www.bdniyog.com

অধ্যায় ৫ এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- চলকের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সমীকরণ ও অভেদের পার্থক্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- একঘাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবে।
- বাস্তবভিত্তিক সমস্যার একঘাত সমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবে ও সমাধান সেট নির্ণয় করতে পারবে।
- বাস্তবভিত্তিক সমস্যার দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...

❖ **চলক :** যে প্রতীক নির্দিষ্ট সেটের যে কোন উপাদানকে বুঝায় তাকে চলক বা চল বলে।
যেমন : $A = \{x \neq R : 1 < x < 20\}$ সেটে x হল চলক কেননা এ সেটে x এর মান 2, 3, 4, ...,19 ইত্যাদির যে কোনটি হতে পারে।

❖ **গাণিতিক বাক্য :** গাণিতিক শব্দাবলি ক্রিয়াপদ দ্বারা যুক্ত হলে তাকে গাণিতিক বাক্য বলে। যেমন : $5 + 8 = 13, 2 \times 3 > 4, 10 < 12$ ইত্যাদি হলো গাণিতিক বাক্য। যেখানে '=' (সমান হওয়া), '>' (বড় হওয়া), '<' (ছোট হওয়া) ইত্যাদি ক্রিয়া পদ।

❖ **গাণিতিক খোলা বাক্য :** কোন চলক সম্বলিত গাণিতিক বাক্যকে গাণিতিক খোলা বাক্য বলে।
যেমন : $x + 3 = 7$

❖ **গাণিতিক উক্তি :** কোন গাণিতিক বাক্য সত্য না মিথ্যা নিশ্চিতভাবে বলা সম্ভব হলে, ঐ বাক্যকে গাণিতিক উক্তি বলে। উদা: $2 + 3 = 5$; $2 - 3 = 1$.

❖ **সমীকরণ :** দুইটি বহুপদীকে সমতা চিহ্ন দ্বারা সমীকৃত করলে তাকে সমীকরণ বলে। যেমন : $2x - 4 + x = 6$, $x^2 + y^2 = 5$ ইত্যাদি।

❖ **অভেদ :** সমান চিহ্নের দুই পক্ষে সমান ঘাতবিশিষ্ট দুইটি বহুপদী থাকে। চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সংখ্যার চেয়েও অধিক সংখ্যক মানের জন্য অভেদটি সিদ্ধ হবে। সমান চিহ্নের উভয় পক্ষের মধ্যে কোন ভেদ নেই বলেই অভেদ।
যেমন : $(a + 1)^2 - (a - 1)^2 = 4a$ একটি অভেদ;
এখানে a এর সকল মানের জন্য সিদ্ধ হবে।

❖ **সমীকরণের মূল :** কোন সমীকরণে চলক বা চলকসমূহের যে বা যেসব মানের জন্য বামপক্ষ ও ডানপক্ষ পরস্পর সমান হয় সে বা সেসব মানকে উক্ত সমীকরণের মূল বলে।
যেমন : $x + 3 = 7$ সমীকরণে x এর মান 4 বসালে বামপক্ষ এবং ডানপক্ষ সমান হয়। কাজেই এই সমীকরণের মূল, $x = 4$.

❖ **সমীকরণের সমাধান :** কোন সমীকরণের মূল বা বীজ নির্ণয় করাকে এর সমাধান বলা হয়।

❖ **সমীকরণ সমাধানের কয়েকটি স্বতঃসিদ্ধ :**
স্বতঃসিদ্ধ ১. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশির সাথে একই রাশি যোগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
স্বতঃসিদ্ধ ২. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশি থেকে একই রাশি বিয়োগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
স্বতঃসিদ্ধ ৩. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই রাশি দ্বারা গুণ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
স্বতঃসিদ্ধ ৪. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই রাশি দ্বারা (শূন্য ব্যতীত) ভাগ করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
যেমন : $x + 2 = 1$ হলে, $\frac{x+2}{2} = \frac{1}{2}$ হবে।
স্বতঃসিদ্ধ ৫. বামপক্ষের ও ডানপক্ষের রাশিকে একই ঘাতে উন্নীত করলে সমীকরণের উভয়পক্ষ সমান থাকবে।
যেমন : $x + 2 = 5$ হলে, $(x + 2)^2 = 5^2$ হবে।

❖ **দ্বিঘাত সমীকরণ :** যে সমীকরণকে সমাধান করলে অজ্ঞাত একটি চলকের দু'টি মূল বা বীজ পাওয়া যায়, তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। দ্বিঘাত সমীকরণে অজ্ঞাত রাশির সর্বোচ্চ ঘাত বা শক্তি 2 থাকে। যেমন : $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এর সমাধান,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

I ❤ MyMahbub

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

অনুশীলনী- ৫.১

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

কাজ-১: $(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$ হলে দেখাও যে, $x=6-2\sqrt{5}$ [পৃষ্ঠা- ৯১]

সমাধান: $(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4\sqrt{5}-4$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4(\sqrt{5}-1)$

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$

[লব ও হরকে দ্বারা $(\sqrt{5}-1)$ গুণ করে]

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5})^2-1}$

বা, $x=\frac{4\{(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}+1^2\}}{5-1}$

বা, $x=\frac{4(5-2\sqrt{5}+1)}{4}$

বা, $x=6-2\sqrt{5}$ (দেখানো হলো)

২। সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ : $(\sqrt{4x-3})+5=2$

সমাধান: $(\sqrt{4x-3})+5=2$

বা, $\sqrt{4x-3}=2-5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\sqrt{4x-3}=-3$

বা, $(\sqrt{4x-3})^2=(-3)^2$ [বর্গ করে]

বা, $4x-3=9$

বা, $4x=9+3$

বা, $4x=12$

বা, $x=3$

প্রদত্ত সমীকরণে বর্গমূল চিহ্ন থাকার কারণে শুদ্ধি পরীক্ষা প্রয়োজন।

প্রদত্ত সমীকরণটিতে $x=3$ বসিয়ে পাই,

$\sqrt{4\times3-3}+5=2$

বা, $\sqrt{12-3}+5=3$

বা, $\sqrt{9}+5=2$

বা, $3+5=2$

বা, $8=2$, যা অসম্ভব।

∴ সমীকরণটির কোনো সমাধান নেই।

∴ নির্ণেয় সমাধান সেট, $S=\{\}$ বা, ϕ

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ–৩॥ সমাধান কর ও সমাধান সেট লেখ :

$$\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-1}=\frac{2x-1}{5}$$

সমাধান: $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-1}=\frac{2x-1}{5}$

বা, $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-1}{5}=\frac{2x-4}{7x-1}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{6x+1-6x+3}{15}=\frac{2x-4}{7x-1}$

বা, $\frac{4}{15}=\frac{2x-4}{7x-1}$

বা, $15(2x-4)=4(7x-1)$ [আড় গুণন করে]

বা, $30x-60=28x-4$

বা, $30x-28x=60-4$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=56$

বা, $x=28$

∴ নির্ণেয় সমাধান 28 এবং সমাধান সেট, $S=\{28\}$

উদাহরণ–৪॥ সমাধান কর :

$$\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-5}$$

সমাধান: $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-5}$

বা, $\frac{x-4+x-3}{(x-3)(x-4)}=\frac{x-5+x-2}{(x-2)(x-5)}$

বা, $\frac{2x-7}{x^2-7x+12}=\frac{2x-7}{x^2-7x+10}$

প্রাপ্ত সমীকরণের দুই পক্ষের ভগ্নাংশ দুটির মান সমান। আবার, দুই পক্ষের লব সমান, কিন্তু হর অসমান। এক্ষেত্রে একমাত্র লবের মান শূন্য হলেই দুই পক্ষ সমান হবে।

∴ $2x-7=0$ বা, $2x=7$

∴ $x=\frac{7}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $\frac{7}{2}$

উদাহরণ–৬॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি দশক স্থানীয় অঙ্ক অপেক্ষা 2 বেশি। অঙ্কদ্বয় স্থা

MyMahbub

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

I ❤ MyMahbub

+ x বা, 11x + 20

প্রশ্নমতে, 11x + 20 = 2(11x + 2) − 6

বা, 11x + 20 = 22x + 4 − 6

বা, 22x − 11x = 20 + 6 − 4 [পক্ষান্তর করে]

বা, 11x = 22

বা, x = 2

∴ সংখ্যাটি 11x + 2 = 11 × 2 + 2 = 24

∴ প্রদত্ত সংখ্যাটি 24

উদাহরণ–8॥ একটি শ্রেণির প্রতিবেঞ্চে 4 জন করে ছাত্র বসলে 3টি বেঞ্চ খালি থাকে। আবার, প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে ছাত্র বসালে 6 জন ছাত্রকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। ঐ শ্রেণির ছাত্র সংখ্যা কত?

সমাধান : মনে করি, শ্রেণিটির ছাত্র সংখ্যা x

যেহেতু প্রতিবেঞ্চে 4 জন করে বসালে 3টি বেঞ্চ খালি থাকে,

সেহেতু ঐ শ্রেণির বেঞ্চের সংখ্যা $= \frac{x}{4} + 3$

আবার, যেহেতু প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসালে 6 জনকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়, সেহেতু ঐ শ্রেণির বেঞ্চের সংখ্যা $= \frac{x-6}{3}$

যেহেতু বেঞ্চের সংখ্যা একই থাকবে,

সুতরাং, $\frac{x}{4} + 3 = \frac{x-6}{3}$

বা, $\frac{x+12}{4} = \frac{x-6}{3}$

বা, 4x − 24 = 3x + 36

বা, 4x − 3x = 36 + 24

বা, x = 60

উদাহরণ–9॥ কবির সাহেব কিছু টাকা আংশিক 12% মুনাফায় ও বাকি টাকা বার্ষিক 10% মুনাফায় বিনিয়োগ করলেন। এক বছর পর তিনি মোট 6400 টাকা মুনাফা পেলেন। তিনি 12% মুনাফায় কত টাকা বিনিয়োগ করেছেন?

সমাধান : মনে করি, কবির সাহেব 12% মুনাফায় x টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

∴ তিনি 10% মুনাফায় বিনিয়োগ করেছেন (56000 − x) টাকা।

এখন, x টাকার 1 বছরের মুনাফা $x \times \frac{12}{100}$ টাকা

বা, $\frac{12x}{100}$ টাকা।

আবার, (56000 − x) টাকার 1 বছরের মুনাফা

$(56000 - x)\frac{10}{100}$ টাকা

বা, $\frac{10(56000-x)}{100}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{12x}{100} + \frac{10(56000-x)}{100} = 6400$

বা, 12x + 560000 − 10x = 640000

বা, 2x = 640000 − 560000

বা, 2x = 80000

বা, x = 40000

∴ কবির সাহেব 12% মুনাফায় 4000 টাকা বিনিয়োগ করেছেন। (Ans.)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ৫.১

সমাধান কর (১ − ১০) :

১। 3(5x − 3) = 2(x + 2)

সমাধান : 3(5x − 3) = 2(x + 2)

বা, 15x − 9 = 2x + 4

বা, 15x − 2x = 4 + 9

বা, 13x = 13

বা, $x = \frac{13}{13}$

∴ x = 1

অতএব নির্ণেয় সমাধান, x = 1

২। $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

সমাধান : $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{a^2y - b^2y}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{y(a^2-b^2)}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{y}{ab} = 1$ [উভয় পক্ষকে $a^2 - b^2$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, y = ab

∴ y = ab

অতএব নির্ণেয় সমাধান, y = ab

৩। (z + 1) (z − 2) = (z − 4) (z + 2)

সমাধান : (z + 1) (z − 2) = (z − 4) (z + 2)

বা, $z^2 - 2z + z - 2 = z^2 + 2z - 4z - 8$

বা, $z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$

বা, $z^2 - z - z^2 + 2z = 2 - 8$ [পক্ষান্তর করে]

বা, z = − 6

∴ z = − 6

অতএব নির্ণেয় সমাধান, z = − 6

৪। $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

সমাধান : $\frac{7x}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2x}{5} - \frac{4}{3}$

বা, $\frac{7x}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2x}{5} - \frac{3}{5}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{7x+4}{3} = \frac{2x-3}{5}$

বা, 5(7x + 4) = 3(2x − 3) [বজ্রগুণ করে]

বা, 35x + 20 = 6x − 9

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $35x - 6x = -9 - 20$
বা, $29x = -29$
বা, $x = \frac{-29}{29}$
$\therefore x = -1$
অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = -1$

৫। $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

সমাধান : $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$
বা, $\frac{4(3x+2)+9(2x+1)}{(2x+1)(3x+2)} = \frac{25}{5x+4}$
বা, $\frac{12x+8+18x+9}{(2x+1)(3x+2)} = \frac{25}{5x+4}$
বা, $\frac{30x+17}{6x^2+4x+3x+2} = \frac{25}{5x+4}$
বা, $\frac{30x+17}{6x^2+7x+2} = \frac{25}{5x+4}$
বা, $(5x+4)(30x+17) = 25(6x^2+7x+2)$ [বজ্রগুণ করে]
বা, $150x^2 + 85x + 120x + 68 = 150x^2 + 175x + 50$
বা, $150x^2 + 205x + 68 = 150x^2 + 175x + 50$
বা, $150x^2 + 205x - 150x^2 - 175x = 50 - 68$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $30x = -18$
বা, $x = \frac{-18}{30}$
$\therefore x = -\frac{3}{5}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = -\frac{3}{5}$

৬। $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

সমাধান : $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$
বা, $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $\frac{1(x+3)-1(x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{1(x+4)-1(x+2)}{(x+2)(x+4)}$
বা, $\frac{x+3-x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}$
বা, $\frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+2)(x+4)}$
বা, $\frac{1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{(x+2)(x+4)}$
বা, $(x+2)(x+4) = (x+1)(x+3)$
বা, $x^2 + 4x + 2x + 8 = x^2 + 3x + x + 3$
বা, $x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 3$
বা, $x^2 + 6x - x^2 - 4x = 3 - 8$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $2x = -5$
বা, $x = \frac{-5}{2}$
$\therefore x = \frac{-5}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{-5}{2}$

৭। $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

সমাধান : $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$
বা, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$
বা, $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $\frac{a(x-a-b)-a(x-a)}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{b(x-b)-b(x-a-b)}{(x-b)(x-a-b)}$
বা, $\frac{ax-a^2-ab-ax+a^2}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{bx-b^2-bx+ab+b^2}{(x-b)(x-a-b)}$
বা, $\frac{-ab}{x-a} = \frac{ab}{x-b}$ [উভয় পক্ষকে $x-a-b$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$ [উভয় পক্ষকে $x-a-b$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $-1(x-b) = 1(x-a)$
বা, $-x+b = x-a$
বা, $-x-x = -a-b$
বা, $-2x = -(a+b)$
বা, $2x = a+b$
$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{a+b}{2}$

৮। $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

সমাধান : $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$
বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} + 2 - 2 = 0$
বা, $\left(\frac{x-a}{b} - 1\right) + \left(\frac{x-b}{a} - 1\right) + \left(\frac{x-3a-3b}{a+b} + 2\right) = 0$
বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-3a-3b+2a+2b}{a+b} = 0$
বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-a-b}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$
বা, $(x-a-b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$
বা, $x-a-b = 0 \left[\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \neq 0 \text{ যা } x \text{ বর্জিত রাশি}\right]$
$\therefore x = a+b$
অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = a+b$

৯। $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

সমাধান : $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$
বা, $\frac{x-a}{a^2-b^2} = -\frac{x-b}{(a^2-b^2)}$
বা, $x-a = -(x-b)$ [উভয় পক্ষকে a^2-b^2 দ্বারা গুণ করে]
বা, $x-a = -x+b$
বা, $x+x = a+b$
বা, $2x = a+b$
$\therefore x = \frac{a+b}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{a+b}{2}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১০। $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

সমাধান : $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

বা, $(3+\sqrt{3})z=5+3\sqrt{3}-2$

বা, $(3+\sqrt{3})z=3\sqrt{3}+3$

বা, $z=\frac{3\sqrt{3}+3}{3+\sqrt{3}}$

বা, $z=\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{3}.\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

বা, $z=\frac{(3+\sqrt{3})\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})}$

$\therefore z=\sqrt{3}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান, $z=\sqrt{3}$

সমাধান সেট নির্ণয় কর : (১১ – ১৯)

১১। $2x(x+3)=2x^2+12$

সমাধান : $2x(x+3)=2x^2+12$

বা, $2x^2+6x=2x^2+12$

বা, $2x^2+6x-2x^2=12$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6x=12$

বা, $x=\frac{12}{6}$

$\therefore x=2$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট, $x=\{2\}$

১২। $2x+\sqrt{2}=3x-4-3\sqrt{2}$

সমাধান : $2x+\sqrt{2}=3x-4-3\sqrt{2}$

বা, $2x-3x=-4-3\sqrt{2}-\sqrt{2}$

বা, $-x=-4-4\sqrt{2}$

বা, $-x=-4(1+\sqrt{2})$

বা, $x=4(1+\sqrt{2})$

প্রদত্ত সমীকরণে বর্গমূলের চিহ্ন থাকার কারণে শুদ্ধি পরীক্ষা প্রয়োজন।

প্রদত্ত সমীকরণটিতে $x=4(1+\sqrt{2})$ বসিয়ে পাই,

$2\{4(1+\sqrt{2})\}+\sqrt{2}=3\{4(1+\sqrt{2})\}-4-3\sqrt{2}$

বা, $8(1+\sqrt{2})+\sqrt{2}=12(1+\sqrt{2})-4-3\sqrt{2}$

বা, $8+8\sqrt{2}+\sqrt{2}=12+12\sqrt{2}-4-3\sqrt{2}$

বা, $8+9\sqrt{2}=8+9\sqrt{2}$, যা সত্য

$\therefore$ নির্ণয়ে সমাধান সেট, $S=\{4(1+\sqrt{2})\}$

১৩। $\frac{x+a}{x-b}=\frac{x+a}{x+c}$

সমাধান : $\frac{x+a}{x-b}=\frac{x+a}{x+c}$

বা, $(x+a)(x+c)=(x+a)(x-b)$

বা, $x^2+xc+xa+ac=x^2-bx+ax-ab$

বা, $x^2+xc+xa+ac-x^2+bx-ax+ab=0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $xc+ac+bx+ab=0$

বা, $c(x+a)+b(x+a)=0$

বা, $(x+a)(c+b)=0$

এখানে, $x+a=0$ $(c+b)\neq 0$

$\therefore x=-a$ কারণ তা x বর্জিত রাশি

$\therefore$ সমাধান, $x=-a$

নির্ণেয় সমাধান সেট, $S=\{-a\}$

১৪। $\frac{z-2}{z-1}=2-\frac{1}{z-1}$

সমাধান : $\frac{z-2}{z-1}=2-\frac{1}{z-1}$

বা, $\frac{z-2}{z-1}+\frac{1}{z-1}=2$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{z-2+1}{(z-1)}=2$

বা, $z-1=2(z-1)$

বা, $z-1=2z-2$

বা, $z-2z=-2+1$

বা, $-z=-1$

$\therefore z=1$

কিন্তু $z=1$ প্রদত্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে না।

$\therefore$ সমীকরণটির কোনো সমাধান নেই।

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট $s=\{?\}$

১৫। $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x-1}$

সমাধান : $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x-1}$

বা, $\frac{x+1+x}{x(x+1)}=\frac{2}{x-1}$

বা, $\frac{2x+1}{x(x+1)}=\frac{2}{x-1}$

বা, $\frac{2x+1}{x^2+x}=\frac{2}{x-1}$

$\therefore (2x+1)(x-1)=2(x^2+x)$

বা $2x^2-2x+x-1=2x^2+2x$

বা $2x^2-x-1=2x^2+2x$

বা, $x^2-x-2x^2-2x=1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x=1$

$\therefore x=\frac{1}{3}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট $S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৬। $\frac{m}{m-x}+\frac{n}{n-x}=\frac{m+n}{m+n-x}$

সমাধান : $\frac{m}{m-x}+\frac{n}{n-x}=\frac{m+n}{m+n-x}$

বা, $\frac{m}{m-x}+\frac{n}{n-x}=\frac{m}{m+n-x}-\frac{n}{m+n-x}$

বা, $\frac{m}{m-x}-\frac{m}{m+n-x}=\frac{n}{m+n-x}-\frac{n}{n-x}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{m(m+n-x)-m(m-x)}{(m-x)(m+n-x)}=\frac{n(n-x)-n(m+n-x)}{(m+n-x)(n-x)}$

বা, $\frac{m^2+mn-mx-m^2+mx}{(m-x)(m+n-x)}=\frac{n^2-nx-nm-n^2+nx}{(m+n-x)(n-x)}$

বা, $\frac{mn}{(m-x)(m+n-x)}=\frac{-mn}{(m+n-x)}$

বা, $\frac{1}{(m-x)(m+n-x)}=\frac{-1}{(m+n-x)(n-x)}$ [উভয় পক্ষে mn দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(m+n-x)(n-x)=-\{(m-x)(m+n-x)\}$

বা, $(m+n-x)(n-x)+(m-x)(m+n-x)=0$

বা, $(m+n-x)(n-x+m-x)=0$

বা, $(m+n-x))(m+n-2x)=0$

∴ হয় $m+n-x=0$ অথবা $m+n-2x=0$

কিন্তু $m+n-x=0$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের ডানপক্ষের মান $\frac{m}{n}$ অর্থাৎ অসীম হয়।

ফলে $m+n-x=0$ গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং $m+n-2x=0$

বা, $m+n=2x$

∴ $x=\frac{m+n}{2}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান সেট $S=\left\{\frac{m+n}{2}\right\}$

১৭। $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+3}$

সমাধান : $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+3}$

বা, $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+5}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{(x+4)-1(x+2)}{(x+2)(x+4)}=\frac{1(x+5)-1(x+3)}{(x+3)(x+5)}$

বা, $\frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}=\frac{x+5-x-3}{(x+3)(x+5)}$

বা, $\frac{2}{(x+2)(x+4)}=\frac{2}{(x+3)(x+5)}$

বা, $\frac{1}{(x+2)(x+4)}=\frac{1}{(x+3)(x+5)}$

[উভয় পক্ষে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(x+3)(x+5)=(x+2)(x+4)$

বা, $x^2+5x+3x+15=x^2+4x+x+8$

বা, $x^2+8x+15=x^2+6x+8$

বা, $x^2+8x-6x-x^2=8-15$

বা, $2x=-7$

∴ $x=\frac{-7}{2}$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট $S\left\{\frac{-7}{2}\right\}$

১৮। $\frac{2t-6}{9}+\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15}{18}$

সমাধান : $\frac{2t-6}{9}+\frac{15-2t}{12-5t}=\frac{4t-15}{18}$

বা, $\frac{2t-6}{9}-\frac{4t-15}{18}=-\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$

বা, $\frac{2(2t-6)-(4t-15)}{18}=-\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$

বা, $\frac{4t-12-4t+15}{18}=-\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$

বা, $\frac{3}{18}=-\left(\frac{15-2t}{12-5t}\right)$

বা, $\frac{1}{6}=-\frac{15+2t}{12-5t}$

বা, $12-5:=-90+12:$

বা, $12+90=12:+5:$

বা, $102=17:$

বা, $:=\frac{102}{17}$

∴ $:=6$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট $S=\{6\}$

www.bdniyog.com

১৯। $\frac{x+2b^2+c^2}{a+b}+\frac{x+2c^2+a^2}{b+c}+\frac{x+2a^2+b^2}{c+a}=0$

সমাধান : $=\frac{x+2b^2+c^2}{a+b}+\frac{x+2c^2+a^2}{b+c}+\frac{x+2a^2+b^2}{c+a}=0$

বা, $\frac{x+2b^2+c^2}{a+b}+\frac{x+2c^2+a^2}{b+c}+\frac{x+2a^2+b^2}{c+a}+(b-c)+(c-a)+(a-b)=0$ $[\because (b-c)+(c-a)+(a-b)=0]$

বা, $\frac{x+2b^2+c^2}{a+b}+(a-b)+\frac{x+2c^2+a^2}{b+c}+(b-c)+\frac{x+2a^2+b^2}{c+a}+(c-a)=0$

বা, $\frac{x+2b^2+c^2+(a-b)(a+b)}{a+b}+\frac{x+2c^2+a^2+(b-c)(b+c)}{b+c}+\frac{x+2a^2+b^2+(c+a)(c-a)}{c+a}=0$

বা, $\frac{x+c^2+2b^2+a^2-b^2}{a+b}+\frac{x+a^2+2c^2+b^2-c^2}{b+c}+\frac{x+2a^2+b^2+c^2-a^2}{c+a}=0$

বা, $\frac{x+c^2+a^2+b^2}{a+b}+\frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c}+\frac{x+a^2+b^2+c^2}{c+a}=0$

বা, $\frac{x+a^2+b^2+c^2}{a+b}+\frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c}+\frac{x+a^2+b^2+c^2}{c+a}=0$

বা, $(x+a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{c+a}\right)=0$

কিন্তু $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\neq 0$ [কারণ x বর্জিত রাশি]

সুতরাং $x+a^2+b^2+c^2=0$

বা, $x=-a^2-b^2-c^2$

$\therefore x=-(a^2+b^2+c^2)$

অতএব নির্ণেয় সমাধান সেট $S=\{-(a^2+b^2+c^2)\}$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (20 – 29) :

২০। একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার $\frac{2}{5}$ গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি 98 হলে সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনেকরি, একটি সংখ্যা x

$\therefore$ অপর সংখ্যাটি = x এর $\frac{2}{5}=\frac{2x}{5}$

প্রশ্নমতে, $x+\frac{2x}{5}=98$

বা, $\frac{5x+2x}{5}=98$

বা, $7x=490$

বা, $x=\frac{490}{7}$

$\therefore x=70$

এখন, একটি সংখ্যা $x=70$

$\therefore$ অপর সংখ্যাটি $=\frac{2x}{5}=\frac{2\times 70}{5}=\frac{140}{5}=28$

অতএব সংখ্যা দুটি 28, 70

২১। একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 1; লব থেকে 2 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা $\frac{1}{6}$ এর সমান। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : ভগ্নাংশটি প্রকৃত বলে তার লব হর অপেক্ষা ছোট হবে।

ধরি, ভগ্নাংশটির লব = x তাহলে, ভগ্নাংশটির হর = x + 1

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $=\frac{x}{x+1}$

লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে নতুন ভগ্নাংশটি হয় $=\frac{x-2}{x+1+2}$ অর্থাৎ $\frac{x-2}{x+3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x-2}{x+3}=\frac{1}{6}$

বা, $6(x-2)=x+3$

বা, $6x-12=x+3$

বা, $6x-x=12+3$

বা, $5x=15$

বা, $x=\frac{15}{5}$

$\therefore x=3$

অতএব, ভগ্নাংশটি $=\frac{x}{x+1}=\frac{3}{3+1}=\frac{3}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $=\frac{3}{4}$

২২। দুই অঙ্ককবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 9; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 45 কম হবে। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : এখানে, অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি = 9

মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অংক = x

তাহলে, দশক স্থানীয় অংক = 9 – x

$\therefore$ সংখ্যাটি = 10 × দশক স্থানীয় অংক + একক স্থানীয় অংক

$= 10\times(9-x)+x=90-10x+x=90-9x$

আবার, অংক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি

$= 10\times x+(9-x)=9x+9$

এখন, প্রশ্নমতে, $9x+9=90-9x-45$

বা, $9x+9x=45-9$

বা, $18x=36$

বা, $x=\frac{36}{18}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$\therefore x = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 90 - 9x$

$= 90 - 9 \times 2 = 90 - 9 \times 2$

$= 90 - 18 = 72$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাটি 72 (Ans.)

২৩। দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের দ্বিগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাতগুণ।

সমাধান: মনে করি, একক স্থানীয় অংকটি $= x$

তাহলে, দশক স্থানীয় অংকটি $= 2x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 2x + x = 20x + x = 21x$

আবার, অংকদ্বয়ের সমষ্টি $= x + 2x = 3x$

$\therefore$ অংকদ্বয়ের সমষ্টির 7 গুণ $= 3x \times 7 = 21x$

অতএব, সংখ্যাটি = অংকদ্বয়ের সমষ্টির 7 গুণ অর্থাৎ $21x$ (Showed)

২৪। একজন ক্ষুদ্র ব্যবসায়ী 5600 টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর পর কিছু টাকার উপর 5% এবং অবশিষ্ট টাকার উপর 4% লাভ করলেন। বছর শেষে 256 টাকা মুনাফা পেলেন তিন কত টাকার উপর 5% লাভ করলেন?

সমাধান: দেয়া আছে, মোট টাকা = 5600 টাকা

প্রাপ্ত মুনাফা = 256 টাকা

সুদের হার = 5% ও 4% (সরল সুদ)

ধরি, 5% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ = x টাকা

তাহলে, 4% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ = $(5600 - x)$ টাকা।

আমরা জানি, সুদ = আসল × সুদের হার × বছর

$\therefore$ 5% হারে x টাকার 1 বছরের সুদ $= x \times \frac{5}{100} \times 1$

$= \frac{x}{20}$ টাকা

এবং 4% হারে $(5600 - x)$ টাকার 1 বছরের সুদ

$= (5600 - x) \times \frac{4}{100} \times 1 = \frac{5600 - x}{25}$ টাকা

$\therefore$ মোট সুদ $= \frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25} = 256$

বা, $\frac{x}{20} + \frac{5600}{25} - \frac{x}{25} = 256$

বা, $\frac{x}{20} + 224 - \frac{x}{25} = 256$

বা, $\frac{x}{20} - \frac{x}{25} = 256 - 224$

বা, $\frac{5x - 4x}{100} = 32$

বা, $\frac{x}{100} = 32$

বা, $x = 3200$

অতএব, 5% হার সুদে বিনিয়োগের পরিমাণ 3200 টাকা। (Ans.)

২৫। একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা 47; মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকেরটর ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 1680 টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা কত?

সমাধান: লঞ্চের মোট যাত্রী সংখ্যা = 47

মনে করি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = x

$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= (47 - x)$

এখন, ডেকের মাথাপিছু ভাড়া = 30 টাকা

$\therefore$ ডেকের মোট ভাড়া $= 30 \times (47 - x)$ টাকা

$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া = 2 × মাথাপিছু ডেকের ভাড়া $= 2 \times 30 = 60$ টাকা

$\therefore$ কেবিনের মোট ভাড়া $= 60x$ টাকা

$\therefore$ লঞ্চের সর্বমোট ভাড়া = কেবিনের ভাড়া + ডেকের ভাড় $= 60x + 30 \times (47 - x)$

প্রশ্নমতে, $60x + 30(47 - x) = 1680$

বা, $60x + 1410 - 30x = 1680$

বা, $30x = 1680 - 1410$

বা, $30x = 270$

বা, $x = \frac{270}{30}$

$\therefore x = 9$

অতএব, কেবিনের নির্ণেয় যাত্রী সংখ্যা 9 জন

২৬। 120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35 টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?

সমাধান: দেওয়া আছে, পঁচিশ ও পঞ্চাশ পয়সার মোট মুদ্রার সংখ্যা 120টি।

এবং সর্বমোট মুদ্রার মান 35 টাকা।

ধরি, পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = x

তাহলে পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা $= (120 - x)$

এখন, পঁচিশ পয়সার মোট মুদ্রার মান $= 25x$ পয়সা

এবং পঞ্চাশ ,, ,, ,, ,, $= 50(120 - x)$ পয়সা

$\therefore$ সর্বমোট মুদ্রার মান $= 25x + 50(120 - x)$ পয়সা

$= (25x + 6000 - 50x)$,,

$= (6000 - 25x)$,,

$= \frac{6000 - 25x}{100}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{6000 - 25x}{100} = 35$

বা, $6000 - 25x = 3500$

বা, $-25x = 3500 - 6000$

বা, $-25x = -2500$

বা, $x = \frac{-2500}{-25}$

$\therefore x = 100$

$\therefore$ পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 100

এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা $= (120 - 100) = 20$

$\therefore$ নির্ণেয় পঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা 100টি

এবং পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা 20টি

২৭। একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টায় 240 কি.মি. পথ অতিক্রম করলে, ঘণ্টায় 6(কি.মি. বেগে কতদূর গিয়েছে?

সমাধান: দেয়া আছে, 5 ঘণ্টায় যায় 240 কি.মি.

১ম অংশ যায় ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে

২য় অংশ যায় ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে

ধরি, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে যায় x কি.মি.

তাহলে, ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে যায় $(240 - x)$ কি.মি.

www.bdniyog.com