www.bdniyog.com

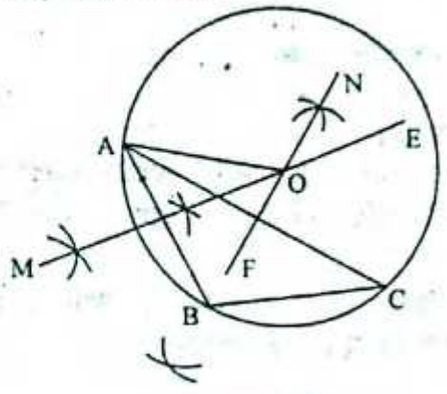
❑ অনুশীলনী- ৮.৫

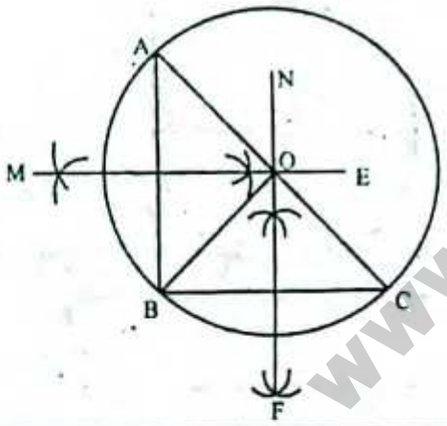
পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ-৫: স্থূলকোণী এবং সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। [পৃষ্ঠা-১৪৭]

সমাধান: সাধারণ নির্বচন : স্থূলকোণী এবং সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। ১নং চিত্রে স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং ২নং চিত্রে সমকোণী ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

১। AB ও BC রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

২। B, O যোগ করি। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি Q, B ও C বিন্দু দিয়ে গেল। এই বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : O, A এবং O, C যোগ করি।

O বিন্দুটি AB এর লম্বদ্বিখণ্ডকের ওপর অবস্থিত।

∴ OA = OB

তদ্রূপ, OB = OC

∴ OA = OB = OC

∴ O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C বিন্দু তিনটি দিয়ে যাবে।

∴ এই বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।

লক্ষণীয় যে, সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের অভ্যন্তরে, স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র ত্রিভুজের বহির্ভাগে এবং সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পরিকেন্দ্র অতিভুজের ওপর অবস্থিত।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ৫

১। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

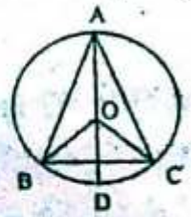
i. বৃত্তের স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব
ii. অর্ধবৃত্তস্থ কোনো এক সমকোণ
iii. বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর : ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্র অনুযায়ী ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



২। ∠BOD এর পরিমাণ হবে-

ক $\frac{1}{2}\angle BAC$ খ $\frac{1}{2}\angle BAD$
গ $\frac{1}{2}\angle BAC$ ঘ $\frac{1}{2}\angle BAD$

উত্তর : ঘ) 2∠BAD

৩। বৃত্তটি ABC ত্রিভুজ –

ক অন্তবৃত্ত খ পরিবৃত্ত
গ বহিঃবৃত্ত ঘ উপবৃত্ত

উত্তর : খ) পরিবৃত্ত

৪। কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ-

ক সূক্ষ্মকোণ খ সমকোণ
গ স্থূলকোণ ঘ পূরককোণ

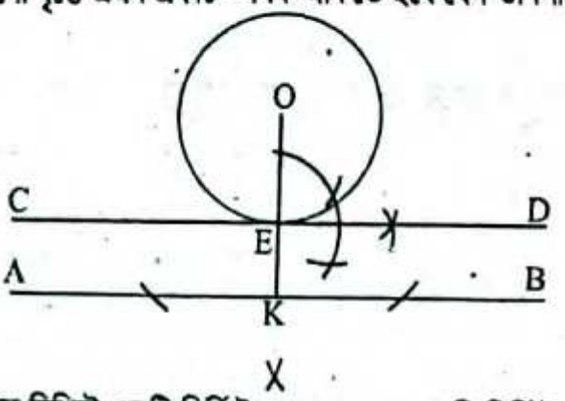
উত্তর : ক) সূক্ষ্মকোণ

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৫। কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা দেয়া আছে। বৃত্তটিতে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা AB সরলরেখার সমান্তরাল।

অঙ্কন ঃ O বিন্দু থেকে AB এর উপর OK লম্ব আঁকি।

মনে করি, অঙ্কিত লম্ব বৃত্তটিকে E বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। E বিন্দুতে CD লম্ব আঁকি। এখন CD ।। AB ।

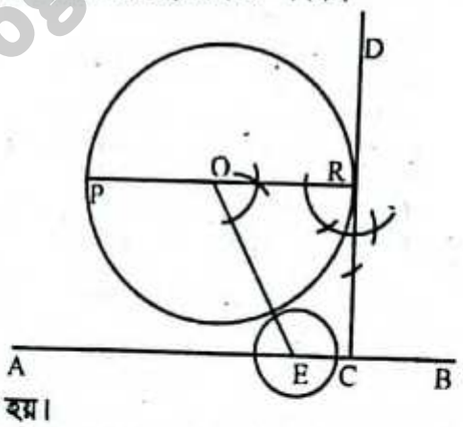
সুতরাং CD-ই নির্ণেয় স্পর্শক।

৬। কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এ বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা AB এর উপর লম্ব হয়।

অঙ্কন ঃ AB এর উপর E একটি বিন্দু নেই। O, E যোগ করি। O বিন্দু দিয়ে AB এর সমান্তরাল POR টানি। POR বৃত্তের পরিধিকে R বিন্দুতে ছেদ করে। এখন, R বিন্দুতে CD স্পর্শক আঁকি। তাহলে CD-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক।



প্রমাণ ঃ অঙ্কনানুসারে PR || AB

∴ ∠PRC = ∠RCB [একান্তর কোণ বলে]

কিন্তু, CR স্পর্শক হওয়ায় ∠PRC = এক সমকোণ

সুতরাং, ∠RCB = এক সমকোণ।

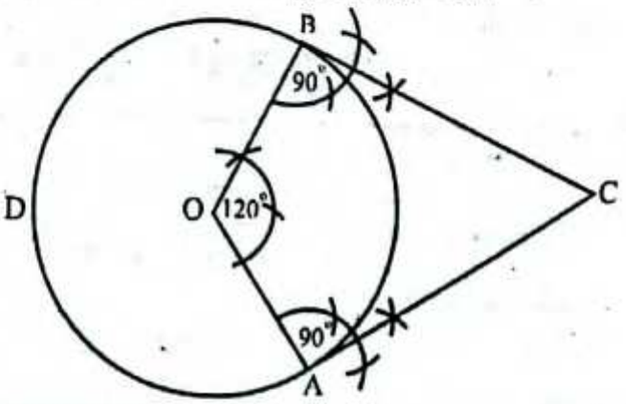
∴ RC, AB এর উপর লম্ব।

অতএব, RC বা CD উদ্দিষ্ট স্পর্শক। (প্রমাণিত)

৭। কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূপ দু'টি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।



অঙ্কন ঃ OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই। ∠AOB = 120° আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটির সাথে B বিন্দুতে মিলিত হয়। OB রেখার উপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দু'টি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্ব রশ্মিদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে মিলিত হয়।

তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ∠ACB=60°

প্রমাণ ঃ চতুর্ভুজ OACB এর, ∠AOB = 120°

∠OBC = 90° [অঙ্কন অনুসারে]

এবং ∠OAC = 90° [∵ OB ⊥BC]

এখন, চতুর্ভুজ OACB এর, [∵ OA ⊥AC]

∠ACB + ∠AOB + ∠OAC + ∠OBC = 360° [∵ চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি 360°]

বা, ∠ACB + 120° + 90° + 90° = 360°

বা, ∠ACB = 360° – 300°

∴ ∠ACB = 60°

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

আবার, প্রদত্ত বৃত্তের OB ব্যাসার্ধ এবং পরিধিস্থ B বিন্দুতে $BC \perp OB$

$\therefore$ BC স্পর্শক।

তদ্রূপ, প্রদত্ত বৃত্তের OA ব্যাসার্ধ এবং পরিধিস্থ A বিন্দুতে $AC \perp OA$.

$\therefore$ AC স্পর্শক।

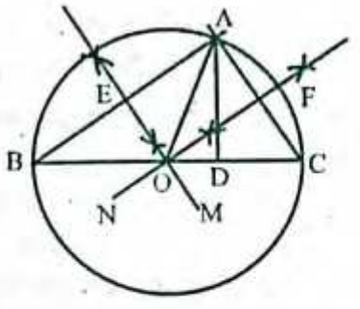
অতএব, AC ও BC–ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB = 60°$. (প্রমাণিত)

৮। 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁক এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ 3 সে. মি., 4 সে. ও মি, 4.5 সে. মি বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC =4.5 সে. মি, AB = 4 সে. মি. এবং AC = 3 সে.মি.।

ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে এবং তিনটি ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।



অঙ্কন ঃ AB ও AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখা আঁকি। তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। পরিশেষে O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ ঃ A, O; B, O এবং C, O যোগ করি।

O বিন্দুটি AB এর লম্বদ্বিখণ্ডকের উপর অবস্থিত।

$\therefore$ OA = OB, একইভাবে, OA = OC

$\therefore$ OA = OB = OC

সুতরাং, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C বিন্দু দিয়ে যাবে।

অতএব, এই বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত। (প্রমাণিত)

ব্যাসার্ধ নির্ণয় ঃ অঙ্কন শেষে স্কেল দিয়ে OA এর দৈর্ঘ্য মেপে নিলাম। OA = 2.75 সে. মি. পাওয়া গেল।

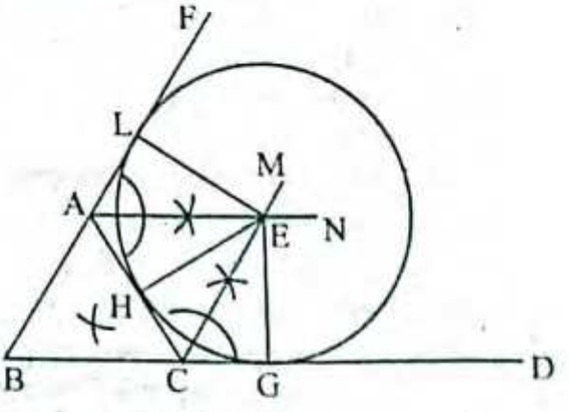
$\therefore$ নির্ণেয় ব্যাসার্ধ = 2.75 সে. মি.।

৯। 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁক।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ 5 সে. মি, বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর CA বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি.। এই ত্রিভুজের CA বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।

a 4.5 সে.মি.
b 4 সে.মি.
c 3 সে.মি.



অঙ্কন ঃ BC ও BA বাহুকে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি। $\angle DCA$ এবং $\angle FAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে CM ও AN রশ্মি আঁকি এবং মনে করি, তারা E বিন্দুতে ছেদ করে। E থেকে AC এর উপর EH লম্ব আঁকি। পরিশেষে E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

প্রমাণ ঃ E হতে BD ও BF এর উপর যথাক্রমে EG ও EL লম্ব টানি।

E বিন্দুটি $\angle DCA$ এর সমদ্বিখণ্ডকের উপর অবস্থিত।

$\therefore$ EH = EG, একইভাবে, EH = EL

$\therefore$ EH = EG = EL

সুতরাং, E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত H, G এবং L বিন্দু দিয়ে যাবে।

আবার, EH, EG ও EL এর একটি প্রান্তবিন্দুতে যথাক্রমে CA, CD এবং AF রেখাংশ তিনটি লম্ব।

সুতরাং, বৃত্তটি রেখাংশ তিনটিকে যথাক্রমে H, G ও L বিন্দু তিনটিতে স্পর্শ করে।

অতএব, HGL বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত হবে। (প্রমাণিত)

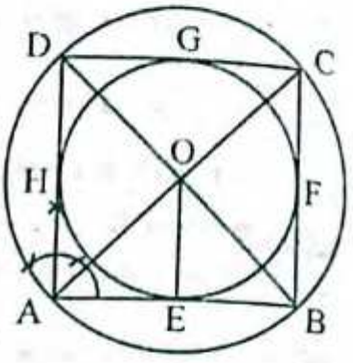
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১০। একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁক।

সমাধান সাধারণ নির্বচন : একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গ। এই বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন : A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। O থেকে AB এর উপর OE লম্ব টানি। O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে E, F, G ও H বিন্দুতে স্পর্শ করে।

তাহলে, EFGH –ই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

আবার, O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এই বৃত্ত ABCD বর্গের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : যেহেতু বর্গের কর্ণ ইহার কোণগুলিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং O বিন্দু হতে AB, BC, CD, DA বাহুর দূরত্ব (লম্বদূরত্ব) সমান।

যেহেতু, O কে কেন্দ্র করে OE ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি AB, BC, CD, DA বাহুকে স্পর্শ করবে।

অতএব, EFGH–ই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

আবার, বর্গের কর্ণদ্বয় সমান এবং তারা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং, OA = OB = OC = OD

সুতরাং, O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত A, B, C, D বিন্দু দিয়ে যায়।

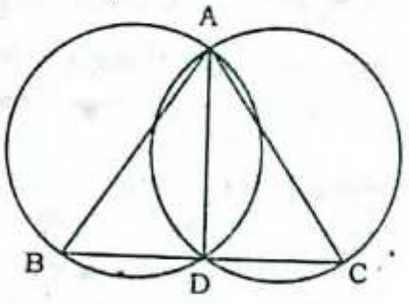
অতএব, ABCD–ই নির্ণেয় পরিবৃত্ত। (প্রমাণিত)

১১। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত অঙ্কন করলে, তারা ভূমির মধ্যবিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে।

সমাধান সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত অঙ্কন করলে, তারা ভূমির মধ্যবিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমদ্বিবাহু ΔABC এর ভূমি BC এবং AB = AC. AB এবং AC কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত আঁকা হল। বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, D, BC এর মধ্যবিন্দু।

অঙ্কন : A, D যোগ করি।



প্রমাণ : AB বৃত্তের ব্যাস এবং বৃত্তটি D বিন্দু দিয়ে যায়।

∴ ∠ADB অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

অর্থাৎ ∠ADB = 1 সমকোণ

আবার, AC বৃত্তের ব্যাস এবং বৃত্তটি D বিন্দু দিয়ে যায়।

∴ ∠ADC = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

অর্থাৎ ∠ADC = 1 সমকোণ

∴ ∠ADB + ∠ADC

= 1 সমকোণ + 1 সমকোণ

= 2 সমকোণ।

∠ADB এবং ∠ADC দুইটি সন্নিহিত কোণ এবং তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ। সুতরাং কোণদ্বয়ের বহিঃস্থ বাহু যথাক্রমে BD এবং CD একই সরলরেখায় অবস্থিত।

∴ B, D, C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

এখন সমকোণী ΔABD এবং ΔACD এ

অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [কল্পনানুসারে] এবং, AD সাধারণ বাহু।

∴ ΔABD ≅ ΔACD [সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং একটি বাহু সমান]

সুতরাং, BD = CD

যেহেতু D, BC সরলরেখার উপর অবস্থিত একটি বিন্দু এবং BD = CD

সেহেতু D, BC এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)

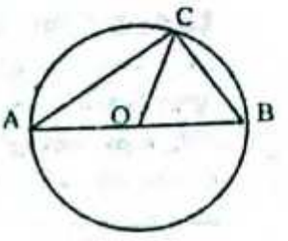
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১২। প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোজক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ প্রমাণ করতে হবে যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোজক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, সমকোণী ΔABC এর $\angle ACB$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AB এবং O অতিভুজ AB এর মধ্যবিন্দু। অতিভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দু C এবং OC যোগ করা হল।



প্রমাণ করতে হবে যে, $OC = \frac{1}{2}$ AB.

অঙ্কন ঃ O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ তথা AB কে ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত আঁকি।

প্রমাণ ঃ বৃত্তের ব্যাস = AB [অঙ্কন অনুসারে]

এবং, $\angle ACB$ = এক সমকোণ [কল্পনানুসারে]

$\therefore$ $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

সুতরাং, C বিন্দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত বা বৃত্তস্থ বিন্দু।

এখন, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC বৃত্তে, $OA = OB = OC$ [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

আবার, $AB = OA + OB$

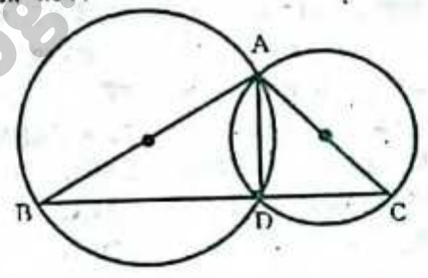
বা, $AB = OC + OC$ বা, $AB = 2OC$

$\therefore$ $OC = \frac{1}{2}$ AB. (প্রমাণিত)

১৩। ABC একটি ত্রিভুজ। AB কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত যদি BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে, AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও D বিন্দু দিয়ে যাবে।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ ABC একটি ত্রিভুজ। AB কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত যদি BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ করতে হবে যে, AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও D বিন্দু দিয়ে যাবে।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ΔABC এর AB কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও D বিন্দু দিয়ে যাবে।

অঙ্কন ঃ A, D যোগ করি।

প্রমাণ ঃ ABD বৃত্তে, AB ব্যাস এবং $\angle ADB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore$ $\angle ADB$ = 1 সমকোণ

আবার, AD রশ্মির প্রান্তবিন্দু D-তে BC সরলরেখা মিলিত হয়েছে। ফলে $\angle ADB$ এবং $\angle ADC$ সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।

$\therefore$ $\angle ADB + \angle ADC$ = 2 সমকোণ।

বা, $\angle ADC$ = 2 সমকোণ $- \angle ADB$

বা, $\angle ADC$ = 2 সমকোণ – 1 সমকোণ।

$\therefore$ $\angle ADC$ = 1 সমকোণ

আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ

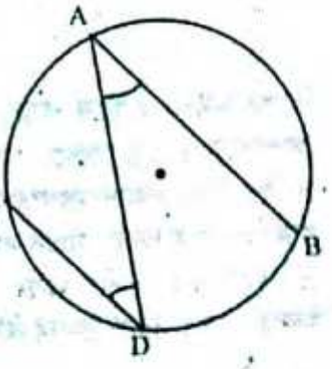
সুতরাং, $\angle ADC$ এমন একটি বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ যার ব্যাস AC।

সুতরাং AC ব্যাস দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও D বিন্দু দিয়ে যাবে। (প্রমাণিত)

১৪। AB ও CD একই বৃত্তে দুইটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ কর যে, চাপ AC = চাপ BD.

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ AB ও CD একই বৃত্তের দুটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, চাপ AC = চাপ BD.

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ABDC বৃত্তে দুইটি সমান্তরাল জ্যা AB ও CD. প্রমাণ করতে হবে যে, চাপ AC = চাপ BD.



অঙ্কন ঃ A, D যোগ করি।

প্রমাণ ঃ AB ।। CD, AD উহাদের ছেদক।

$\therefore$ $\angle BAD$ = একান্তর $\angle ADC$.

কিন্তু এরা ABDC বৃত্তে যথাক্রমে BD ও AC চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ।

আমরা জানি, যেসব চাপ বৃত্তে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সমান।

$\therefore$ চাপ BD = চাপ AC.

সুতরাং, চাপ AC = চাপ BD. (প্রমাণিত)

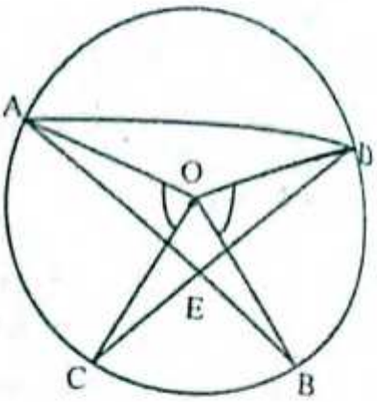
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৫। O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

বিশেষ নির্বচন ঃ দেয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD একটি বৃত্ত। AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। O, A; O, D; O, B ও O, C যোগ করা হল। AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে $\angle AOC$ এবং $\angle BOD$ উৎপন্ন করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

অংকন ঃ A, D এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ ঃ বৃত্তের AC চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

বা, $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$ .....(i)

আবার, বৃত্তের BD চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$.

$\therefore \angle BOD = 2\angle DAB$

বা, $\angle DAB = \frac{1}{2}\angle BOD$ .....(ii)

এখন, ΔADE-এ,

$\angle ADE + \angle DAE + \angle AED = 2$ সমকোণ.....(iii)

AE রশ্মির প্রান্ত বিন্দু E, CD সরলরেখায় মিলিত হয়েছে।

ফলে $\angle AED$ এবং $\angle AEC$ সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।

$\therefore \angle AED + \angle AEC = 2$ সমকোণ.....(iv)

এখন, (iii) এবং (iv) থেকে পাই,

$\angle ADE + \angle DAE + \angle AED = \angle AED + \angle AEC$

বা, $\angle ADE + \angle DAE = \angle AEC$ [উভয়পক্ষ থেকে $\angle AED$ বাদ দিয়ে]

বা, $\angle ADC + \angle DAB = \angle AEC$

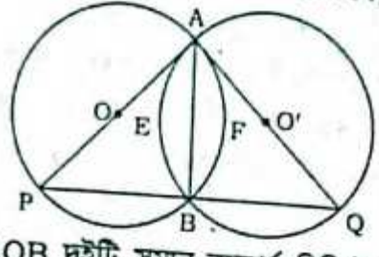
বা, $\angle AEC = \angle ADC + \angle DAB$

বা, $\angle AEC = \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle BOD$ [(i) এবং (ii) নং এর সাহায্যে]

$\therefore \angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$. (প্রমাণিত)

১৬। দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা **AB**। **B** বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে **P** ও **Q** বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ΔPAQ সমদ্বিবাহু।

সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPAQ সমদ্বিবাহু।



বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, APB ও AQB দুইটি সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত। বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র O ও O'। বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং AB বৃত্ত দুইটির সাধারণ জ্যা।

B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত সরলরেখা বৃত্ত দুইটিকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে যে, ΔPAQ সমদ্বিবাহু।

প্রমাণ ঃ আমরা জানি, সমান সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে সমান জ্যা সমান সমান চাপ ছিন্ন করে।

$\therefore$ চাপ AEB = চাপ AFB

আবার, সমান সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে সমান সমান চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমান সমান চাপ AFB এবং AEB এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে, $\angle APB$ এবং $\angle AQB$

সুতরাং, $\angle APB = \angle AQB$

বা, $\angle APQ = \angle AQP$

এখন, ΔPAQ-এ

$\angle APQ = \angle AQP$

$\therefore AP = AQ$ [$\because$ সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]

$\therefore \Delta PAQ$ সমদ্বিবাহু। (প্রমাণিত)

১৭। O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা $AB = x$ সে.মি. $OD \perp AB$ পাশের চিত্র অনুযায়ী নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক) বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) দেখাও যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

গ) $OD = \left(\frac{x}{2} - x\right)$ সে.মি. হলে x মান নির্ণয় কর।

সমাধান

ক) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $OB = r = 10$ cm

আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= 3.1416 \times (10)^2$

$= 3.1416 \times 100$

$= 314.16$ বর্গ সে.মি.

অতএব, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 314.16 বর্গ সে.মি.।

খ) O, A যোগ করি, যেহেতু OD, AB এর উপর লম্ব।

$\therefore \angle ODA = \angle ODB =$ এক সমকোণ।

অতএব ΔODA ও ΔODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, ΔODA এবং ΔODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।]

এবং OD বাহু সাধারণ

$\therefore \Delta ODA \cong \Delta ODB$

অতএব $AD = BD$

যেহেতু $AD = BD$

$\therefore$ D, AB এর মধ্যবিন্দু (দেখানো হলো)।

গ) ABC বৃত্তে ব্যাসার্ধ $OB = r = 10$ cm এবং $AB = x$ দেওয়া আছে। AB এর উপর OD লম্ব হলে, OBD একটি সমকোণী ত্রিভুজ হলো। $AB = x$ তাহলে, $BD = \frac{x}{2}$ [খ হতে]

এখন, OBD সমকোণী ত্রিভুজের থেকে পীথাগোরাসের সূত্র হতে পাই,

$OB^2 = OD^2 + BD^2$

বা, $(10)^2 = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$ [যেহেতু $OD = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$]

বা, $100 = \frac{x^2}{4} - 2.\frac{x}{2}.2 + 2^2 + \frac{x^2}{4}$

বা, $100 = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2x + 4$

বা, $100 = \frac{2x^2}{4} - 2x + 4$

বা, $\frac{2x^2}{4} - 2x + 4 = 100$

বা, $\frac{2x^2}{4} - 2x + 4 - 100 = 0$

বা, $\frac{x^2}{2} - 2x - 96 = 0$

I ❤ MyMahbub

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $x^2 - 4x - 192 = 0$

বা, $x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$

বা, $x(x - 16) + 12(x - 16) = 0$

বা, $(x - 16)(x + 12) = 0$

$x - 16 = 0$ অথবা, $x + 12 = 0$

$\therefore x = 16$ $\therefore x = -12$, যা গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং x এর নির্ণেয় মান 16 সে.মি.

১৮। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.।
ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক) ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ) ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

গ) ত্রিভুজের পরিবৃত্তের বাহিরে যেকোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বৃত্তের দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করে দেখাও যে স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

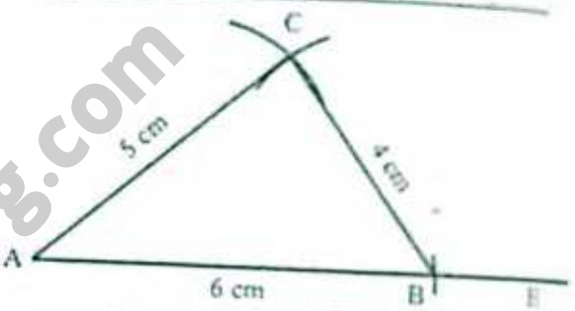
সমাধান :

ক) মনেকরি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4cm, b = 5cm এবং c = 6cm দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আকতে হবে।

a 4 সে.মি.
b 5 সে.মি.
c 6 সে.মি.

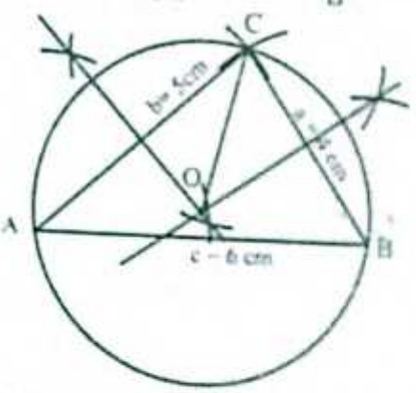
অঙ্কন :

যেকোনো রশ্মি AE নেই, AE থেকে c = 6 cm সমান করে AB অংশ কাটি। এখন AB এর A ও B কে কেন্দ্র করে AB এর একই পাশে b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।



খ) ABC একটি ত্রিভুজ যার পরিবৃত্ত আকতে হবে।

অঙ্কন :



ABC ত্রিভুজের AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করে বর্ধিত করলে তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। O, B যোগ করি। এখন OB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। যা নির্ণেয় ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কিত হলো।

গ) ABC বৃত্তের একটি বহিঃস্থ বিন্দু P এবং PM ও PN রেখাদ্বয় বৃত্তটির দুইটি স্পর্শক। দেখাতে হবে স্পর্শক দ্বারা দূরত্ব অর্থাৎ PM = PN

অঙ্কন : OM ও ON যোগকরি এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ : PM ও PN স্পর্শক এবং OM ও ON যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore \angle PMO = \angle PNO =$ একসমকোণ।

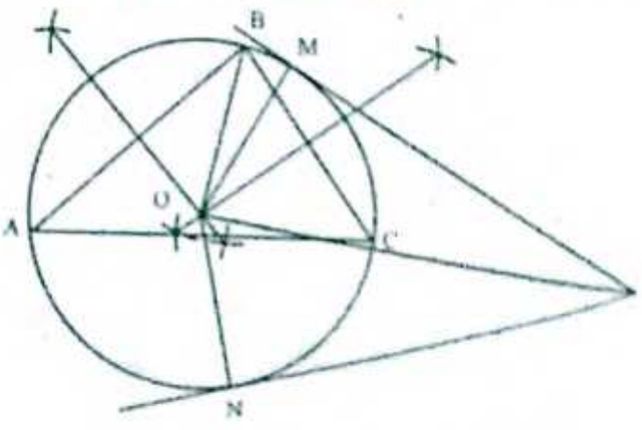
এখন ΔPOM ও PON সমকোণী ত্রিভুজে

অতিভুজ PO সাধারণ বাহু।

এবং OM = ON

$\therefore \Delta POM \cong \Delta PON$

= (দেখানো হলো)



www.bdniyog.com