সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ

১. 12 সেমি লম্বা কোণকাকৃতি একটি গাজরের বোঁটার দিকে ভূমির ব্যাস 2.5 সেমি। গাজরটির আয়তন কত?

সমাধানঃ

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = $^1/_3\pi r^2h$ ঘন একক

এখন গাজরটি কোণকাকৃতি, সুতরাং প্রশ্নমতে,

h = 12 সেমি; r = 2.5 সেমি এবং π = 3.1416

গাজরটির আয়তন

= $^1/_3\pi r^2h$ ঘন সেমি

= $^1/_3\times3.1416\times(2.5)^2\times12$ ঘন সেমি

= 78.54 ঘন সেমি।

২. চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল 1256.64 বর্গসেমি এবং হেলানো তলের দৈর্ঘ্য 26 সেমি।

(i) ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে 1.50 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা খরচ হবে?

(ii) ঘনবস্তুটিতে কতটুকু প্লাস্টিক আছে?

সমাধানঃ

চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটি কোণক আকৃতির।

আমরা জানি,

কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক; এখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।

$\because \pi r^2 = 1256.64$

বা, $r^2 = 400$ [$\because\pi=3.1416$]

বা, r = 20 সেমি।

আবার,

কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl বর্গ একক;

যেখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ, l = হেলানো উচ্চতা।

∵ ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= πrl

= $3.1416\times20\times26$ [$\because l=26$ সেমি, দেওয়া আছে]

= 1633.632 বর্গ সেমি।

(ক)

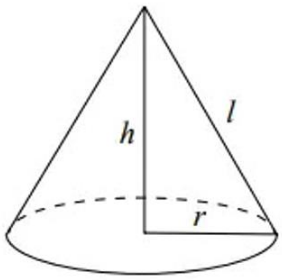
ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50 টাকা

∵ ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1633.632 বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50×1633.632 টাকা = 2450.448 টাকা।

(খ)

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = $^1/_3\pi r^2h$ ঘন একক; এখানে, h = কোণকের উচ্চতা, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।



আবার, কোণকের ক্ষেত্রে,

$l^2 = h^2 + r^2$ [$\because$l=হেলানো উচ্চতা, h=উচ্চতা, r= ভূমির ব্যাসার্ধ]

বা, $h^2 = l^2 - r^2$

বা, $h^2 = 26^2 - 20^2$

বা, $h^2 = 276$

বা, $h = \sqrt{276}$ সেমি।

তাহলে, ঘনবস্তুটির আয়তন

= $^1/_3\pi r^2h$

= $^1/_3\times3.1416\times20^2\times\sqrt{276}$

= 6958.957 ঘন সেমি (প্রায়)

∵ ঘনবস্তুটিতে প্লাস্টিক আছে 6958.957 ঘন সেমি (প্রায়)

৩. একটি প্লাস্টিকের নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি। গোলকটিকে গলিয়ে 7 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, ফাঁপা গোলকের প্লাস্টিকের পুরুত্ব নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

গোলকের আয়তন $= {}^4/_3\pi r^3$ ঘন একক; এখানে, r = গোলকের ব্যাসার্ধ।

তাহলে, 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$= {}^4/_3 \times 3.1416 \times 6^3$ ঘন সেমি

= 904.7808 ঘন সেমি।

এবং, 7 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$= {}^4/_3 \times 3.1416 \times 7^3$ ঘন সেমি

= 1436.7584 ঘন সেমি।

এখন, 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি নিরেট কিন্তু 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি ফাঁপা এবং 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক দিয়েই 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক তৈরি করা হয়েছে।

∵ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের ফাঁপা অংশের আয়তন

= 1436.7584 ঘন সেমি – 904.7808 ঘন সেমি

= 531.9776 ঘন সেমি।

এখন ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ = r_1 হলে,

∵ ${}^4/_3 \times 3.1416 \times r_1^3 = 531.9776$

বা, $r_1^3 = 127$

বা, $r_1 = 5.02652$ সেমি (প্রায়)

∵ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের পুরুত্ব

= (7 - 5.02652) সেমি (প্রায়)

= 1.97348 সেমি (প্রায়)

৪. চারটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 3 সেমি, 8 সেমি, 13 সেমি ও r সেমি। গোলক চারটিকে গলিয়ে 14 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নতুন আরেকটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে r এর মান কত?

সমাধানঃ

আমরা জানি,

কোণ গোলকের ব্যাসার্ধ a হলে, এর আয়তন $= {}^4/_3\pi a^3$ ঘন একক।

এখন, শর্তমতে,

চারটি নিরেট গোলকের আয়তন = চারটি গোলক দ্বারা তৈরি নতুন একটি গোলকের আয়তন

বা, ${}^4/_3\pi 3^3 + {}^4/_3\pi 8^3 + {}^4/_3\pi 13^3 + {}^4/_3\pi r^3 = {}^4/_3\pi 14^3$

বা, ${}^4/_3\pi(3^3+8^3+13^3+r^3) = {}^4/_3\pi 14^3$

বা, $(3^3+8^3+13^3+r^3) = 14^3$

বা, $27+512+2197+r^3 = 2744$

বা, $r^3 = 2744 - 27-512-2197$

বা, $r^3 = 8$

বা, r = 2

৫. একটি সুষম সপ্তভুজাকার প্রিজম আকৃতির অ্যাকুরিয়ামের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং উচ্চতা 1 মি। প্রতি বর্গসেমি 2টাকা হিসাবে অ্যাকুরিয়ামটির পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে মোট কত টাকা খরচ হবে? অ্যাকুরিয়ামটির তিন-চতুর্থাংশ পানিপূর্ণ করতে কত লিটার পানি লাগবে? [1000 ঘনসেমি = 1লিটার।]

সমাধানঃ

আমরা জানি,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2×(ভূমির ক্ষেত্রফল) + সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

এখন,

সুষম প্রিজমের ভূমির বাহুর সংখ্যা n এবং প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 × (ভূমির ক্ষেত্রফল) + (na × h) বর্গ একক

∵ সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

= (na × h) বর্গ সেমি [এখানে, n=7, a=25 সেমি, h=1 মি = 100 সেমি]

= 7×25×100 বর্গ সেমি

= 17500 বর্গ সেমি।

এখন,

অ্যাকুরিয়ামটির 1 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2 টাকা

∵ অ্যাকুরিয়ামটির 17500 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2×17500 টাকা = 35000 টাকা।

আবার,

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল×উচ্চতা

এবং, n সংখ্যক a দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $(na^2/4)\cot(180°/n)$

∵ অ্যাকুরিয়ামটির আয়তন

= $(na^2/4)\cot(180°/n)\times h$

= $(7\times25^2/4)\cot(180°/7)\times100$

= 227119.527 ঘন সেমি।

এখন অ্যাকুরিয়ামটির এক তৃতীয়াংশ আয়তন

= $^1/_3\times227119.527$ ঘন সেমি।

= 75706.509 ঘন সেমি।

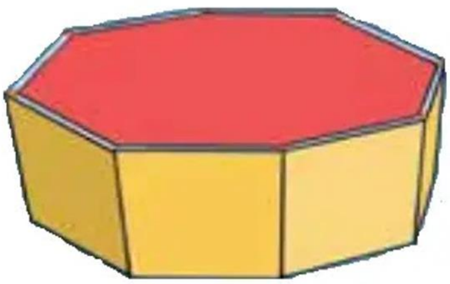
আবার,

1000 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে 1 লিটার

∵1 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে $^1/_{1000}$ লিটার

∵75706.509 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে $(^1/_{1000})\times75706.509$ লিটার = 75.706809 লিটার

৬. চিত্রের সুষম প্রিজমের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার।



(i) প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো।

(ii) প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

(iii) প্রিজমটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ(i)

চিত্রে, প্রিজমটির বাহুর সংখ্যা n = 8

ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সেমি

∵ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল

= $(na^2/4)\cot(180°/n)$

= $(8\times5^2/4)\cot(180°/8)$

= 120.710678 বর্গ সেমি (প্রায়)

প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল

= 2×120.710678 বর্গ সেমি (প্রায়)

= 241.421356 বর্গ সেমি (প্রায়)

(ii) দেওয়া আছে, প্রিজমটির পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার অর্থাৎ পার্শ্বতলের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি। সুতরাং প্রিজমটির উচ্চতা h = 5 সেমি।

∵ প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= nah বর্গ সেমি

= 8×5×5 বর্গ সেমি

= 200 বর্গ সেমি

(iii) প্রিজমটির আয়তন

= ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 120.710678×5 ঘন সেমি [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

= 603.55339 ঘন সেমি (প্রায়)

৭. 8√2 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে √66 মিটার উঁচু একটি খুটি স্থাপন ক'রে তাবুটি নির্মাণ করা হয়েছে।

(i) তাবুটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

সমাধানঃপ্রশ্ন অনুসারে তাবুটি পিরামিড আকৃতির যার ভূমির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8√2 মিটার।

এর উচ্চতা h = √66 মিটার যা বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে একটি খুটি।

অর্থাৎ, খুটিটি বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণদয়ের ছেদবিন্দুতে বা যেকোণ কর্ণের মাঝ বিন্দুতে অবস্থান করছে।

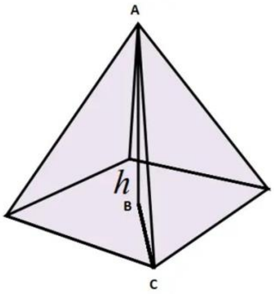
এখন, আমরা জানি,

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$

তাহলে, প্রদত্ত ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $8\sqrt{2}.\sqrt{2}$ মিটার = 16 মিটার।

এবং, কর্ণের অর্ধাংশের দৈর্ঘ্য = $^{16}/_{2}$ মিটার = 8 মিটার।

এখন নিম্নোক্ত চিত্রটি লক্ষ্য করি এবং পিরামিডটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিঃ



AB = h = $\sqrt{66}$ মিটার যা ভূমির উপর লম্ব

BC = 8 মিটার যা কর্ণের অর্ধেক

AC = পিরামিডের ধার যা নির্নয় করতে হবে।

চিত্রমতে,

$AC^2=AB^2+BC^2$

বা, $AC^2=(\sqrt{66})^2+(8)^2$

বা, $AC^2=66+16$

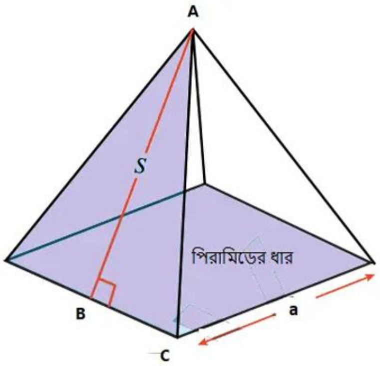
বা, $AC^2=82$

বা, $AC=\sqrt{82}$ মিটার

(ii) প্রতি বর্গমিটার 200 টাকা হিসাবে কত টাকার কাপড় কিনতে হয়েছে?

সমাধানঃ

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি,



AB = S = হেলানো উচ্চতা

AC = পিরামিডের ধার

BC = ½×ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য

এবং এখানে, $S = AC^2 - BC^2$

এখন প্রদত্ত পিরামিডের হেলানো উচ্চতার ক্ষেত্রে,

$S^2 = (\sqrt{82})^2 - \{½(8\sqrt{2})\}^2$ [মান বসিয়ে]

বা, $S^2 = 82 - 32$

বা, $S^2 = 50$

বা, $S = \sqrt{50}$

এখন,

পিরামিডটির পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ½(ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

= $½ \times 4\times8\sqrt{2} \times \sqrt{50}$ বর্গ মিটার

= 160 বর্গ মিটার।

এখন,

1 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200 টাকা

∵ 160 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200×160 টাকা = 32000 টাকা

(iii) তাবুটির মধ্যে কতটুকু বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে তা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

পিরামিডের আয়তন = $^{1}/_{3}$×(ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা) ঘন একক

∵ তাবুটির আয়তন

= $^{1}/_{3} \times (8\sqrt{2})^2 \times \sqrt{66}$ ঘন মিটার [মান বসিয়ে]

= 30.6376 ঘন মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ,

তাবুটির মধ্যে প্রায় 30.6376 ঘন মিটার বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে।

৮. $\sqrt{67}$ মিটার ধারবিশিষ্ট একটি পিরামিড 6 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর অবস্থিত।

(i) পিরামিডটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

পিরামিডের ধার = $\sqrt{67}$ মিটার

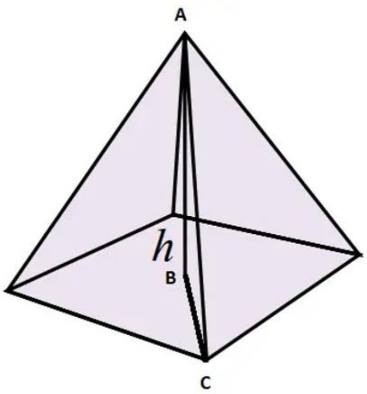
ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

যেহেতু পিরামিডটির ভূমি বর্গাকৃতি সেহেতু এর উচ্চতা রেখার নিম্ন বিন্দুর অবস্থান ভুমির কর্ণের দৈর্ঘ্যের মাঝ বিন্দুতে পাব।

বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times 6$ মিটার।

$\because$ কর্ণের অর্ধেক = $\sqrt{2} \times 3$ মিটার = $3\sqrt{2}$ মিটার।

এবার নিচের চিত্রটি লক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে,

AC = $\sqrt{67}$ মিটার; BC = $3\sqrt{2}$ মিটার

$\because AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (\sqrt{67})^2 - (3\sqrt{2})^2$

বা, $AB^2 = 67 - 18$

বা, $AB^2 = 49$

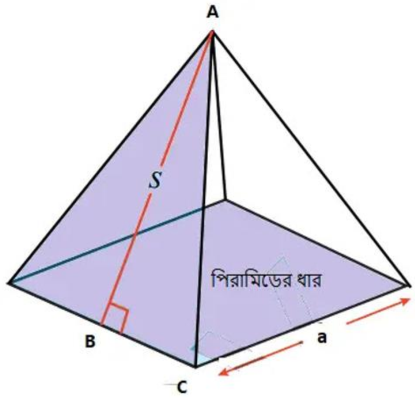
বা, AB = 7 মিটার।

$\therefore$পিরামিডটিরউচ্চতা 7 মিটার।

(ii) পিরামিড টির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

নিচের চিত্র টিলক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে আমরা প্রদত্ত পিরামিডের ক্ষেত্রে লিখতে পারি,

AC = $\sqrt{67}$ মিটার = পিরামিডের ধার

BC = $^6/_2$ মিটার = 3 মিটার = ভূমির বাহুর অর্ধাংশ

$AB^2 = S^2 = AC^2 - BC^2$

$S^2 = (\sqrt{67})^2 - 3^2$

$S^2 = 67 - 9$

$S^2 = 58$

S = $\sqrt{58}$ মিটার।

$\therefore$ পিরামিডের হেলানো উচ্চতা S = $\sqrt{58}$ মিটার।

এখন,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + ½(ভূমির পরিসীমা×হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

= $6^2 + ½(4 \times 6 \times \sqrt{58})$ বর্গ মিটার

= 36 + 91.389277 বর্গ মিটার

= 127.38927 বর্গ মিটার (প্রায়)

(iii) পিরামিডটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(i) নং থেকে পাই,

পিরামিডের উচ্চতা = 7 মিটার।

বর্গাকৃতি ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

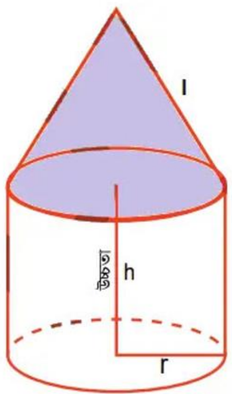
$\because$ পিরামিডটির আয়তন

= $^1/_3$(ভূমির ক্ষেত্রফল×উচ্চতা) ঘন মিটার

$= {}^{1}/_{3} \times 6^2 \times 7$ ঘন মিটার

$= 84$ ঘন মিটার

৯. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের ভূমির ব্যাস 4 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার। উপরের অংশের হেলানো উচ্চতা 3 মিটার।



(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গমিটারে 450 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটির নিম্নের অংশটিকে সিলিন্ডার বা বেলন বলে।

যার ব্যাস = 4 মিটার;

∵ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ $r = {}^{4}/_{2}$ মিটার = 2 মিটার।

এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা $h = 5$ মিটার।

∵ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2\pi rh$ বর্গ মিটার

$= 2\times3.1416\times2\times5$ বর্গ মিটার [$\because \pi=3.1416$]

$= 62.832$ বর্গ মিটার

এখন,

বক্রতল রং করতে 1 বর্গমিটারে খরচ হয় 450 টাকা

∵ বক্রতল রং করতে 62.832 বর্গমিটারে খরচ হয় 450×62.832 টাকা = 28274.4 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটি একটি কোণক ও একটি বেলনের সমন্বয়ে গঠিত যেখানে বেলনের একটি ভূমি ও কোণকের ভূমি একই।

অর্থাৎ, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ = কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ

$= r = 2$ মিটার [(i) নং থেকে পাই]

এছাড়া দেওয়া আছে,

গোলকের হেলানো উচ্চতা $l = 3$ মিটার

∵ ঘনবস্তুটির ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল [উল্লেখ্যঃ কোণকের ভূমি যেহেতু কোণক ও বেলনের মাঝে যুক্ত তাই এর ক্ষেত্রফল হিসাবের দরকার নাই]

$= \pi rl + 62.832 + \pi r^2$ [∵62.832 এর মান (i) নং থেকে পাই]

$= 3.1416\times2\times3 + 62.832 + 3.1416\times2^2$ বর্গ মিটার

$= 18.8496 + 62.832 + 12.5664$ বর্গ মিটার

$= 94.248$ বর্গ মিটার

(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কোণকের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 2$ মিটার

হেলানো উচ্চতা $l = 3$ মিটার

কোণকের উচ্চতা h_1 হলে,

$l^2 = h_1^2 + r^2$

বা, $3^2 = h_1^2 + 2^2$

বা, $9 = h_1^2 + 4$

বা, $h_1^2 = 5$

বা, $h_1 = \sqrt{5}$

বেলনের ক্ষেত্রে,

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 2$ মিটার

উচ্চতা $h = 5$ মিটার

∵ ঘনবস্তুটির আয়তন

= বেলনের আয়তন + কোণকের আয়তন

= $\pi r^2 h + {}^1/_3 \pi r^2 h_1$

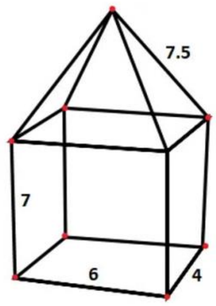
= $3.1416\times2^2\times5 + {}^1/_3\times3.1416\times2^2\times\sqrt{5}$

= 62.832 + 9.36644

= 72.19844 ঘন মিটার (প্রায়)

[বিদ্রঃ এই প্রশ্নে ভূমির ব্যাস না থেকে যদি ব্যাসার্ধ 4 মিটার থাকতো তাহলে চিত্র ও প্রশ্ন অধিকতর সুন্দর ও সাবলিল হতো। সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধ্যায়ের সমাধানে কোন ভূল বা ইস্যু পেলে সত্তর আমাদের জানানোর অনুরোধ থাকলো, আমরা সর্বদা সঠিকতা বজায় রাখতে বদ্ধ পরিকর।]

১০. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি যে আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মিটার ও 4 মিটার এবং নিচের অংশের উচ্চতা 7 মিটার। উপরের অংশের ধারের দৈর্ঘ্য 7.5 মিটার।



(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটারে 2250 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ একটি প্রিজম আকৃতির যার

দৈর্ঘ্য = 6 মিটার; প্রস্থ = 4 মিটার ও উচ্চতা = 7 মিটার।

∵ ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ এর চারটি আয়তাকার পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (6+4+6+4)×7

= 20×7

= 140 বর্গ মিটার

এখন,

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে,

1 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250 টাকা

∴ 140 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250×140 টাকা = 315000 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি বিষম পিরামিড যার

প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য = 7.5 মিটার;

ভূমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 মিটার এবং অন্য বাহুটির দৈর্ঘ্য = 6 মিটার।

আমরা জানি,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ${}^b/_4\sqrt{(4a^2-b^2)}$ যেখানে a স্মদ্বিবাহু ও b ভূমি বা বিষমবাহু নির্দেশ করে।

তাহলে,

পিরামিডের 4 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= $2\times{}^4/_4\sqrt{\{4.(7.5)^2-4^2\}}$

= $2\sqrt{\{4\times56.25-16\}}$

= $2\sqrt{209}$

= 28.91366 বর্গ মিটার (প্রায়)

পিরামিডের 6 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= $2\times{}^6/_4\sqrt{\{4.(7.5)^2-6^2\}}$

= $3\sqrt{\{4\times56.25-36\}}$

= $3\sqrt{189}$

= 41.24318 বর্গ মিটার (প্রায়)

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল

= 6×4 বর্গ মিটার

= 24 বর্গ মিটার

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= (28.91366 + 41.24318 + 24) বর্গ মিটার

= 94.15684 বর্গ মিটার (প্রায়)

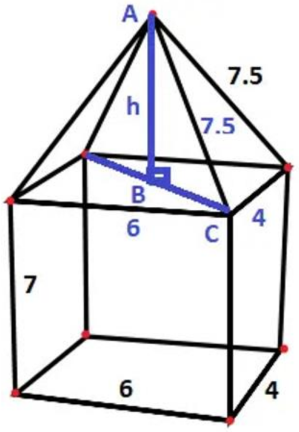
(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= বিষম পিরামিডের আয়তন + প্রিজমের ক্ষেত্রফল

এখন, পিরামিডের আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, সমান ধারবিশিষ্ট পিরামিডের শীর্ষ থেকে ভূমিতে লম্ব আকলে তা ভূমির কর্ণের মধ্যবিন্দুতে পতিত হবে। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করিঃ-



পিরামিডের ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(6^2+4^2)}$ মিটার = $\sqrt{52}$ মিটার = $2\sqrt{13}$ মিটার।

চিত্র অনুসারে,

BC = $\sqrt{13}$ মিটার; AC = 7.5 মিটার

$AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (7.5)^2 - (\sqrt{13})^2$

বা, $AB^2 = 43.25$

বা, AB = h = $\sqrt{43.25}$ মিটার

∵বিষমপিরামিডটিরআয়তন

= $^1/_3$×ভূমিরক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= $^1/_3$×(6×4)× $\sqrt{43.25}$ ঘনমিটার

= 52.6117857 ঘনমিটার (প্রায়)

এবং,

প্রিজমটিরআয়তন

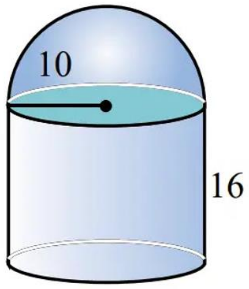
= ভূমিরক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 6×4×7 ঘনমি

= 168 ঘনমি

∵ঘনবস্তুটিরআয়তন = (52.6117857 + 168) ঘনমি = 220.611786 ঘনমি।

১১. চিত্রের যৌগিক ঘন বস্তুটির ভূমির ব্যাসার্ধ 10 সেন্টিমিটার এবং নিম্নাংশের উচ্চতা 16 সেন্টিমিটার।



(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার হলে ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

যেহেতু ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার সেহেতু এর ব্যাসার্ধ এই অর্ধগোলাকারের উচ্চতা হবে।

চিত্র অনুসারে,

অর্ধগোলাকারের উচ্চতা = ব্যাসার্ধ = 10 সেমি।

এবং ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের উচ্চতা = 16 সেমি।

তাহলে,

ঘনবস্তুটির উচ্চতা = 10+16 সেমি = 26 সেমি।

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি অর্ধগোলক যার

ব্যাসার্ধ r = 10 সেমি

∵ অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল

= $2\pi r^2$ বর্গ সেমি

= $2\times3.1416\times10^2$ বর্গ সেমি

= 628.32 বর্গ সেমি

আবার,

অর্ধগোলকের ভূমির ক্ষেত্ররফল

$= \pi r^2$ বর্গ সেমি

$= 3.1416 \times 10^2$ বর্গ সেমি

= 314.16 বর্গ সেমি

অর্ধগোলকের ক্ষেত্রফল = (628.32+314.16) বর্গ সেমি

= 942.48 বর্গ সেমি.

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে একটি অর্ধগোলকের পৃষ্টতল, একটি সিলিন্ডারের বক্রতল ও সর্বনিম্নে বৃত্তাকার ভূমির তল আছে।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল +সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বৃত্তাকার ভূমির ক্ষেত্রফল

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2$ বর্গ সেমি

$= 2 \times 3.1416 \times 10^2 + 2 \times 3.1416 \times 10 \times 16 + 3.1416 \times 10^2$ বর্গ সেমি

= 1319.472 বর্গ সেমি

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= অর্ধগোলকটির আয়তন + সিলিন্ডারটির আয়তন

এখন, আমরা জানি,

গোলকের আয়তন (ব্যাসার্ধ r হলে) $= {}^4/_3\, \pi r^3$ ঘন একক।

∵ অর্ধগোলকের আয়তন $= {}^4/_6\, \pi r^3$ ঘন একক।

এবং,

সিলিন্ডারের আয়তন (ব্যাসার্ধ r ও উচ্চতা h হলে) $= \pi r^2 h$ ঘন একক।

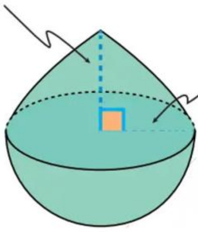
∵ ঘনবস্তুটির আয়তন

$= ({}^4/_6\, \pi r^3 + \pi r^2 h)$ ঘন একক

$= ({}^4/_6 \times 3.1416 \times 10^3 + 3.1416 \times 10^2 \times 16)$ ঘন একক

= 7120.96 ঘন একক।

১২. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।



(i) ঘনবস্তুটির হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার উচ্চতা h = 10 cm;

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 10 cm

এবং এর হেলানো উচ্চতা l হলে চিত্র অনুসারে পাই,

$l^2 = h^2 + r^2$

বা, $l^2 = 10^2 + 10^2$

বা, $l^2 = 200$

বা, $l = \sqrt{200} = 14.1421356$ cm [প্রায়]

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= (\pi r^2 + \pi rl)$ বর্গ একক

$= (3.1416 \times 10^2 + 3.1416 \times 10.\sqrt{200})$ বর্গ সেমি

= 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে দুইটি তল আছে, একটি হলো কোণকের বক্রতল ও অপরটি হলো অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল

= $(\pi rl + 2\pi r^2)$ বর্গ একক

= $(3.1416\times10\times\sqrt{200} + 2\times3.1416\times10^2)$ বর্গ সেমি [(i) নং থেকে l ও চিত্র হতে r এর মান বসিয়ে]

= 1072.60933 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

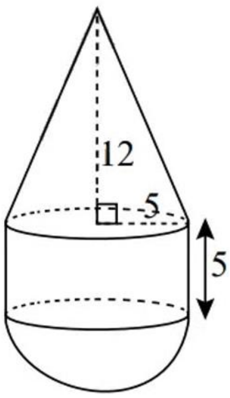
= কোণকটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

= $({}^1/_3\pi r^2h + {}^2/_3\pi r^2)$ ঘন একক

= $({}^1/_3\times3.1416\times10^2\times10 + {}^2/_3\times3.1416\times10^2)$ ঘন একক [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 1256.64 ঘন সেমি।

১৩. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।



(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= $(\pi r^2 + \pi rl)$ বর্গ একক

এখানে,

কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r = 5; উচ্চতা h = 12; এর হেলানো উচ্চতা l হলে আমরা লিখতে পারি,

$l^2 = h^2 + r^2$

বা, $l^2 = 12^2 + 5^2$

বা, $l^2 = h^2 + r^2$

বা, $l^2 = 169$

বা, l = 13

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= $(\pi r^2 + \pi rl)$ বর্গ একক

= $(3.1416\times5^2 + 3.1416\times5\times13)$ বর্গ একক

= 282.744 বর্গ একক.

(ii) ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটি লক্ষ্য করি,

এটি একটি কোণক, একটি বেলন ও একটি অর্ধগোলকের দ্বারা গঠিত। অর্থাৎ এই তিনটি আকৃতির উচ্চতার সমষ্টিই হলো ঘনবস্তুটির উচ্চতা।

চিত্র অনুসারে,

কোণকের উচ্চতা = 12 একক

বেলনের উচ্চতা = 5 একক

অর্ধগোলকের উচ্চতা = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = 5 একক

∵ঘনবস্তুটির উচ্চতা = (12+5+5) একক = 22 একক।

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে তনটি তল আছে, (i) কোণকের বক্রতল, (ii) বেলনের বক্রতল ও (iii) অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

= $\pi rl + 2\pi rh + 2\pi r^2$ বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে, π=3.1416; r =5 একক; কোণকের হেলানো উচ্চতা l = 13 {(i) নং থেকে}; বেলনের উচ্চতা h =5]

= $(3.1416\times5\times13 + 2\times3.1416\times5\times5 + 2\times3.1416\times5^2)$ বর্গ একক

= 518.364 বর্গ একক

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= কোণকটির আয়তন + বেলনটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

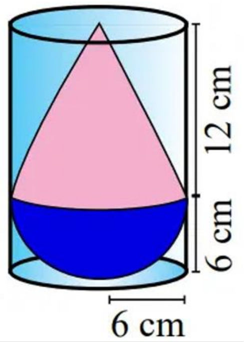
= $({}^1/_3\pi r^2h_1 + \pi r^2h_2 + {}^2/_3\pi r^2)$ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে, π = 3.1416; r = 5 একক; কোণকের উচ্চতা h_1=12 একক; বেলনের উচ্চতা h_2 = 5 একক]

= $({}^1/_3\times3.1416\times5^2\times12 + 3.1416\times5^2\times5 + {}^2/_3\times3.1416\times5^2)$ ঘন একক

= 759.22 ঘন একক

১৪. চিত্রে একটি অর্ধগোলক ও কোণক একটি সিলিন্ডারের মধ্যে ঠিক বসে গেছে।



(i) কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

চিত্র হতে পাই,

কোণকের উচ্চতা h = 12 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r = 6 সেমি।

এখন, কোণকের হেলানো উচ্চতা l হলে,

$l^2 = h^2+r^2$

বা, $l^2 = 12^2+6^2$

বা, $l^2 = 180$

বা, $l = \sqrt{180}$

∵ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= πrl বর্গ একক

= $3.1416\times6\times\sqrt{180}$ বর্গ সেমি

= 252.8939 বর্গ সেমি (প্রায়)

(ii) অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল বের করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= $2\pi r^2$ বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে, যেখানে অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r = 6 সেমি]

= $2\times3.1416\times6^2$ বর্গ সেমি

= 226.1952 বর্গ সেমি।

(iii) সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

সিলিন্ডারের আয়তন

= πr^2h ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= $3.1416\times6^2\times(6+12)$ ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 2035.7568 ঘন সেমি

কোণকের আয়তন

= ${}^1/_3\ \pi r^2h$ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= ${}^1/_3\times3.1416\times6^2\times12$ ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 452.3904 ঘন সেমি

অর্ধগোলকের আয়তন

= ${}^2/_3\pi r^3$ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= ${}^2/_3\times3.1416\times6^3$ ঘন সেমি

= 452.3904 ঘন সেমি

∵ সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন

= সিলিন্ডারের আয়তন - কোণকের আয়তন - অর্ধগোলকের আয়তন

= 2035.7568 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি

= 1130.976 ঘন সেমি

(iv) অর্ধগোলক, কোণক ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত?

সমাধানঃ

অর্ধগোলকের আয়তন : কোণকের আয়তন : সিলিন্ডারের আয়তন

= 452.3904 : 452.3904 : 2035.7568 [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

= 1 : 1 : 4.5 [452.3904 দ্বারা ভাগ করে]

= 2 : 2 : 9 [2 দ্বারা গুণ করে]