অনুপাত $3:4$ এবং এদের ল.সা.গু. 180। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

৪. একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত $1:4$, অনুপস্থিত শিক্ষার্থী সংখ্যাকে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

৫. একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

৬. পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। 7 বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল $5:2$। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

৭. যদি $a:b=b:c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

ক) $\dfrac{a}{c}=\dfrac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

খ) $a^2b^2c^2\left(\dfrac{1}{a^3}+\dfrac{1}{b^3}+\dfrac{1}{c^3}\right)=a^3+b^3+c^3$

গ) $\dfrac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}=1$

৮. সমাধান কর:

ক) $\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}}=\dfrac{1}{3}$

খ) $\dfrac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}}=\dfrac{b}{x},\ 2a>b>0$ এবং $x\neq 0$

গ) $81\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^3=\dfrac{1+x}{1-x}$

৯. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

ক) $\dfrac{a^3+b^3}{b^3+c^3}=\dfrac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$

খ) $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)=(ab+bc+cd)^2$

১০. $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2,\ a \neq b$

১১. $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

১২. $x = \frac{\sqrt{2a+3b} + \sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b} - \sqrt{2a-3b}}$ হলে, দেখাও যে, $3bx^2 - 4ax + 3b = 0$

১৩. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, দেখাও যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

১৪. $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$।

১৫. $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$।

১৬. $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a = b = c$

১৭. $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x+y+z \neq 0$ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাত $= \frac{1}{a+b+c}$।

১৮. যদি $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$।

১৯. যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$।

২০. যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$।

ধারাবাহিক অনুপাত (Continued Ratio)

মনে কর, রনির আয় 1000 টাকা, সনির আয় 1500 টাকা এবং সামির আয় 2500 টাকা। এখানে, রনির আয় : সনির আয় $= 1000 : 1500 = 2 : 3$; সনির আয় : সামির আয় $= 1500 : 2500 = 3 : 5$। সুতরাং রনির আয় : সনির আয় : সামির আয় $= 2 : 3 : 5$।

দুইটি অনুপাত যদি ক : খ এবং খ : গ আকারের হয়, তাহলে এদেরকে সাধারণত ক : খ : গ আকারে লেখা যায়। একে ধারবাহিক অনুপাত বলা হয়। যেকোনো দুই বা ততোধিক অনুপাতকে এই আকারে

প্রকাশ করা যায়। এখানে লক্ষণীয় যে, দুইটি অনুপাতকে ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি, দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হবে। যেমন, $2:3$ এবং $4:3$ অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশিটিকে দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান করতে হবে। অর্থাৎ ঐ দুইটি রাশিকে এদের ল.সা.গু. এর সমান করতে হবে।

এখানে, $3, 4$ এর ল.সা.গু. 12

এখন, $2:3 = \frac{2}{3} = \frac{2\times 4}{3\times 4} = \frac{8}{12} = 8:12$

আবার, $4:3 = \frac{4}{3} = \frac{4\times 3}{3\times 3} = \frac{12}{9} = 12:9$

অতএব $2:3$ এবং $4:3$ অনুপাত দুইটি ক : খ : গ আকারে হবে $8:12:9$

লক্ষ করি যে, উপরের উদাহরণে সামির আয় যদি 1125 টাকা হয়, তাহলে তাদের আয়ের অনুপাতও $8:12:9$ আকারে লেখা যাবে।

উদাহরণ ১২. ক, খ ও গ এক জাতীয় রাশি এবং ক : খ = $3:4$, খ : গ = $6:7$ হলে, ক : খ : গ কত?

সমাধান: ক : খ $= \frac{3}{4} = \frac{3\times 3}{4\times 3} = \frac{9}{12}$ এবং খ : গ $= \frac{6}{7} = \frac{6\times 2}{7\times 2} = \frac{12}{14}$ [এখানে 4 ও 6 এর ল. সা. গু. 12]

$\therefore$ ক : খ : গ = $9:12:14$

উদাহরণ ১৩. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের অনুপাত $3:4:5$, কোণ তিনটি ডিগ্রিতে প্রকাশ কর।

সমাধান: মনে করি, প্রদত্ত অনুপাত অনুসারে কোণ তিনটি যথাক্রমে $3x$, $4x$ এবং $5x$। ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = $180°$।

প্রশ্নানুসারে, $3x + 4x + 5x = 180°$ বা, $12x = 180°$ বা, $x = 15°$

অতএব, কোণ তিনটি হল,

$3x = 3 \times 15° = 45°$

$4x = 4 \times 15° = 60°$

এবং $5x = 5 \times 15° = 75°$

উদাহরণ ১৪. যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ 10% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: মনে করি, বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a মিটার। সুতরাং, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল a^2 বর্গমিটার। 10% বৃদ্ধি পেলে প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য হয় ($a + a$ এর 10%) মিটার বা $1.10a$ মিটার।

২০২২

তখন, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $(1.10a)^2$ বর্গমিটার বা $1.21a^2$ বর্গমিটার

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় $(1.21a^2 - a^2) = 0.21a^2$ বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল শতকরা বৃদ্ধি পাবে $\dfrac{0.21a^2}{a^2} \times 100\% = 21\%$

কাজ:

ক) তোমার শ্রেণিতে 35 জন ছাত্র ও 25 জন ছাত্রী আছে। বনভোজনে খিচুরি খাওয়ার জন্য প্রত্যেক ছাত্র ও ছাত্রীর প্রদত্ত চাল ও ডালের অনুপাত যথাক্রমে $3:1$ এবং $5:2$ হলে, মোট চাল ও মোট ডালের অনুপাত বের কর।

খ) একজন কৃষকের জমিতে উৎপাদিত মসুর, সরিষা ও ধানের পরিমান যথাক্রমে 75 কে.জি., 100 কে.জি. এবং 525 কে.জি.। ফসলগুলো যথাক্রমে 100, 120 ও 30 টাকা করে বিক্রয় করলো। সব ফসল বিক্রি করার পর ঐগুলো হতে প্রাপ্ত আয়ের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমানুপাতিক ভাগ

কোনো রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ বলা হয়। S কে $a:b:c:d$ অনুপাতে ভাগ করতে হলে, S কে মোট $a+b+c+d$ ভাগ করে যথাক্রমে a, b, c ও d ভাগ নিতে হয়। অতএব,

১ম অংশ $= S$ এর $\dfrac{a}{a+b+c+d} = \dfrac{Sa}{a+b+c+d}$

২য় অংশ $= S$ এর $\dfrac{b}{a+b+c+d} = \dfrac{Sb}{a+b+c+d}$

৩য় অংশ $= S$ এর $\dfrac{c}{a+b+c+d} = \dfrac{Sc}{a+b+c+d}$

৪র্থ অংশ $= S$ এর $\dfrac{d}{a+b+c+d} = \dfrac{Sd}{a+b+c+d}$

এভাবে যেকোনো রাশিকে যেকোনো নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করা যায়।

উদাহরণ ১৫. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল 12 হেক্টর এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 500 মিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে $3:4$ এবং $2:3$।

ক) প্রদত্ত আয়তাকার জমিটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

খ) অপর জমিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত জমিটির প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) আমরা জানি, 1 হেক্টর $= 10,000$ বর্গমিটার

$\therefore\ 12$ হেক্টর $= 12 \times 10,000 = 120000$ বর্গমিটার

খ) দেওয়া আছে, প্রদত্ত জমির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে $3:4$ এবং $2:3$।

মনে করি, প্রদত্ত জমির দৈর্ঘ্য $3x$ মিটার এবং প্রস্থ $2y$ মিটার।

সুতরাং, অপর জমির দৈর্ঘ্য $4x$ মিটার এবং প্রস্থ $3y$ মিটার।

$\therefore$ প্রদত্ত জমির ক্ষেত্রফল $= 3x \cdot 2y = 6xy$ বর্গমিটার

এবং অপর জমির ক্ষেত্রফল $= 4x \cdot 3y = 12xy$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $6xy = 120000$ বা, $xy = 20000$

$\therefore$ অপর জমির ক্ষেত্রফল $= 12xy = 12 \times 20000 = 240000$ বর্গমিটার

গ) মনে করি, প্রদত্ত জমির দৈর্ঘ্য $3x$ মিটার এবং প্রস্থ $2y$ মিটার।

সুতরাং, জমিটির একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{(3x)^2 + (2y)^2}$ মিটার

(খ) থেকে পাই, $xy = 20000$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(3x)^2 + (2y)^2} = 500$

বা, $9x^2 + 4y^2 = 250000$

বা, $(3x + 2y)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y = 250000$

বা, $(3x + 2y)^2 - 12xy = 250000$

বা, $(3x + 2y)^2 - 12 \times 20000 = 250000$

বা, $(3x + 2y)^2 = 250000 + 240000$

বা, $(3x + 2y)^2 = 490000$

বা, $3x + 2y = 700 \cdots (1)$

আবার, $(3x - 2y)^2 = (3x + 2y)^2 - 4 \cdot 3x \cdot 2y$

বা, $(3x - 2y)^2 = (3x + 2y)^2 - 24xy$

বা, $(3x - 2y)^2 = (700)^2 - 24 \times 20000$

বা, $(3x - 2y)^2 = 490000 - 480000$

বা, $(3x - 2y)^2 = 10000$

বা, $3x - 2y = 100 \ldots (2)$ ২০২২

(1) নং থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$4y = 600$ বা, $y = 150$

$\therefore$ প্রদত্ত জমিটির প্রস্থ $2y = 2 \times 150 = 300$ মিটার।

অনুশীলনী ১১.২

১. a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $a^2 = bc$ খ) $b^2 = ac$

গ) $ab = bc$ ঘ) $a = b = c$

২. আরিফ ও আকিবের বয়সের অনুপাত $5 : 3$, আরিফের বয়স 20 বছর হলে, কত বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত $7 : 5$ হবে?

ক) 5 বছর খ) 6 বছর

গ) 8 বছর ঘ) 10 বছর

৩. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে তার ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

ক) 2 গুণ খ) 3 গুণ

গ) 4 গুণ ঘ) 6 গুণ

৪. $x : y = 7 : 5$, $y : z = 5 : 7$ হলে $x : z =$ কত?

ক) $35 : 49$ খ) $35 : 35$

গ) $25 : 49$ ঘ) $49 : 25$

৫. b, a, c ক্রমিক সমানুপাতিক হলে

(i) $a^2 = bc$

(ii) $\dfrac{b}{a} = \dfrac{c}{a}$

(iii) $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+a}{c-a}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i ও ii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬. $x : y = 2 : 1$ এবং $y : z = 2 : 1$ হলে

(i) x, y, z ক্রমিক সমানুপাতিক

(ii) $z : x = 1 : 4$

(iii) $y^2 + zx = 4yz$

নিচের কোনটি সঠিক?

২০২২

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭. $\frac{a}{x} = \frac{m^2+n^2}{2mn}$ হলে, $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} =$ কত?

ক) $\frac{m}{n}$ খ) $\frac{m+n}{m-n}$ গ) $\frac{m-n}{m+n}$ ঘ) $\frac{n}{m}$

একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 36 সে.মি. এবং বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3:4:5$ হলে, নিচের ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৮. ত্রিভুজটির বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক) 5 খ) 9 গ) 12 ঘ) 15

৯. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক) 6 খ) 54 গ) 67 ঘ) 90

১০. 1 ঘন সে.মি. কাঠের ওজন 7 ডেসিগ্রাম। কাঠের ওজন সমআয়তন পানির ওজনের শতকরা কত ভাগ?

১১. ক, খ, গ, ঘ এর মধ্যে 300 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও যেন, ক এর অংশ : খ এর অংশ $= 2:3$, খ এর অংশ : গ এর অংশ $= 1:2$ এবং গ এর অংশ : ঘ এর অংশ $= 3:2$ হয়।

১২. তিনজন জেলে 690 টি মাছ ধরেছে। তাদের অংশের অনুপাত $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ এবং $\frac{5}{6}$ হলে, কে কয়টি মাছ পেল?

১৩. একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 45 সে.মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত $3:5:7$ হলে, প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৪. দুইটি সংখ্যার অনুপাত $5:7$ এবং এদের গ.সা.গু. 4 হলে, সংখ্যা দুইটির ল.সা.গু. কত?

১৫. ক্রিকেট খেলায় সাকিব, মুশফিকুর ও মাশরাফী 171 রান করলো। সাকিব ও মুশফিকুরের এবং মুশফিকুর ও মাশরাফীর রানের অনুপাত $3:2$ হলে কে কত রান করেছে?

১৬. একটি অফিসে 2 জন কর্মকর্তা, 7 জন অফিস সহকারী এবং 3 জন অফিস সহায়ক আছে। একজন অফিস সহায়ক 1 টাকা পেলে একজন অফিস সহকারী পায় 2 টাকা, একজন কর্মকর্তা পায় 4 টাকা। তাদের সকলের মোট বেতন $150,000$ টাকা হলে, কে কত বেতন পায়?

১৭. যদি কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ 20% বৃদ্ধি পায়, তবে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

১৮. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10% হ্রাস পেলে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

১৯. একটি মাঠের জমিতে সেচের সুযোগ আসার আগের ও পরের ফলনের অনুপাত $4:7$। ঐ মাঠে যে জমিতে আগে 304 কুইন্টাল ধান ফলতো, সেচ পাওয়ার পরে তার ফলন কত হবে?

২০. ধান ও ধান থেকে উৎপন্ন চালের অনুপাত $3:2$ এবং গম ও গম থেকে উৎপন্ন সুজির অনুপাত $4:3$ হলে, সমান পরিমাণের ধান ও গম থেকে উৎপন্ন চাল ও সুজির অনুপাত বের কর।

২০২২

২১. একটি জমির ক্ষেত্রফল 432 বর্গমিটার। ঐ জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে অপর একটি জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যথাক্রমে $3:4$ এবং $2:5$ হলে, অপর জমির ক্ষেত্রফল কত?

২২. জেমি ও সিমি একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 10% সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেয়। জেমি 2 বছর পর মুনাফা-আসলে যত টাকা শোধ করে 3 বছর পর সিমি মুনাফা-আসলে তত টাকা শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর।

২৩. একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $5:12:13$ এবং পরিসীমা 30 সে.মি.

ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং কোণ ভেদে ত্রিভুজটি কি ধরনের তা লিখ।

খ) বৃহত্তর বাহুকে দৈর্ঘ্য এবং ক্ষুদ্রতর বাহুকে প্রস্থ ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের কর্ণের সমান বাহুবিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ) উক্ত আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% এবং প্রস্থ 20% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

২৪. একদিন কোন ক্লাসে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত $1:4$

ক) অনুপস্থিত শিক্ষার্থীদেরকে মোট শিক্ষার্থীর শতকরায় প্রকাশ কর।

খ) 5 জন শিক্ষার্থীর বেশি উপস্থিত হলে অনুপস্থিত ও উপস্থিত শিক্ষার্থীর অনুপাত হত $1:9$। মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

গ) মোট শিক্ষার্থীর মধ্যে ছাত্র সংখ্যা ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 জন কম। ছাত্র ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় কর।

২৫. আশিক, মিজান, অনিকা ও অহনা মোট 132500 টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে এবং এক বছর শেষে 26500 টাকা লাভ হয়। উক্ত ব্যবসায় মূলধনে আশিকের অংশ : মিজানের অংশ $= 2:3$, মিজানের অংশ : অনিকার অংশ $= 4:5$ এবং অনিকার অংশ : অহনার অংশ $= 5:6$

ক) মূলধনের সরল অনুপাত নির্ণয় কর।

খ) উক্ত ব্যবসায় প্রত্যেকের মূলধন নির্ণয় কর।

গ) বছর শেষে লভ্যাংশের 60% উক্ত ব্যবসায় বিনিয়োগ করা হল। অবশিষ্ট লভ্যাংশ মূলধনের সরল অনুপাতে বিভক্ত হলে অহনা ও আশিকের লভ্যাংশের মধ্যে কে কত টাকা বেশি লাভ পাবে?