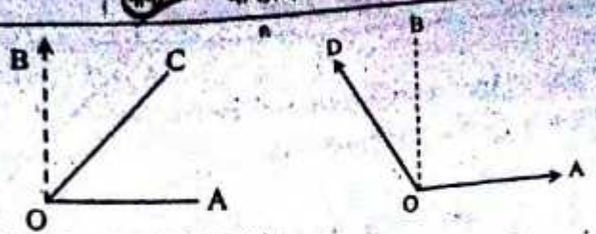


ওপরের চিত্রে, ∠AOC সূক্ষ্মকোণ এবং ∠AOD স্থূলকোণ।
উল্লেখ্য যে, ∠AOC < ∠AOB এবং AOD > ∠AOB দ্বারা কোণগুলোর ডিগ্রি পরিমাপের তুলনাই বোঝায় এবং ∠AOB = এক সমকোণ।

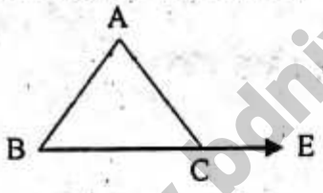
❑ অনুশীলনী- ৬.৩

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ–১: প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা তার অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর।** [পৃষ্ঠা– ১১৪]

সমাধান: সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটির প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করা বহিঃস্থ ∠ACE উৎপন্ন হয়েছে। বহিঃস্থ ∠ACE এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয় হলো ∠BAC এবং ∠ABC।



প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্থ ∠ACE > অন্তঃস্থ বিপরীত ∠BAC এবং বহিঃস্থ ∠ACE > অন্তঃস্থ বিপরীত ∠ABC

প্রমাণ :
ΔABC –এর
∠ABC + ∠ACB + ∠BAC = 2 সমকোণ ..... (i)

আবার, AC রশ্মির প্রান্তবিন্দু C তে, অপর একটি সরলরেখা BE মিলিত হয়েছে। ফলে ∠ACB এবং ∠ACE সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।
∴ ∠ACB + ∠ACE = 2 সমকোণ ..... (ii)
(i) নং এবং (ii) নং তুলনা করে পাই,
∠ACB + ∠ACE = ∠ABC + ∠ACB + ∠BAC
বা, ∠ACE = ∠ABC + ∠BAC
∴ স্পষ্টত ∠ACE > ∠ABC এবং ∠ACE > ∠BAC (প্রমাণিত)

যথার্থতা

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

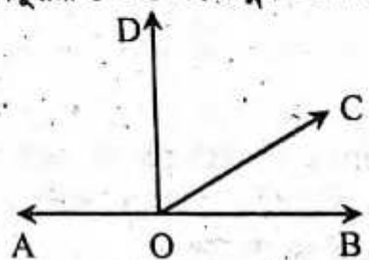
[উভয় পক্ষ থেকে ∠ACB বাদ দিয়ে]

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ৬.৩

১। নিম্নে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব?
ক) ৫ সে.মি. ৬ সে. মি. ও ৭ সে.মি
খ) ৩ সে.মি. ৪ সে. মি. ও ৭ সে.মি
গ) ৫ সে.মি. ৭ সে. মি. ও ১৪ সে.মি
ঘ) ২ সে.মি. ৪ সে. মি. ও ৮ সে.মি
উত্তর : ক) ৫ সে.মি. ৬ সে. মি. ও ৭ সে.মি।

২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :
i. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে
ii. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।
iii. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর : গ. ii ও iii.

৩। প্রদত্ত চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



এক সমকোণের সমান কোণ কোণটি?
ক ∠BOC খ ∠BOD
গ ∠COD ঘ ∠AOD
বি. দ্র. : খ ও ঘ উভয়ই সঠিক কারণ চিত্রানুসারে ∠A ও ∠BOD উভয়ই এক সমকোণ

৪। ∠BOC এর পূরক কোণ কোনটি?
ক ∠AOC খ ∠BOD
গ ∠COD ঘ ∠AOD
উত্তর : গ. ∠COD

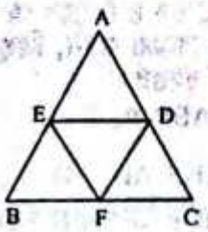
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৫। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। অর্থাৎ, AB = BC = AC। F, D ও E যথাক্রমে BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু। মধ্যবিন্দু তিনটি যোগ করায় DEF ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDEF সমবাহু।



প্রমাণ : ΔBEF ও ΔCDF এর মধ্যে

BE = CD [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

BF = CF [∵ F, BC এর মধ্যবিন্দু]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠B = অন্তর্ভুক্ত ∠C [∵ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ সমান]

∴ Δ BEF ≅ ΔCDF

অতএব, EF = FD

আবার, ΔCDF ও ΔAED এর মধ্যে CD = AD, [∵ D, AC- এর মধ্যবিন্দু]

AE = CF [সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠C = অন্তর্ভুক্ত ∠A

∴ ΔCDF ≅ ΔAED

∴ FD = ED

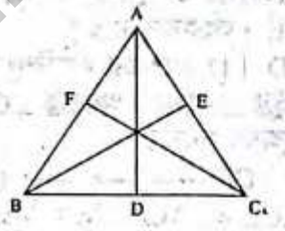
সুতরাং, EF = FD = ED

∴ ΔDEF সমবাহু (প্রমাণিত)

৬। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BE ও CF যথাক্রমে Δ ABC এর BC, CA এবং AB এর তিনটি মধ্যমা।



প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BE = CF.

প্রমাণ : ΔBCE ও Δ BCF দ্বয়ের মধ্যে, CE = BF

[E এবং F সমান বাহুর মধ্যবিন্দু বলে]

BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠BCE = অন্তর্ভুক্ত ∠CBF [∵ AB = AC]

∴ ΔBCE ≅ ΔBCF

∴ BE = CF

অনুরূপভাবে, ABD ও ABE ত্রিভুজ নিয়ে দেখানো যায় যে, AD = BE

∴ AD = BE = CF.

অর্থাৎ, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান। (প্রমাণিত)

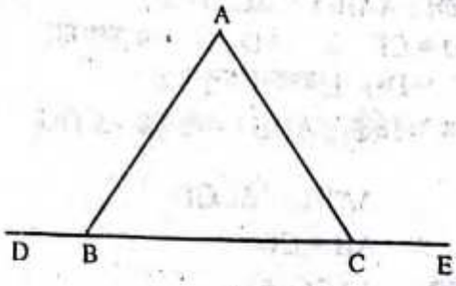
। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ এর BC বাহুকে D এবং E পর্যন্ত উভয় দিকে বর্ধিত করা হলো। এর ফলে ∠ABD ও ∠ACE বহিঃস্থ কোণ দুটি উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABD + ∠ACE > ২ সমকোণ।

প্রমাণ : বহিঃস্থ ∠ABD = অন্তঃস্থ (∠BAC + ∠ACB)

এবং বহিঃস্থ ∠ACE = অন্তঃস্থ (∠BAC + ∠ABC)



∴ ∠ABD + ∠ACE = ∠BAC + ∠ACB + ∠BAC + ∠ABC

= ∠BAC + ∠ABC + ∠ACB + ∠BAC

= দুই সমকোণ + ∠BAC

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = ২ সমকোণ]

অর্থাৎ, বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর

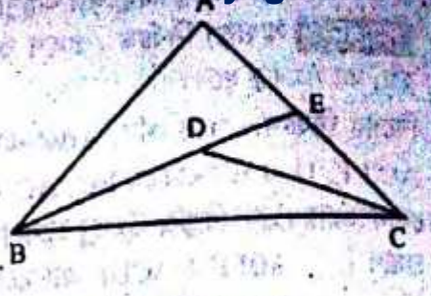
∴ (∠ABD + ∠ACE) > দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, AB + AC > BD + DC.

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : Δ ABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > BD + DC.

www.bdniyog.com

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, ABC ত্রিভুজের অভ্যন্তরে D যে কোন একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > BD + DC.



অংকন : B, D এবং C, D যোগ করি। BD কে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, এটি AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

∴ ΔABE এ,

AB + AE > BE

বা, AB + AE > BD + DE ---------(i)

অনুরূপভাবে, ΔCDE-এ,

DE + EC > CD---------- (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

AB + AE + DE + EC > BD + DE + CD

বা, AB + AE + EC > BD + CD. [উভয় পক্ষ থেকে DE বাদ দিয়ে]

বা, AB + AC > BD + CD [∵ AE + EC = AC]

∴ AB + AC > BD + DC. (প্রমাণিত)

৯। **Δ ABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, AB + AC > 2AD.**

সমাধান : **সাধারণ নির্বচন :** ΔABC এর BC বাহুর মধ্য বিন্দু D হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD.

অংকন : A, D যোগ করি এবং AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি, যেন AD = DE হয়। C, E যোগ করি।

প্রমাণ : Δ ABD ও ΔCDE এর মধ্যে,

AD = DE [অংকনানুসারে]

BD = CD [D, BC এর মধ্যবিন্দু বলে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠ADB = অন্তর্ভুক্ত ∠CDE [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

∴ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম

∴ AB = CE ---------- (i)

এখনΔ ACE এ, AC + CE > AE,

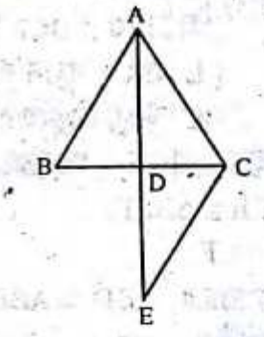
[∵ ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, AC + CE > AD + DE [অংকনানুসারে]

বা, AC + AB > AD + DE [(i) নং এর সাহায্যে]

বা, AC + AB > AD + AD [∵ DE = AD]

∴ AB + AC > 2AD. (প্রমাণিত)

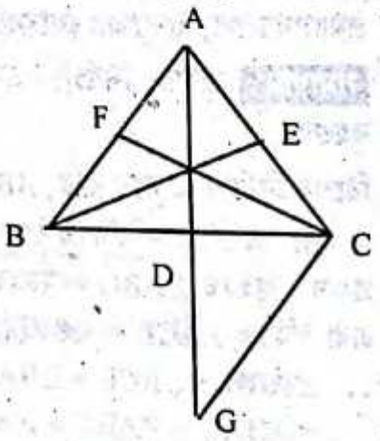


১০। **প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।**

সমাধান : **সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ এবং এর BC, CA ও AB বাহুর মধ্যমাত্রয় যথাক্রমে AD, BE ও CF।

প্রমাণ করতে হবে যে, AD + BE + CF < AB + BC + CA.



অঙ্কন: A ও D যোগ করি। AD কে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, DG = AD হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ : ΔABD ও ΔCGD-এ,

BD = CD [∵ AD, BC-এর মধ্যমা]

AD = DG [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত ∠ADB = অন্তর্ভুক্ত ∠CDG [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

∴ ΔABD ≅ ΔCGD

∴ AB = CG

এখন, ΔACG-এ,

AC + CG > AG [∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

বা, AC + AB > AD + DG [∵ AB = CG]

বা, AB + AC > AD + AD

∴ AB + AC > 2AD ---------- (i)

অনুরূপভাবে, AC + BC > 2CF ------ (ii)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

এবং $BC + AB > 2BE$ ------ (iii)

এখন, (i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$AB + AC + AC + BC + BC + AB > 2AD + 2CF + 2BE$

বা, $2AB + 2BC + 2AC > 2AD + 2CF + 2BE$

$2(AB + BC + AC) > 2(AD + CF + BE)$

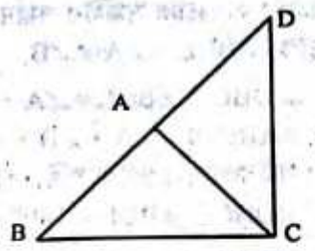
বা, $AB + BC + AC > AD + CF + BE$

$\therefore AD + CF + BE < AB + BC + AC$

অর্থাৎ, $AD + BE + CF < AB + BC + CA$. (প্রমাণিত)

১১। ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন BA = AD; প্রমাণ কর যে, ∠BCD একটি সমকোণ।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন BA = AD; প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BCD একটি সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল, যেন BA = AD;

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BCD একটি সমকোণ।

প্রমাণ : AB = AC [কল্পনানুসারে]

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ----------(i) [∵ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

আবার, Δ ACD এ, AC = AD [∵ BA = AC = AD]

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ ----------(ii)

এখন ΔBCD এ, $\angle BCD + \angle DBC + \angle BDC = 2$ সমকোণ

বা, $\angle BCD + \angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ

বা, $\angle BCD + \angle ACB + \angle ACD = 2$ সমকোণ [(i) ও (ii) নং এর সাহায্যে]

বা, $\angle BCD + \angle BCD = 2$ সমকোণ

বা, $2\angle BCD = 2$ সমকোণ

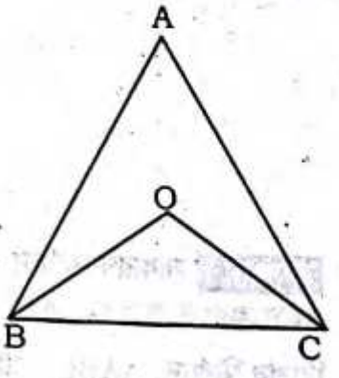
বা, $\angle BCD =$ এক সমকোণ

অতএব, ∠BCD একটি সমকোণ। (প্রমাণিত)

১২। ΔABC এর ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ΔABC এর ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, ΔABC-এর ∠B ও ∠C-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$



প্রমাণ : Δ ABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle B + \angle C = 180° - \angle A$ .....(i)

আবার, Δ BOC এ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B$

এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle C$

$\therefore \angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 180°$ [(i) এর সাহায্যে]

বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)

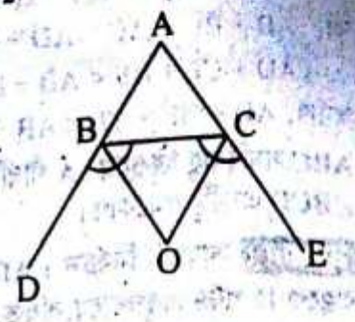
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৩। ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দুইটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে দুইটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর AB এবং AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করায় B ও C বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle DBC$ ও $\angle BCE$। উক্ত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

প্রমাণ : ΔABC এ, $\angle DBC = \angle A + \angle C$ [ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান বলে]

অনুরূপে, $\angle BCE = \angle A + \angle B$

$\therefore \angle DBC + \angle BCE = \angle A + \angle C + \angle A + \angle B$ ----- (i)

কিন্তু ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ ----------(ii)

$\therefore$ সমীকরণ (i) থেকে পাই, $\angle DBC + \angle BCE = \angle A + \angle B + \angle C + \angle A$

বা, $\angle DBC + \angle BCE = 180° + \angle A$ ----------(iii)

এখন, ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle CBO + \angle BCO = 180°$ [(ii)-এর সাহায্যে]

কিন্তু $\angle CBO = \frac{1}{2}\angle DBC$

এবং $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCE$

$\therefore \angle BOC + \frac{1}{2}\angle DBC + \frac{1}{2}\angle BCE = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle DBC + \angle BCE) = 180°$

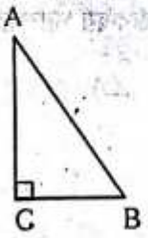
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° + \angle A) = 180°$ [(iii)-এর সাহায্যে]

বা, $\angle BOC + 90° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)

১৪। চিত্রে, দেওয়া আছে, $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$. প্রমাণ কর যে, $AB = 2BC$।



সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দেয়া আছে $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = 2BC$।

বিশেষ নির্বচন, ΔABC- এর $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = 2BC$

প্রমাণ : ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° বলে।]

বা, $\angle A + 2\angle A + 90° = 180°$ [$\because \angle B = 2\angle A$]

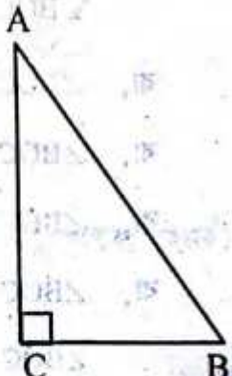
বা, $3\angle A = 180° - 90°$ [উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3\angle A = 90°$

$\therefore \angle A = 30°$

$\therefore \angle B = 30° \times 2 = 60°$

বা, $\angle ABC = 60°$



ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cos\angle ABC = \left[\frac{\text{ভূমি } BC}{\text{অতিভুজ } AB} = \cos\angle ABC\right]$

www.bdniyog.com

বা $\cos 60° = \frac{BC}{AB}$

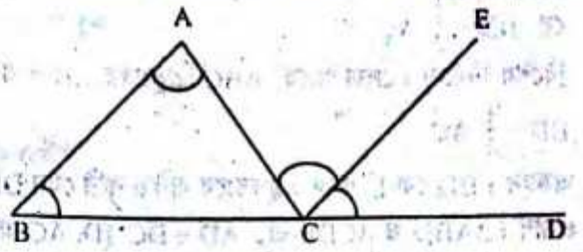
বা $\frac{1}{2} = \frac{BC}{AB}$

বা, $AB = 2BC$ [প্রমাণিত]

১৫। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্থ $\angle ACD$ = অন্তঃস্থ $\angle ABC$ + অন্তঃস্থ $\angle BAC$.



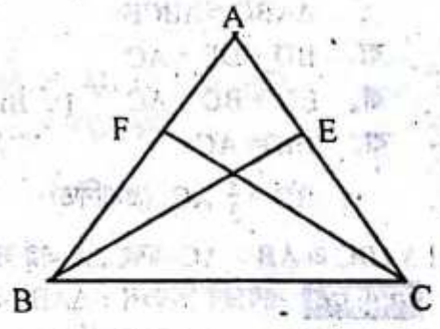
অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA এর সমান্তরাল CE অঙ্কন করি।

প্রমাণ : BA এবং CE সমান্তরাল, AC তাদের ছেদক,
$\therefore \angle BAC = \angle ACE$ (একান্তর কোণ) ..... (i)
আবার, BA ও CE সমান্তরাল এবং BCD তাদের ছেদক,
$\therefore \angle ABC = \angle ECD$ (অনুরূপ কোণ) ..... (ii)
(i) নং এবং (ii) নং যোগ করে পাই, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$
$\therefore$ বহিঃস্থ $\angle ACD$ = অন্তঃস্থ $\angle ABC$ + অন্তঃস্থ $\angle BAC$. (প্রমাণিত)

১৬। ΔABC এর B ও C শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF। যদি BE = CF হয়, তবে দেখাও যে, AB = AC.

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ΔABC এর B ও C শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF। যদি BE = CF হয়, তবে দেখাতে হবে যে, AB = AC.

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি ত্রিভুজ। এর B ও C শীর্ষ থেকে AC ও AB এর উপর যথাক্রমে BE ও CF লম্ব এবং BE = CF. দেখাতে হবে যে, AB = AC.



প্রমাণ : $BE \perp AC$ [দেওয়া আছে]
$\therefore \angle BEC = 90°$ এবং ΔBCE সমকোণী।
আবার, $CF \perp AB$ [দেওয়া আছে]
$\therefore \angle CFB = 90°$ এবং ΔBCF সমকোণী।

এখন, সমকোণী ΔBCF ও ΔBCE-এ
BE = CF [দেয়া আছে]
এবং BC উভয় ত্রিভুজের অতিভুজ।
$\therefore \Delta BCF \cong \Delta BCE$
$\therefore \angle BCE = \angle CBF$
অর্থাৎ ΔABC-এর
$\angle BCA = \angle CBA$
$\therefore$ AB = AC. [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু সমান বলে] (দেখানো হলো)

১৭। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB বৃহত্তম বাহু এবং তৃতীয় বাহু BC ক্ষুদ্রতম। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB - AC < BC$.
অর্থাৎ, প্রমাণ করতে হবে যে ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

প্রমাণ : ABC ত্রিভুজে, $AC + BC > AB$
[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + BC - AC > AB - AC$ [অসমতার উভয় দিক থেকে AC বিয়োগ করে]

www.bdniyog.com

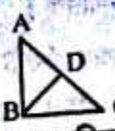
www.bdniyog.com

বা, $BC > AB - AC$

বা, $AB - AC < BC$.

অতএব, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। (প্রমাণিত)

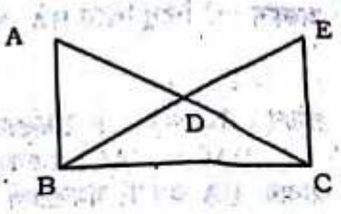
১৮। চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.



সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

অঙ্কন : BD কে E পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করি যেন DE = BD হয়। C,E যোগ করি।



প্রমাণ : ΔABD ও ΔCDE-এ, AD = DC [D, AC-এর মধ্যবিন্দু]

BD = DE [অঙ্কনানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$

$\therefore$ AB = CE এবং $\angle DAB = \angle DCE$

কিন্তু $\angle DAB$ এবং $\angle DCE$ একান্তর কোণ।

সুতরাং CE এবং BA সমান্তরাল এবং BC এদের ছেদক।

যেহেতু $\angle ABC$ = এক সমকোণ

$\therefore$ $\angle BCE$ = এক সমকোণ।

এখন, ΔABC ও ΔBCE-এ, AB = CE, BC সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BCE$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta BCE$

বা, BD + DE = AC

বা, BD + BD = AC [$\because$ BE = AC]

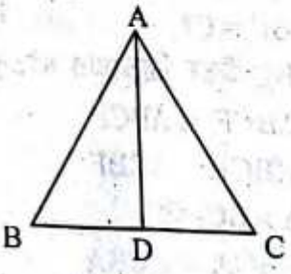
বা, 2BD = AC

$\therefore$ $BD = \frac{1}{2} AC$. (প্রমাণিত)

১৯। ΔABC এ AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ΔABC-এ AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ, এর AB > AC। $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ : $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক রেখা AD

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

আবার, ΔABC এ AB > AC

$\therefore$ $\angle ACB > \angle ABC$ [বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর বলে]

বা, $\angle ACD > \angle ABD$

বা, $\angle ACD + \angle CAD > \angle ABD + \angle CAD$ [উভয় পাশে $\angle CAD$ যোগ করে]

বা, $\angle ACD + \angle CAD > \angle ABD + \angle BAD$ ---------(i) [$\because \angle CAD = \angle BAD$]

কিন্তু $\angle ACD + \angle CAD$ = বহিঃস্থ $\angle ADB$ ----------(ii)

এবং $\angle ABD + \angle BAD$ = বহিঃস্থ $\angle ADC$ ----------(iii)

এখন, (i) থেকে (ii) ও (iii) এর সাহায্যে লিখতে পারি, $\angle ADB > \angle ADC$

কিন্তু $\angle ADB + \angle ADC$ = এক সরলকোণ

এবং $\angle ADB > \angle ADC$ হওয়ায়, $\angle ADB > 90°$

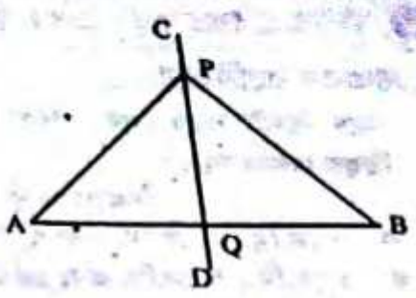
$\therefore$ $\angle ADB$ স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

২। প্রমাণ কর যে, কোন সরলরেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত সরলরেখার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

সমাধান সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যেকোনো সরলরেখার লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোন বিন্দু উক্ত সরলরেখার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB একটি সরলরেখা এবং CD এর সমদ্বিখণ্ডক। CD লম্বদ্বিখণ্ডকের উপর P যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, P বিন্দু A ও B বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : P ও A এবং P ও B যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু CD রেখা AB রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক সেহেতু CD রেখা AB রেখার মধ্যবিন্দু Q দিয়ে যায়।

∴ ΔPAQ এবং ΔPBQ-এর মধ্যে, AQ = BQ, PQ সাধারণ বাহু,
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠AQP = অন্তর্ভুক্ত ∠BQP [∵ CD রেখা AB রেখার লম্বদ্বিখণ্ডক]
∴ ΔPAQ ও ΔPBQ সর্বসম।
∴ PA = PB অর্থাৎ P বিন্দু A ও B থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)

৯। ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার ∠A = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D

ক) প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ) দেখাও যে, AB + AC > 2AD

গ) প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2} BC$

সমাধান : ক)

খ) দেখাও হবে AB + AC > 2AD.

বিশেষ নির্বাচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের BC বাহু মধ্যবিন্দু D। দেখাতে হবে যে, AD + AC > 2AD.

অংকন : A,D যোগ করি এবং AD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি, যেন AD = DE হয়। C,E যোগ করি।

প্রমাণ : Δ ABD ও Δ CDE এর মধ্যে
AD = DE [অংকনানুসারে]
BD = CD [D, BC এর মধ্যবিন্দু বলে]
এবং বিপ্রতীপ ∠ADB = ∠CDE
∴ ΔACE ≅ ΔCDE
∴ AB = CE ..... (i)
এখন, ΔACE এ AC + CE > AE.
বা, AC + CE > AD + DE
বা, AC + AB > AD + DE [(i) নং হতে]
বা, AC + AB > AD + AD
বা, AC + AB > 2AD [দেখানো হলো]

গ) খ, হতে দেখা যায়, ΔABD ≅ ΔCDE.
∴ AB = CE এবং ∠ABD = ∠DCE [একান্তর কোণ]
সুতরাং CE এবং AB সমান্তরাল এবং C এদের ছেদক।
যেহেতু ∠BAC = এক সমকোণ
∴ ∠ACE = এক সমকোণে
এখন, ΔBAC ও ΔACE এ AB = CE AC.
সাধারণ বাহু এবং অন্তর্ভুক্ত ∠BAC = অন্তর্ভুক্ত ∠ACE
∴ ΔBAC ≅ ΔACE.
বা, AD + DE = BC
বা, AD + AD = BC [∵ AE = BC]
বা, 2AD = BC
∴ $AD = \frac{1}{2} BC$ (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com