www.bdniyog.com

অধ্যায় ৮

বৃত্ত

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

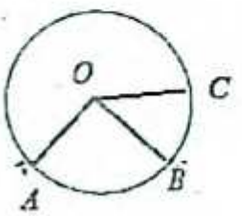
- বৃত্তচাপ, কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণ, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য প্রমাণ করতে পারবে।
- বৃত্ত সম্পর্কিত সম্পাদ্য বর্ণনা করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...

বৃত্ত

বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র যার বিন্দুগুলো কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র। নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্ব বজায় রেখে কোনো বিন্দু যে আবদ্ধ পথ চিত্রিত করে তাই বৃত্ত। কেন্দ্র হতে বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে।

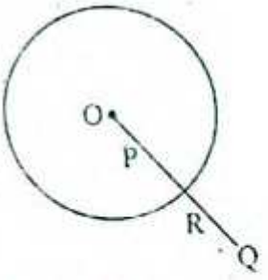
মনে করি, O সমতলের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু এবং r নির্দিষ্ট পরিমাপ। সমতলস্থ যে সকল বিন্দু O থেকে r দূরত্বে অবস্থিত, তাদের সেট বৃত্ত, যার কেন্দ্র O ও ব্যাসার্ধ r. চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, A, B ও C বৃত্তস্থ বিন্দু। OA, OB ও OC এর প্রত্যেকটি বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



সমতলস্থ কতিপয় বিন্দুকে সমবৃত্ত বিন্দু বলা হয় যদি বিন্দুগুলো দিয়ে একটি বৃত্ত যায় অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত থাকে যাতে বিন্দুগুলো অবস্থিত হয়। উপরের চিত্রে A, B ও C সমবৃত্ত বিন্দু।

বৃত্তের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগ

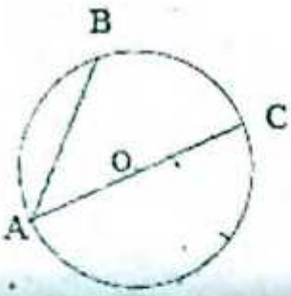
যদি কোনো বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ r হয় তবে O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে কম তাদের সেটকে বৃত্তটির অভ্যন্তর এবং O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে বেশি তাদের সেটকে বৃত্তটির বহির্ভাগ বলা হয়। বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পূর্ণভাবে বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে।



কোনো বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু ও বহিঃস্থ একটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটিকে একটি ও কেবল একটি বিন্দুতে ছেদ করে। চিত্রে, P বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু এবং Q বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু। PQ রেখাংশ বৃত্তটিকে কেবল R বিন্দুতে ছেদ করে।

বৃত্তের জ্যা ও ব্যাস

বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে জ্যাটিকে বৃত্তের ব্যাস বলা হয়। অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা হলো ব্যাস। চিত্রে, AB ও AC বৃত্তটির দুইটি জ্যা এবং বৃত্তটির কেন্দ্র O। এদের মধ্যে AC জ্যাটি ব্যাস; কারণ জ্যাটি বৃত্তটির কেন্দ্রগামী। OA ও OC বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ। সুতরাং, বৃত্তের কেন্দ্র প্রত্যেক ব্যাসের মধ্যবিন্দু। অতএব প্রত্যেক ব্যাসের দৈর্ঘ্য $2r$, যেখানে r বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

☐ অনুশীলনী- ৮.১

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

☐ কাজ-১: উপপাদ্য-১ এর বিপরীত উপপাদ্যটি নিম্নরূপ :

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে প্রমাণ কর।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে-প্রমাণ করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQN বৃত্তে ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা PQ এবং OR, PQ এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, PR = RQ

অঙ্কন : O, P এবং O,Q যোগ করি।

প্রমাণ :

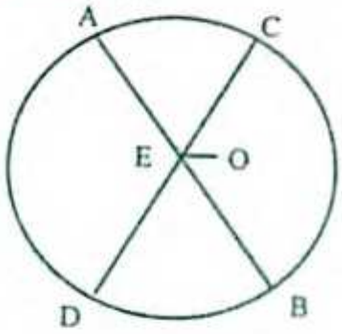
	যথার্থতা
$\angle ORP = \angle ORQ =$ এক সমকোণ।	[OR = PQ]
	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
সমকোণী ΔOPR ও সমকোণী ΔOQR এ অতিভুজ OP = অতিভুজ OQ	[সাধারণ বাহু]
এবং OR = OR	[অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore \Delta ORP \cong \Delta ORQ$	
$\therefore$ PR = RQ [প্রমাণিত]	

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ৮.১

১। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ প্রমাণ করতে হবে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ACBD বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র।



অঙ্কন ঃ বৃত্তটির কেন্দ্র E না ধরে O ধরি এবং O, E যোগ করি।

প্রমাণ ঃ জানা আছে যে, বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব।

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E.

$\therefore$ OE $\perp$ AB অর্থাৎ $\angle OEA$ = এক সমকোণ।

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E.

$\therefore$ OE $\perp$ CD অর্থাৎ $\angle OEC$ = এক সমকোণ।

যেহেতু AB এবং CD দুটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা।

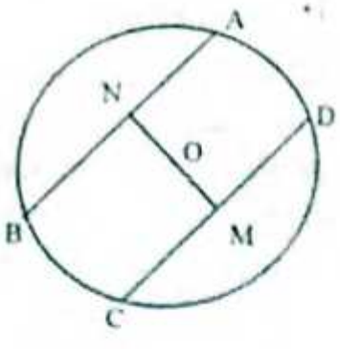
$\therefore$ $\angle OEA$ এবং $\angle OEC$ উভয়ই এক সমকোণ হতে পারে না।

সুতরাং, E বিন্দুটি ACBD বৃত্তের কেন্দ্র। (প্রমাণিত)

২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যা-দ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যা-দ্বয়ের উপর লম্ব।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। এর AB ও CD সমান্তরাল জ্যা-দ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M। M, N যোগ করা হল।



প্রমাণ করতে হবে যে, MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

অঙ্কন ঃ O, N এবং O, M যোগ করি।

প্রমাণ ঃ জানা আছে, বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব। O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু N.

$\therefore$ ON $\perp$ জ্যা AB

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু M.

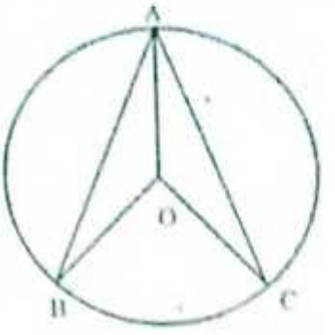
$\therefore$ OM $\perp$ জ্যা CD অর্থাৎ ON ও OM, O বিন্দু হতে যথাক্রমে AB ও CD সমান্তরাল জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সুতরাং ON এবং OM একই সরলরেখায় অবস্থিত। অর্থাৎ MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব। (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC.



সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC.

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করা হল। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ OA এর সাথে সমান কোণ ∠OAB ও ∠OAC উৎপন্ন করে অর্থাৎ ∠OAB = ∠OAC.

প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC.

অঙ্কন ঃ O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ ঃ ΔAOB-এ OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

∴ ∠OBA = ∠OAB [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

আবার, ΔAOC- এ

OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

∴ ∠OCA = ∠OAC

এখন, ∠OAB = ∠OAC [দেওয়া আছে]

∴ ∠OBA = ∠OCA

এখন, ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে

OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

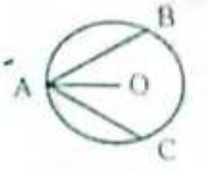
∠OAB = ∠OAC

এবং, ∠OBA = ∠OCA

∴ ΔAOB ≅ ΔAOC

সুতরাং AB = AC. (প্রমাণিত)

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC. প্রমাণ কর যে, ∠BAO = ∠CAO.



সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ চিত্রে দেয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC. প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAO = ∠CAO.

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং AB জ্যা = AC জ্যা।

O, A যোগ করা হল।

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAO = ∠CAO.

অঙ্কন ঃ O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ ঃ ΔAOB ও ΔAOC এ

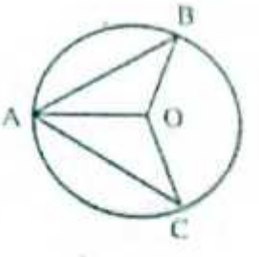
AB = AC [দেওয়া আছে]

OB = OC [∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

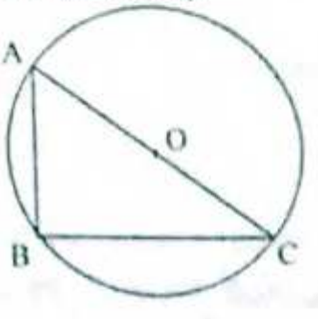
এবং, OA সাধারণ বাহু।

∴ ΔAOB ≅ ΔAOC [∵ ত্রিভুজদ্বয়ের বাহুত্রয় সমান]

∴ ∠BAO = ∠CAO. (প্রমাণিত)



৫। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।



সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাতে হবে যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, সমকোণী ΔABC এর ∠ABC = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। শীর্ষবিন্দু A, B, C দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল। মনে করি, এই বৃত্তের কেন্দ্র O. প্রমাণ করতে হবে যে, O, AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ ঃ ∠ABC = এক সমকোণ [কল্পনা অনুসারে]

∴ ∠ABC, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হবে।

∵ A, B, C বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাস AC.

সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্র O ব্যাস AC এর উপর অবস্থিত এবং OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

∴ O, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। (প্রমাণিত)

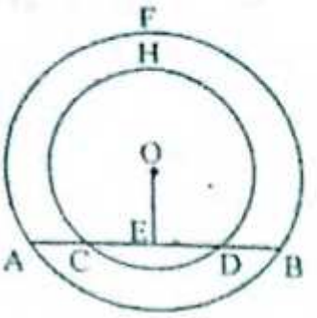
৬। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = BD.

সমাধান সাধারণ নির্বচন ঃ দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, AFB ও CHD উভয় বৃত্তের কেন্দ্র O. AFB বৃত্তের জ্যা AB, বৃত্ত CHD কে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD.



অঙ্কন ঃ OE ⊥ AB টানি।

প্রমাণ ঃ আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

AFB বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OE ⊥ জ্যা AB.

∴ AE = BE ..... (i)

আবার, CHD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং OE ⊥ জ্যা CD.

∴ CE = DE ..... (ii)

সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই, AE – CE = BE – DE

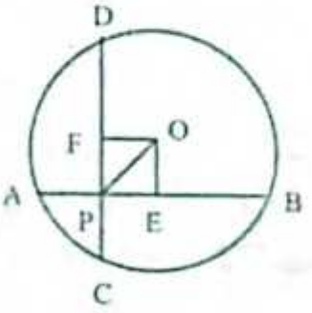
বা, AC = BD [∵ AE – CE = AC এবং BE – DE = BD]

∴ AC = BD (প্রমাণিত)

৬। **বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে, দেখাও যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।**

সমাধান **সাধারণ নির্বচন ঃ** বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে, দেখাতে হবে যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, 0 কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD একটি বৃত্ত। AB ও CD দুইটি সমান জ্যা P বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB এর অংশদ্বয় = CD এর অংশদ্বয়। অর্থাৎ AP = CP এবং DP = BP.



অঙ্কন ঃ O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব আঁকি। O, P যোগ করি।

প্রমাণ ঃ যেহেতু OE, AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

$\therefore EB = \frac{1}{2} AB$

তদ্রূপ, $FD = \frac{1}{2} CD$

কিন্তু AB = CD বলে,

EB = FD .....(i)

এখন, Δ POE ও Δ POF দ্বয়ের মধ্যে,

OE = OF [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]

OP বাহু সাধারণ

এবং ∠OEP = ∠OFP [∵ OF ⊥ CD এবং OE ⊥ AB]

∴ ΔPOE ≅ ΔPOF

∴ PE = PF ..... (ii)

এখন, (i) নং এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

EB + PE = FD + PF

বা, BP = DP

আবার, AB = CD বলে,

AB – BP = CD – DP

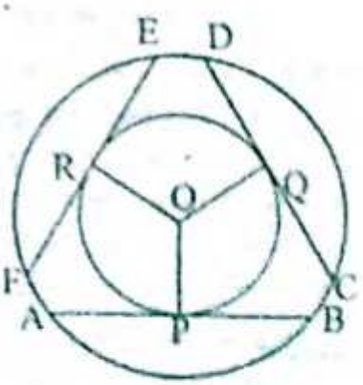
বা, AP = CP

∴ AP = CP এবং DP = BP. (প্রমাণিত)

৭। **প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।**

সমাধান **সাধারণ নির্বচন ঃ** প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB, CD এবং EF তিনটি সমান জ্যা। P, Q ও R যথাক্রমে AB, CD ও EF-এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q, R বিন্দুত্রয় সমবৃত্ত।

অঙ্কন ঃ O, P, O, Q এবং O, R যোগ করি।

www.bdniyog.com

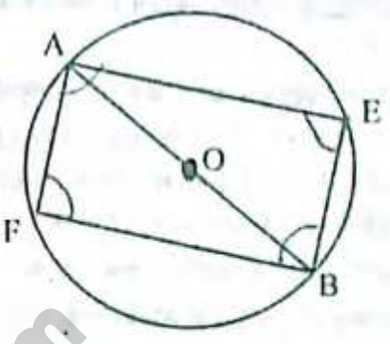
www.bdniyog.com

প্রমাণ ঃ যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র O এবং P, AB এর মধ্যবিন্দু;
সুতরাং, $OP \perp AB$.
তদ্রূপ, $OQ \perp CD$ এবং $OR \perp EF$.
আমরা জানি, সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।
$\therefore OP = OQ = OR$
সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OP, OQ, OR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে তা P, Q ও R বিন্দু দিয়ে যাবে।
অতএব, P, Q, R বিন্দুত্রয় সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

৮। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র, AB তার ব্যাস। AB এর দুই প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে AE ও BF এ দুটি জ্যা অঙ্কন করা হল যেন AE = BF হয়।

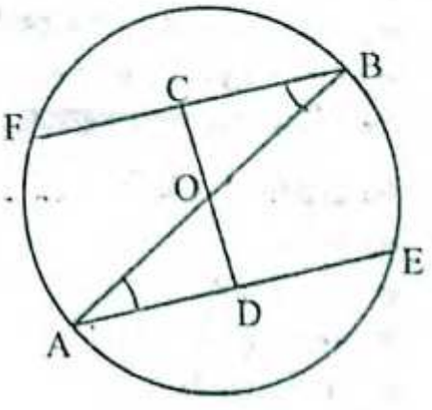


দেখাতে হবে যে, AE ।। BF.
অঙ্কন ঃ A, F ও B, E যোগ করি।
প্রমাণ ঃ AB বৃত্তের ব্যাস।
$\therefore \angle AEB$ = এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলে]
এবং, $\angle AFB$ = এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলে]
এখন, সমকোণী ΔAEB এবং সমকোণী ΔAFB এ
অতিভুজ AB উভয় ত্রিভুজের জন্য সাধারণ।
এবং AE = BF [কল্পনা অনুসারে]
$\therefore \Delta AEB$
$\cong \Delta AFB$ [$\because$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং একটি বাহু সমান]
সুতরাং $\angle BAE = \angle ABF$
কিন্তু $\angle BAE$ এবং $\angle ABF$ একান্তর কোণ, যাদের ছেদক AB.
$\therefore$ AE ।। BF. (প্রমাণিত)

৯। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

সমাধান ঃ সাধারণ নির্বচন ঃ দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, AEBF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। AB ব্যাসের প্রান্তদ্বয় A ও B হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AE ও BF জ্যা-দ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।



দেখাতে হবে যে, AE = BF.
অঙ্কন ঃ O হতে BF ও AE এর উপর যথাক্রমে OC এবং OD লম্ব টানি।
প্রমাণ ঃ আমরা জানি, কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।
বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OC \perp$ জ্যা BF

$\therefore BC = FC = \frac{1}{2} BF$ ..... (i)

আবার, বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OD \perp$ জ্যা AE

$\therefore AD = ED = \frac{1}{2} AE$ ..... (ii)

এখন, AE ।। BF এবং AB ছেদক
$\therefore \angle ABF = \angle BAE$ [একান্তর কোণ বলে]
বা, $\angle OBC = \angle OAD$
এখন, ΔBOC এবং ΔAOD এ

www.bdniyog.com

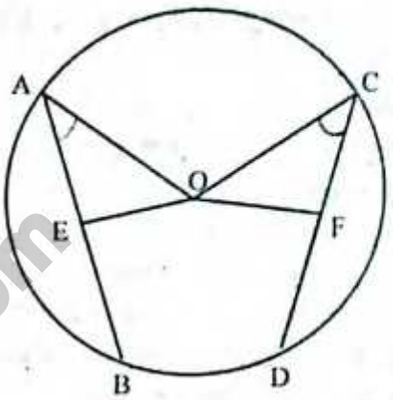
www.bdniyog.com

$\angle OCB = \angle ODA$ [অঙ্কন অনুসারে প্রত্যেকে এক সমকোণ]
$\angle OBC = \angle OAD$
এবং $OB = OA$ [∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ $\Delta BOC \cong \Delta AOD$ [∵ ত্রিভুজের দুটি কোণ এবং একটি বাহু পরস্পর সমান]
সুতরাং, $BC = AD$
বা, $\frac{1}{2} BF = \frac{1}{2} AE$ [(i) নং এবং (ii) নং থেকে]
বা, $BF = AE$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]
∴ $AE = BF$. (প্রমাণিত)

১০। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন ঃ দেখাতে হবে যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুটি জ্যা এবং AB>CD। OE এবং OF কেন্দ্র হতে যথাক্রমে AB ও CD এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $OE < OF$.



অঙ্কন ঃ O,A এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ ঃ আমরা জানি, কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যে কোন জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp$ জ্যা AB

∴ $AE = BE = \frac{1}{2} AB$

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র $OF \perp$ জ্যা CD

∴ $CF = DF = \frac{1}{2} CD$

এখন, সমকোণী ΔOAE এবং ΔOCF এর অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC
সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$OA^2 = OE^2 + AE^2$
$OC^2 = OF^2 + CF^2$

কিন্তু, $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
বা, $OA^2 = OC^2$
বা, $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$
বা, $AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2$..... (i)
আবার, AB>CD [কল্পনা অনুসারে]
বা, $\frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} CD$ [উভয়পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $AE > CF$
বা, $AE^2 > CF^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
বা, $AE^2 - CF^2 > 0$
বা, $OF^2 - OE^2 > 0$ [(i) নং থেকে]
বা, $OF^2 > OE^2$
বা, $OF > OE$
∴ $OE < OF$. (প্রমাণিত)

১১। কোনো বৃত্তের AB একটি নির্দিষ্ট জ্যা এবং CD অন্য যেকোনো জ্যা যার মধ্যবিন্দু E, AB জ্যা-এ অবস্থিত। দেখাও যে, E যতই AB এর মধ্যবিন্দুর নিকটবর্তী হয়, CD এর দৈর্ঘ্য ততই বর্ধিত হয়।

সমাধান: সাধারণ নির্বচন ঃ কোনো বৃত্তের AB একটি নির্দিষ্ট জ্যা এবং CD অন্য যেকোনো জ্যা যার মধ্যবিন্দু E, AB জ্যা-এ অবস্থিত। দেখাতে হবে যে, E যতই AB এর মধ্যবিন্দুর নিকটবর্তী হয়, CD এর দৈর্ঘ্য ততই বর্ধিত হয়।

www.bdniyog.com