কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি

1. 5°তে কত সেকেন্ড নির্ণয় করো।

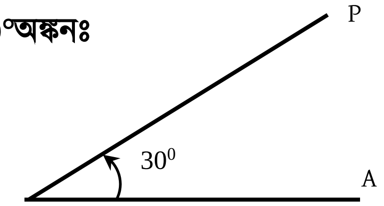
সমাধান: আমরা জানি, 1° = 3600”

∵ 5° = (5×3600)” = 18000”

অর্থাৎ, 5°তে 18000 সেকেন্ড।

2. জ্যামিতিক রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 30°, 360°, 380°, -20° এবং –420°কোণ আঁক।

সমাধান: **30°অঙ্কনঃ**



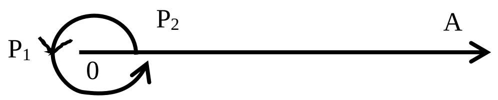
i) যে কোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 30 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়েএকটি বিন্দু P চিহ্নিতকরি।

iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে∠AOP = 30°অঙ্কিতহলো।

360°অঙ্কনঃ



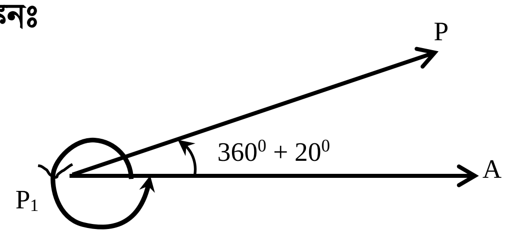
i) যে কোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডানপাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদার বামপাশে লেখা 180 বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P_1 চিহ্নিত করি। আবার, চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডানপাশের প্রান্ত ভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে। এবং চাঁদার ডানপাশে লেখা 180 বরাবর আরেকটি বিন্দু P_2 চিহ্নিত করি।

iv) তাহলে, P_2 বিন্দু OA এর সাথে সমাপতিত হয় ফলত OA রশ্মি বরাবর আমাদের 360° অঙ্কিত হলো।

380°অঙ্কনঃ



এখানে, 380° = 360° + 20°

অর্থাৎ, আমাদের 20°কোণ অঙ্কনই যথেষ্টহবে কারণ 360°কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

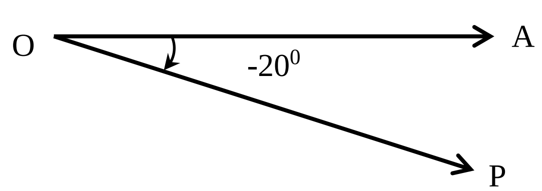
i) যে কোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

ii) এবার চাঁদার কেন্দ্র কে O বিন্দুতে ও ডানপাশেরপ্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে 360° + 20° = 380°অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

-20°অঙ্কনঃ



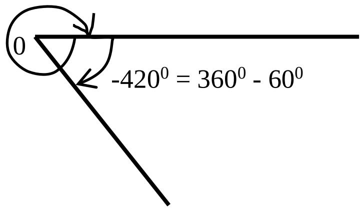
i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডানপাশের প্রান্ত ভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

iii) এবার OA রশ্মি হতেঘড়ির কাটার দিকেচাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়েএকটি বিন্দু P চিহ্নিতকরি।

iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে ∠AOP =-20°অঙ্কিত হলো।

-420°অঙ্কনঃ



এখানে, $-420° = -360° - 60°$

অর্থাৎ, আমাদের -60°কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ -360°কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

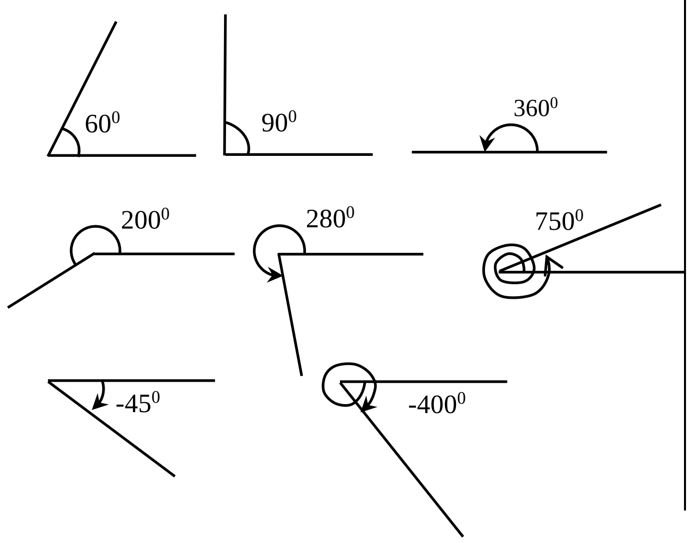
ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডানপাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকেচাঁদা হতে 60 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়েএকটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে -360° - 60° = -420°অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

3. রুলার এবং চাঁদা ব্যবহারকরে 60°, 90°, 180°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400°কোণ গুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকো। এগুলো কোয়াড্রেন্ট নাকি কোয়াড্রেন্টাল কোণ তা নির্ণয় করো। কোণ গুলো কোন চতুর্ভাগে আছে তা উল্লেখ করো।

সমাধান:রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 60°, 90°, 180°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400° কোণ গুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকা হলো যা নিম্নের চিত্রে অঙ্কিত।



এখন কোণ গুলোর অবস্থান বিবেচনা করে পাই,

60°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400°কোণগুলো চারটি চতুর্ভাগের যে কোণ একটির ভিতরে অবস্থান করছে অর্থাৎ এরাকোয়াড্রেন্ট কোণ (quadrant angle)।

আবার,90°, 180°কোণ দুটি অক্ষের উপর অবস্থান করছে অর্থাৎ এরাকোয়াড্রেন্টাল কোণ (quadrantal angle)।

4. মান নির্ণয় করো :

cos135°, cot120°, tan390°, sin(–30°), sec300°, cos(–570°)

সমাধান:**cos135°**

$= \cos(180°-45°)$

$= -\cos45°$

$=- \frac{1}{\sqrt{2}}$ $[\because \cos45°=\frac{1}{\sqrt{2}}]$

cot120°

$= \cot(180°-60°)$

$= -\cot60°$

$= -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $[\because \cot60°=\frac{1}{\sqrt{3}}]$

tan390°

$= \tan(360°+30°)$

$= \tan30°$

$= \frac{1}{\sqrt{3}}$ $[\because \tan30°=\frac{1}{\sqrt{3}}]$

sin(–30°)

$= -\sin30°$

$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $[\because \sin30°=\frac{1}{\sqrt{2}}]$

sec300°

$= \sec(360°-60°)$

$= \sec60°$

$= 2$ $[\because \sec60°=2]$

csc(–570°)

$= \csc570°$

$= \csc(540°+30°)$

$= \csc30°$

$= 2$

5. আদর্শ অবস্থানে A(2, 3), B(−3, 1), C(−4, −4), D(1, −2), E(−2,0) বিন্দু গুলো দ্বারা উৎপন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় করো।

সমাধান: **A(2, 3)**

এখানে, x=2, y=3 এবং $r = \sqrt{(2^2+3^2)} = \sqrt{13}$

সুতরাংত্রিকোণমিতিকঅনুপাতগুলোঃ

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

B(−3, 1)

এখানে, x=-3, y=1 এবং $r = \sqrt{\{(-3)^2+1^2\}} = \sqrt{10}$

সুতরাংত্রিকোণমিতিকঅনুপাতগুলোঃ

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{\sqrt{10}}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{-3}$

$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-3}{1} = -3$

$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{10}}{-3}$

$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \sqrt{10}$

C(−4, −4)

এখানে, x=-4, y=4 এবং $r = \sqrt{\{(-4)^2+4^2)\}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

সুতরাংত্রিকোণমিতিকঅনুপাতগুলোঃ

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-4}{4\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{-4} = -1$

$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-4}{4} = -1$

$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{4\sqrt{2}}{-4} = -\sqrt{2}$

$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$

D(1, −2)

এখানে, x=1, y=-2 এবং $r = \sqrt{\{1^2+(-2)^2\}} = \sqrt{5}$

সুতরাংত্রিকোণমিতিকঅনুপাতগুলোঃ

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{1} = -2$

$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$

$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

E(−2,0)

এখানে, x=-2, y=0 এবং $r = \sqrt{\{(-2)^2+0^2\}} = 2$

সুতরাংত্রিকোণমিতিকঅনুপাতগুলোঃ

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{0}{2} = 0$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{2} = -1$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{0}{-2} = 0$

$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-2}{0} =$ undefined

$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{2}{-2} = -1$

$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{2}{0} =$ undefined

6. নিম্নোক্ত বিন্দু গুলোকে r এবং tanθ এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।

a. A(3, −2)

সমাধান: এখানে, x=3, y=-2

∵ $r = \sqrt{\{3^2+(-2)^2\}} = \sqrt{13}$

এবং, $\tan\theta = {}^{y}/_{x} = {}^{-2}/_{3}$

∵ $A(3, -2) = (\sqrt{13}, \frac{-2}{3})$ [প্রকাশকরাহলো]

b. B(−2, −1)

সমাধান: এখানে, x=-2, y=-1

∵ $r = \sqrt{\{(-2)^2+(-1)^2\}} = \sqrt{5}$

এবং, $\tan\theta = {}^{y}/_{x} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

∵ $A(-2, -1) = (\sqrt{5}, \frac{1}{2})$ [প্রকাশ করা হলো]

c. C(−4, 0)

সমাধান: এখানে, x=-4, y=0

∵ $r = \sqrt{\{(-4)^2+0^2\}} = 4$

এবং, $\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{0}{-4} = 0$

$\because$A(-4, 0) = (4, 0) [প্রকাশকরাহলো]

7. রেডিয়ানে প্রকাশ কর:

a.75°30'

সমাধান:75°30'

$= 75° + (\frac{30}{60})°$ [$\because$1° = 60']

$= 75° + (\frac{1}{2})°$

$= \{\frac{(75\times2+1)}{2}\}°$

$= (\frac{151}{2})°$

$= \frac{\frac{151}{2}\pi}{180}$রেডিয়ান[$\because 1° = \frac{\pi}{180}$ রেডিয়ান]$=\frac{151\pi}{360}$রেডিয়ান

b. 45°44'43"

সমাধান:45°44'43"

$= 45° + (\frac{44}{60})° + (\frac{43}{3600})°$[$\because$1° = 60' এবং 1° = 3600"]

$=\frac{\pi}{180}(45 + \frac{44}{60}+\frac{43}{3600})$ রেডিয়ান [$\because 1° = \frac{\pi}{180}$রেডিয়ান]

$=\frac{\pi}{180} \times \frac{45\times3600+44\times60+43}{3600}$রেডিয়ান

$= \frac{\pi(45\times3600+44\times60+43)}{3600\times1800}$রেডিয়ান

$= \frac{164683\pi}{648000}$

c. 60°30'15"

সমাধান:60°30'15"

$= 60° + (\frac{30}{60})° + (\frac{15}{3600})°$[$\because$1° = 60' এবং 1° = 3600"]

$= 60° + (\frac{1}{2})° + (\frac{1}{240})°$

$= \frac{\pi}{180}(60 + \frac{1}{2}+\frac{1}{240})$ রেডিয়ান [$\because 1° = \pi/_{180}$ রেডিয়ান]

$=\frac{\pi}{180} \times \frac{60\times240+1\times120+1}{240}$রেডিয়ান

$= \frac{\pi(14400+120+1)}{240\times180}$ রেডিয়ান

$= \frac{14521\pi}{43200}$রেডিয়ান

8. ডিগ্রীতে প্রকাশ কর:

a. $^{4\pi}/_{25}$ রেডিয়ান

সমাধান:$\frac{4\pi}{25}$রেডিয়ান

$= (\frac{4\pi}{25}\times\frac{180}{\pi})°$ [$\because 1=\frac{180^0}{\pi}$]

$= (\frac{4\pi}{25}\times\frac{180}{\pi})°= 28.8°$

b. 1.3177 রেডিয়ান

সমাধান:1.3177 রেডিয়ান

$= (1.3177\times\frac{180}{\pi})°$[$\because 1=\frac{180^0}{\pi}$]

$= (1.3177\times\frac{180}{3.1416})°$[$\because \pi$ =3.1416]

$= 75.4984°$ (প্রায়)

c. 0.9759 রেডিয়ান

সমাধান:0.9759 রেডিয়ান

$= (0.9759\times\frac{180}{\pi})°$[$\because 1=\frac{180^0}{\pi}$]

$= (0.9759\times\frac{180}{3.1416})°$[$\because \pi$ =3.1416]

$= 55.9148°$ (প্রায়)

9. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। যদি টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান পৃথিবীরকেন্দ্রে 10°6'3" কোণ উৎপন্ন করে, তবে টেকনাফ থেকে তেঁতুলিয়ার দূরত্ব কত?

সমাধান:এখানে,পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, r = 6440 কিমি। টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, θ= 10°6'3"

$= 10° + (\frac{6}{60})° + (\frac{3}{3600})°$

$= 10° + (\frac{1}{10})° + (\frac{1}{1200})°$

$= \{\frac{(1200\times10+120+1)}{1200}\}°$

$= (\frac{12121}{1200})°$

$= \frac{\pi}{180}\times\frac{12121}{1200}$ রেডিয়ান

$=\frac{12121\pi}{216000}$ রেডিয়ান

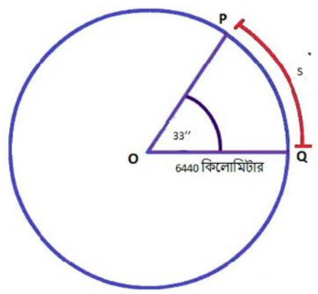
সুতরাং, টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ারদূরত্ব, s= rθ

$= 6440 \times\frac{12121\pi}{216000} = 1135.328$ কিমি (প্রায়)

10. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ধরো, পৃথিবীর উপরে দুইটি স্যাটেলাইট এমন অবস্থানে আছে যে

তারা পৃথিবীর কেন্দ্রে 33" কোণ উৎপন্ন করে।
স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধানঃ



চিত্রে বৃত্তটিকে পৃথিবী ধরে নিয়ে সহজে আমরা এই সমস্যার সমাধান করতে পারি যেখানে,

OA = r = 6440 কিমি = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

$\angle POQ = \theta = 33'' = (\frac{33}{3600})^\circ = \frac{\pi}{180} \times \frac{33}{3600}$ রেডিয়ান

P ও Q হলো পৃথিবীর উপরে অবস্থিত দুইটি স্যাটেলাইট।

s = P ও Q এর দূরত্ব বের করতে হবে।

সুতরাং, স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব, s

$= r\theta$

$= 6440 \times \frac{\pi}{180} \times \frac{33}{3600}$ কি.মি.

= 1 কি.মি. (প্রায়)