

$$\begin{aligned} i) 8a^3 + 27b^3 &= (2a)^3 + (3b)^3 \\ &= (2a + 3b) \{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\} \\ &= (2a + 3b) (4a^2 - 6ab + 9b^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ii) a^6 - 64 &= (a^3)^2 - (8)^2 \\ &= (a^3 + 8) (a^3 - 8) \\ &= (a^3 + 2^3) (a^3 - 2^3) \\ &= (a + 2) (a^2 - 2a + 4) \times (a - 2) (a^2 + 2a + 4) \\ &= (a + 2) (a - 2) (a^2 + 2a + 4) \times (a^2 - 2a + 4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

উদাহরণ- ১৩১ $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3 \\ &= (x^3 + 3x^2 \cdot 2y + 3x(2y)^2 + (2y)^3) - xy^3 - 2y^3 \\ &= (x + 2y)^3 - y^3(x + 2y) \\ &= (x + 2y) \{(x + 2y)^2 - y^2\} \\ &= (x + 2y) (x + 2y + y) (x + 2y - y) \\ &= (x + 2y) (x + 3y) (x + y) \\ &= (x + y) (x + 2y) (x + 3y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.৩

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : (১ - ৪৩) :

১। $a^2 + ab + ac + bc$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } a^2 + ab + ac + bc \\ &= a(a + b) + c(a + b) \\ &= (a + b) (a + c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

২। $ab + a - b - 1$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } ab + a - b - 1 \\ &= ab - b + a - 1 \\ &= b(a - 1) + 1(a - 1) \\ &= (a - 1) (b + 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৩। $(x - y) (x + y) + (x - y) (y - z) + (x - y) (z + x)$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } (x - y) (x + y) + (x - y) (y - z) + (x - y) (z + x) \\ &= (x - y) (x + y + y - z + z + x) \\ &= (x - y) (2x + 2y + 2z) \\ &= 2(x - y) (x + y + z) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৪। $ab(x - y) - bc(x - y)$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } ab(x - y) - bc(x - y) \\ &= (x - y) \{ab - bc\} \\ &= (x - y) \{b(a - c)\} \\ &= b(x - y) (a - c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৫। $9x^2 + 24x + 16$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 9x^2 + 24x + 16 \\ &= 9x^2 + 12x + 12x + 16 \\ &= 3x(3x + 4) + 4(3x + 4) \\ &= (3x + 4) (3x + 4) \\ &= (3x + 4)^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৬। $a^4 - 27a^2 + 1$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } a^4 - 27a^2 + 1 \\ &= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1 - 25a^2 \\ &= (a^2 - 1)^2 - 25a^2 \\ &= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2 \\ &= (a^2 - 1 + 5a) (a^2 - 1 - 5a) \\ &= (a^2 + 5a - 1) (a^2 - 5a - 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৭। $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } x^4 - 6x^2y^2 + y^4 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 - y^2 + 2xy) (x^2 - y^2 - 2xy) \\ &= (x^2 + 2xy - y^2) (x^2 - 2xy - y^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৮। $(a^2 - b^2) (x^2 - y^2) + 4abxy$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } (a^2 - b^2) (x^2 - y^2) + 4abxy \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy \\ &= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2) \\ &= \{(ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2 \cdot ay \cdot bx + (bx)^2\} \\ &= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= \{(ax + by) + (ay - bx)\} \{(ax + by) - (ay - bx)\} \\ &= (ax + by + ay - bx) (ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

৯। $4x^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 4x^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2 \\ &= \{(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2\} - 4c^2 \\ &= (2a - 3b)^2 - (2c)^2 \\ &= \{(2a - 3b) + (2c)\} \{(2a - 3b) - (2c)\} \\ &= (2a - 3b + 2c) (2a - 3b - 2c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১০। $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4 \\ &= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4) \\ &= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4) \\ &= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\} \\ &= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2) \\ &= 9\{(x)^2 - (2a)^2\} \{(x + a)(x - a)\} \\ &= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১১। $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y \\ &= a^2 + 6a + 9 - y^2 + 2y - 1 \\ &= \{(a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2) - \{y^2 - 2 \cdot y \cdot 1 + 1^2\}\} \\ &= (a + 3)^2 - (y - 1)^2 \\ &= \{(a + 3) + (y - 1)\} \{(a + 3) - (y - 1)\} \\ &= (a + 3 + y - 1) (a + 3 - y + 1) \\ &= (a + y + 2) (a - y + 4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১২। $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz \\ &= \{(4x)^2 - (5y)^2\} - 2z(4x - 5y) \\ &= (4x + 5y) (4x - 5y) - 2z(4x - 5y) \\ &= (4x - 5y) \{(4x + 5y) - 2z\} \\ &= (4x - 5y) (4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

১৩। $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান: } 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\ &= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\ &= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2) \\ &= (2bc)^2 - \{(a^2)^2 + (-b^2)^2 + (-c^2)^2 + 2 \cdot (a^2) \cdot (-b^2) + 2 \cdot (-b^2) \cdot (-c^2) + 2 \cdot (-c^2) \cdot a^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (2bc)^2 - \{(a^2) + (-b^2) + (-c^2)\}^2 \\
 &= (2bc)^2 - (a^2 - b^2 - c^2) \\
 &= (2bc + a^2 - b^2 - c^2)(2bc - a^2 + b^2 + c^2) \\
 &= \{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\} \{b^2 + 2bc + c^2 - a^2\} \\
 &= \{(a^2) - (b - c)^2\} \{(b + c)^2 - (a^2)\} \\
 &= (a + b - c)(a - b + c)(b + c + a)(b + c - a) \\
 &= (a + b + c)(b + c - a)(c + a - b)(a + b - c) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$১৪। x^2 + 13x + 36$$

সমাধান : $x^2 + 13x + 36$
 $= x^2 + 4x + 9x + 36$
 $= x(x + 4) + 9(x + 4)$
 $= (x + 4)(x + 9) \text{ (Ans.)}$

$$১৫। x^4 + x^2 - 20$$

সমাধান : $x^4 + x^2 - 20$
 $= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20$
 $= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$
 $= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$
 $= (x^2 + 5)\{(x)^2 - (2)^2\}$
 $= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) \text{ (Ans.)}$

$$১৬। a^2 - 30a + 216$$

সমাধান : $a^2 - 30a + 216$
 $= a^2 - 12a - 18a + 216$
 $= a(a - 12) - 18(a - 12)$
 $= (a - 12)(a - 18) \text{ (Ans.)}$

$$১৭। x^6y^6 - x^3y^3 - 6$$

সমাধান : $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$
 $= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6$
 $= x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$
 $= x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$
 $= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2) \text{ (Ans.)}$

$$১৮। a^8 - a^4 - 2$$

সমাধান : $a^8 - a^4 - 2$
 $= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$
 $= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2)$
 $= (a^4 - 2)(a^4 + 1) \text{ (Ans.)}$

$$১৯। a^2b^2 - 8ab - 105$$

সমাধান : $a^2b^2 - 8ab - 105$
 $= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$
 $= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$
 $= (ab - 15)(ab + 7) \text{ (Ans.)}$

$$২০। x^2 - 37x - 650$$

সমাধান : $x^2 - 37x - 650$
 $= x^2 - 50x + 13x - 650$
 $= x(x - 50) + 13(x - 50)$
 $= (x - 50)(x + 13) \text{ (Ans.)}$

$$২১। 4x^4 - 25x^2 + 36$$

সমাধান : $4x^4 - 25x^2 + 36$
 $= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36$
 $= 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$
 $= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$
 $= \{(x)^2 - (2)^2\} \{(2x)^2 - (3)^2\}$
 $= \{(x + 2)(x - 2)\} \{(2x + 3)(2x - 3)\}$
 $= (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3) \text{ (Ans.)}$

$$২২। 12x^2 - 38x + 20$$

সমাধান : $12x^2 - 38x + 20$
 $= 2(6x^2 - 19x + 10)$
 $= 2(6x^2 - 15x - 4x + 10)$

$$\begin{aligned}
 &= 2\{3x(2x - 5) - 2(2x - 5)\} \\
 &= 2(2x - 5)(3x - 2) \\
 &= (2x - 5)(6x - 4) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

$$২৩। 9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$$

সমাধান : $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$
 $= y^2(9x^2 - 5x - 14)$
 $= y^2(9x^2 + 9x - 14x - 14)$
 $= y^2\{9x(x + 1) - 14(x + 1)\}$
 $= y^2(x + 1)(9x - 14) \text{ (Ans.)}$

$$২৪। 4x^4 - 27x^2 - 81$$

সমাধান : $4x^4 - 27x^2 - 81$
 $= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81$
 $= 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$
 $= (4x^2 + 9)(x^2 - 9)$
 $= (4x^2 + 9)\{(x)^2 - (3)^2\}$
 $= (4x^2 + 9)(x + 3)(x - 3) \text{ (Ans.)}$

$$২৫। ax^2 + (a^2 + 1)x + a$$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$
 $= ax^2 + a^2x + x + a$
 $= ax(x + a) + 1(x + a)$
 $= (x + a)(ax + 1) \text{ (Ans.)}$

$$২৬। 13(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$$

সমাধান : মনে করি, $a^2 + 2a = x$
প্রদত্ত রাশি, $13x^2 - 22x + 40$
 $= 13x^2 - 12x - 10x + 40$
 $= 13x(x - 4) - 10(x - 4)$
 $= (x - 4)(13x - 10)$
 $= (a^2 + 2a - 4)\{3(a^2 + 2a) - 10\}$
 $= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \text{ (Ans.)}$

$$২৭। 14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$$

সমাধান : মনে করি,

$$x + z = a$$

$$x + 1 = b$$

প্রদত্ত রাশি = $14a^2 - 29ab - 15b^2$

$$= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2$$

$$= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b)$$

$$= (2a - 5b)(7a + 3b)$$

$$= \{2(x + z) - 5(x + 1)\} \{7(x + z) + 3(x + 1)\}$$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$$= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3)$$

$$= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3) \text{ (Ans.)}$$

$$২৮। (4a - 3b)^2 - 2(4a - 3b)(a + 2b) - 35(a + 2b)^2$$

সমাধান : মনে করি,

$$4a - 3b = x$$

$$a + 2b = y$$

প্রদত্ত রাশি = $x^2 - 2xy - 35y^2$

$$= x^2 - 7xy + 5xy - 35y^2$$

$$= x(x - 7y) + 5y(x - 7y)$$

$$= (x - 7y)(x + 5y)$$

$$= \{(4a - 3b) - 7(a + 2b)\} \{(4a - 3b) + 5(a + 2b)\}$$

$$= (4a - 3b - 7a - 14b)(4a - 3b + 5a + 10b)$$

$$= (-3a - 17b)(9a + 7b)$$

$$= -(3a + 17b)(9a + 7b) \text{ (Ans.)}$$

$$২৯। (a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$$

সমাধান :

মনে করি, $a - 1 = p$

এবং $a + 1 = q$

(গুণ করে) $a^2 - 1 = pq$

বা, $a^2 = pq + 1$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$$

$$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$$

$$= px(x + 2y) + y(x + 2y)$$

$$= (x + 2y)(px + y)$$

$$= \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\} \quad [p \text{ ও } q \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= (x + ay + y)(ax - x + y)$$

$$= (x + ay + y)(ax - x + y) \text{ (Ans.)}$$

$$৩০। 24x^4 - 3x$$

$$\text{সমাধান: } 24x^4 - 3x$$

$$= 3x(8x^3 - 1)$$

$$= 3x\{(2x)^3 - (1)^3\}$$

$$= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2\}\}$$

$$[\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \text{ (Ans.)}$$

$$৩১। (a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$$

$$\text{সমাধান: } (a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$$

$$= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3$$

$$= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2) \cdot 2ab + (2ab)^2\}$$

$$= (a + b)^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\}$$

$$= (a + b)^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\}$$

$$= (a + b)^2(a^4 + b^4 + 6a^2b^2 - 2a^3b - 2ab^3) \text{ (Ans.)}$$

$$৩২। x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$\text{সমাধান: } x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1$$

$$= (x)^3 + 3 \cdot (x)^2 \cdot 1 + 3x \cdot (1)^2 + (1)^3 + 1$$

$$= (x + 1)^3 + (1)^3$$

$$= (x + 1 + 1)\{(x + 1)^2 - (x + 1) \cdot 1 + (1)^2\}$$

$$= (x + 2)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1)$$

$$= (x + 2)(x^2 + x + 1) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৩। a^3 - 6a^2 + 12a - 9$$

$$\text{সমাধান: } a^3 - 6a^2 + 12a - 9$$

$$= a^3 - 3a^2 - 3a^2 + 9a + 3a - 9$$

$$= a^2(a - 3) - 3a(a - 3) + 3(a - 3)$$

$$= (a - 3)(a^2 - 3a + 3) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৪। a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$$

$$\text{সমাধান: } a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$$

$$= a^3 - 8b^3 - b^3 + (a + b)^3$$

$$= a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 2b^3$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b)$$

$$\{a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2\}$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৫। 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$$

$$\text{সমাধান: } 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$$

$$= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1^2 + 1^3 - 64$$

$$= (2x + 1)^3 - (4)^3$$

$$= (2x + 1 - 4)\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \cdot 4 + (4)^2\}$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 4 + 16)$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৬। 8a^3 + \frac{b^3}{27}$$

$$\text{সমাধান: } 8a^3 + \frac{b^3}{27}$$

$$= (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$$

$$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\}$$

$$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$$

$$= \left(\frac{6a + b}{3}\right)\left(\frac{36a^2 - 6ab + b^2}{9}\right)$$

$$= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৭। a^3 - \frac{1}{8}$$

$$\text{সমাধান: } a^3 - \frac{1}{8}$$

$$= (a)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{(a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$$

$$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{2a - 1}{2}\right)\left(\frac{4a^2 + 2a + 1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৮। \frac{a^6}{27} - b^6$$

$$\text{সমাধান: } \frac{a^6}{27} - b^6$$

$$= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3$$

$$= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right)\left\{\left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2\right\}$$

$$= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right)\left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right) \text{ (Ans.)}$$

$$৩৯। 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$\text{সমাধান: } 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= 4a^2 - 2 + \frac{1}{4a^2} + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}$$

$$8০। (3a+1)^3 - (2a-3)^3$$

$$\text{সমাধান: } (3a+1)^3 - (2a-3)^3$$

$$= \{(3a+1) - (2a-3)\} \{(3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2\}$$

$$= (3a+1-2a+3) \{(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + 1^2 + (6a^2 - 9a + 2a - 3) + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + (3)^2\}$$

$$= (a+4) \{9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9\}$$

$$= (a+4) (19a^2 - 13a + 7) \text{ (Ans.)}$$

$$81। (x+5)(x-9) - 15$$

$$\text{সমাধান: } (x+5)(x-9) - 15$$

$$= x^2 - 9x + 5x - 45 - 15$$

$$= x^2 - 4x - 60$$

$$= x^2 - 10x + 6x - 60$$

$$= x(x-10) + 6(x-10)$$

$$= (x-10)(x+6) \text{ (Ans.)}$$

$$82। (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$$

$$\text{সমাধান: } (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$$

$$= (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) - 48$$

$$= (x^2 + 5x + 2x + 10)(x^2 + 4x + 3x + 12)$$

$$= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48$$

$$\text{মনে করি, } x^2 + 7x = x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } (x+10)(x+12) - 48$$

$$= x^2 + 12x + 10x + 120 - 48$$

$$= x^2 + 22x + 72$$

$$= x^2 + 18x + 4x + 72$$

$$= x(x+18) + 4(x+18)$$

$$= (x+18)(x+4)$$

$$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4)$$

[∵ x এর মান বসিয়ে]

$$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4) \text{ (Ans.)}$$

$$83। (x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$$

$$\text{সমাধান: } (x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$$

$$= (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) - 65$$

$$= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$$

$$\text{মনে করি, } x^2 - 8x = 1$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রাশি: } (a+7)(a+15) - 65$$

$$= a^2 + 22a + 105 - 65$$

$$= a^2 + 22a + 40$$

$$= a^2 + 20a + 2a + 40$$

$$= a(a+20) + 2(a+20)$$

$$= (a+20)(a+2)$$

$$= (x^2 - 8 + 20)(x^2 - 8 + 2) [a এর মান বসিয়ে]$$

(Ans.)

$$88। \text{ দেখাও যে, } x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x+2)(x+3)(x+4)$$

$$\text{সমাধান:}$$

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$$

$$= x^3 + 2x^2 + 26x + 24$$

$$= x^2(x+2) + 7x(x+2) + 12(x+2)$$

$$= (x+2)(x^2 + 7x + 12)$$

$$= (x+2)(x^2 + 3x + 4x + 12)$$

$$= (x+2)\{x(x+3) + 4(x+3)\}$$

$$= (x+2)(x+3)(x+4)$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{ বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$$

$$8৫। \text{ দেখাও যে, } (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$$

$$\text{সমাধান:}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$$

$$= (x+1)(3x-1)(x+2)(3x-4)$$

$$= (3x^2 - x + 3x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$$

$$= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{ বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}$$

□ অনুশীলনী- ৩.৪

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

□ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

$$১। x^3 - 21x - 20$$

$$\text{সমাধান: } x^3 - 21x - 20$$

$$\text{ধরি, } f(x) = x^3 - 21x - 20$$

$$\text{তাহলে } f(-1) = (-1)^3 - 21(-1) - 20$$

$$= -1 + 21 - 20$$

$$= -20 + 20 = 0$$

$$\therefore (x+1), f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক}$$

$$\text{এখন, } x^3 - 21x - 20$$

$$= x^3 + x^2 - x^2 - x - 20x - 20$$

$$= x^2(x+1) - x(x+1) - 20(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 - x - 20)$$

$$= (x+1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$$

$$= (x+1)\{x(x-5) + 4(x-5)\}$$

$$= (x+1)(x-5)(x+4) \text{ (Ans.)}$$

$$২। 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$\text{সমাধান: } 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$\text{ধরি, } f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$\text{তাহলে, } f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= 2 \times \frac{1}{8} - 3 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{2} - 1$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1$$

$$= \frac{1-3+6-4}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\therefore (2x-1), f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক}$$

$$\text{এখন, } 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

[পৃষ্ঠা-৫৮]

$$= 2x^3 - x^2 - 2x^2 + x + 2x - 1$$

$$= x^2(2x - 1) - x(2x - 1) + 1(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}$$

৩। $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

সমাধান: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

ধরি, $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

তাহলে, $f(-1) = (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6$
 $= -1 + 6 - 11 + 6$

$\therefore (x + 1), f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$$x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$$

$$x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6(x + 1)$$

$$(x + 1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$(x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$$

$$= (x + 1)(x + 3)(x + 2) \text{ (Ans.)}$$

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ- ১। $x^3 - x - 6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: এখানে, $f(x) = x^3 - x - 6$ একটি বহুপদী। এর

ধ্রুবপদ - 6 এর উৎপাদকগুলো হচ্ছে $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ এবং ± 6 ।

এখন, $x = 1, -1$ বসিয়ে দেখি, $f(x)$ এর মান শূন্য হয় না।

কিন্তু $x = 2$ বসিয়ে দেখি, $f(x)$ এর মান শূন্য হয়।

অর্থাৎ, $f(2) = 2^3 - 2 - 6 = 8 - 2 - 6 = 0$

সুতরাং, $x - 2$, $f(x)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

$\therefore f(x) = x^3 - x - 6$

$$= x^3 - 2x^2 + 2x^2 - x - 6$$

$$= x^2(x - 2) + 2x(x - 2) - 6$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x - 6)$$

আবার,

ধরি, $g(x) = x^2 + xy - 2y^2$

$\therefore g(y) = y^2 + y^2 - 2y^2 = 0$

$\therefore (x - y), g(x)$ এর একটি উৎপাদক

$\therefore x^2 + xy - 2y^2$

$$= x^2 - xy + 2xy - 2y^2$$

$$= x(x - y) + 2y(x - y)$$

$$= (x - y)(x + 2y)$$

$\therefore x^3 - 3xy^2 + 2y^3 = (x - y)^2(x + 2y) \text{ (Ans.)}$

উদাহরণ- ২। $x^3 - 3xy^2 + 2y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: এখানে, x কে চলক এবং y কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।

প্রদত্ত রাশিকে x -এর বহুপদী বিবেচনা করে

ধরি, $f(x) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$

তাহলে, $f\left(-\frac{1}{2}a\right) = 54\left(-\frac{1}{2}a\right)^4 + 27a\left(-\frac{1}{2}a\right)^3 -$

$$16\left(-\frac{1}{2}a\right) - 8a = \frac{27}{8}a^4 - \frac{27}{8}a^4 + 8a - 8a = 0$$

$\therefore x - \left(-\frac{1}{2}a\right) = x + \frac{a}{2}$

অর্থাৎ, $2x + a$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$= 27x^3(2x + a) - 8(2x + a)$$

$$= (2x + a)(27x^3 - 8)$$

$$= (2x + a)\{(3x)^3 - (2)^3\}$$

$$= (2x + a)(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) \text{ (Ans.)}$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

৩.৪

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

১। $6x^2 - 7x + 1$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= 6x^2 - 7x + 1$

মনে করি, $f(x) = 6x^2 - 7x + 1$ একটি বহুপদী

এখানে, $x = 1$ বসালে, $f(1) = 6.1^2 - 7.1 + 1$

$$= 6 - 7 + 1$$

$$= 0$$

সুতরাং $(x - 1)$, $f(x)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

এখন, $6x^2 - 7x + 1$

$$= 6x^2 - 6x - x + 1$$

$$= 6x(x - 1) - 1(x - 1)$$

$$= (x - 1)(6x - 1)$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (x - 1)(6x - 1)$

২। $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= 3a^3 + 2a + 5$

মনে করি, $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

এখানে, $a = -1$ বসালে, $f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5$

$$= -3 - 2 + 5$$

$$= -5 + 5$$

$$= 0$$

সুতরাং $(x + 1)$, $f(a)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

এখন, $3a^3 + 2a + 5$

$$= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$$

$$= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1)$$

$$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$

৩। $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

মনে করি, $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

এখানে,

$x = -y$ বসালে, $f(-y) = (-y)^3 - 7(-y).y^2 - 6y^3$

$$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3$$

$$= 7y^3 - 6y^3$$

$$= y^3$$

$$= 0$$

∴ $(x+y)$, $f(x)$ বহুপদটির একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

$$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$$

$$= x^2(x+y) - xy(x+y) - 6y^2(x+y)$$

$$= (x+y)(x^2 - xy - 6y^2)$$

$$= (x+y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$$

$$= (x+y)\{x(x-3y) + 2y(x-3y)\}$$

$$= (x+y)(x-3y)(x+2y)$$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক = $(x+y)(x-3y)(x+2y)$

৪। $x^2 - 5x - 6$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^2 - 5x - 6$

মনে করি, $f(x) = x^2 - 5x - 6$

এখানে, $x = 6$ বসালে, $f(6) = (6)^2 - 5(6) - 6$

$$= 36 - 30 - 6$$

$$= 36 - 36$$

$$= 0$$

∴ $(x-6)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^2 - 5x - 6$

$$= x^2 - 6x + x - 6$$

$$= x(x-6) + 1(x-6)$$

$$= (x-6)(x+1)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(x-6)(x+1)$

৫। $2x^2 - x - 3$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $2x^2 - x - 3$

মনে করি, $f(x) = 2x^2 - x - 3$

এখানে, $x = -1$ বসালে,

$$f(-1) = 2(-1)^2 - (-1) - 3$$

$$= 2 + 1 - 3$$

$$= 3 - 3$$

$$= 0$$

∴ $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$∴ x^2 - x - 3$$

$$= 2x^2 + 2x - 3x - 3$$

$$= 2x(x+1) - 3(x+1)$$

$$= (x+1)(2x-3)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(x+1)(2x-3)$

৬। $3x^2 - 7x - 6$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $3x^2 - 7x - 6$

মনে করি, $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

এখানে, $x = 3$ বসালে, $f(3) = 3(3)^2 - 7(3) - 6$

$$= 27 - 21 - 6$$

$$= 0$$

∴ $(x-3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, 3x^2 - 7x - 6$$

$$= 3x^2 - 9x + 2x - 6$$

$$= 3x(x-3) + 2(x-3)$$

$$= (x-3)(3x+2)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(x-3)(3x+2)$

৭। $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

মনে করি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

এখানে, $x = 2$ বসালে, $f(2) = 2^3 + 2(2)^2 - 5(2) - 6$

$$= 8 + 8 - 10 - 6$$

$$= 16 - 16$$

$$= 0$$

∴ $(x-2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

$$= x^3 - 2x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6$$

$$= x^2(x-2) + 4x(x-2) + 3(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2 + 4x + 3)$$

$$= (x-2)(x^2 + 3x + x + 3)$$

$$= (x-2)\{x(x+3) + 1(x+3)\}$$

$$= (x-2)(x+3)(x+1)$$

$$= (x-2)(x+3)(x+1)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(x-2)(x+1)(x+3)$

৮। $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^3 + 4x^2 + x - 6$

মনে করি, $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

এখানে, $x = 1$ বসালে, $f(1) = 1^3 + 4(1)^2 + 1 - 6$

$$= 1 + 4 + 1 - 6$$

$$= 6 - 6$$

$$= 0$$

∴ $(x-1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, x^3 + 4x^2 + x - 6$$

$$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$$

$$= x^2(x-1) + 5x(x-1) + 6(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x-1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$= (x-1)\{x(x+3) + 2(x+3)\}$$

$$= (x-1)(x+3)(x+2)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(x-1)(x+3)(x+2)$

৯। $a^3 + 3a + 36$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $a^3 + 3a + 36$

মনে করি, $f(a) = a^3 + 3a + 36$

এখানে, $a = -3$ বসালে,

$$f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36$$

$$= -27 - 9 + 36$$

$$= -36 + 36$$

$$= 0$$

∴ $(a+3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, a^3 + 3a + 36$$

$$= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$$

$$= a^2(a+3) - 3a(a+3) + 12(a+3)$$

$$= (a+3)(a^2 - 3a + 12)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(a+3)(a^2 - 3a + 12)$

১০। $a^4 - 4a + 3$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $a^4 - 4a + 3$

মনে করি, $f(a) = a^4 - 4a + 3$

এখানে, $a = 1$ বসালে, $f(1) = (1)^4 - 4(1) + 3$

$$= 1 - 4 + 3$$

$$= 4 - 4$$

$$= 0$$

∴ $(a-1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, a^4 - 4a + 3$$

$$= a^4 - a^3 + a^2 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$$

$$= a^3(a-1) + a^2(a-1) + a(a-1) - 3(a-1)$$

$$= (a-1)(a^3 + a^2 + a - 3)$$

আবার, মনে করি, $f'(a) = a^3 + a^2 + a - 3$

এখানে, $a = 1$ বসালে, $f'(a) = (1)^3 + 1^2 + 1 - 3$

$$= 0$$

∴ $(a-1)$ $f'(a)$ এর একটি উৎপাদক।

$$এখন, a^3 + a^2 + a - 3$$

$$= a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3$$

$$= a^2(a-1) + 2a(a-1) + 3(a-1)$$

$$= (a-1)(a^2 + 2a + 3)$$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক = $(a-1)(a-1)(a^2 + 2a + 3)$

$$১১। a^3 - a^2 - 10a - 8$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $a^3 - a^2 - 10a - 8$

মনে করি, $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

এখানে, $a = -1$ বসালে,

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 \\ &= -1 - 1 + 10 - 8 \\ &= 10 - 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(a + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $a^3 - a^2 - 10a - 8$

$$= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8$$

$$= a^2(a + 1) - 2a(a + 1) - 8(a + 1)$$

$$= (a + 1)(a^2 - 2a - 8)$$

$$= (a + 1)(a^2 - 2a - 8)$$

$$= (a + 1)(a^2 - 4a + 2a - 8)$$

$$= (a + 1)\{a(a - 4) + 2(a - 4)\}$$

$$= (a + 1)(a - 4)(a + 2)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (a + 1)(a - 4)(a + 2)$$

$$১২। x^3 - 3x^2 + 4x - 4$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

মনে করি, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 2 \text{ বসালে, } f(2) &= (2)^3 - 3(2)^2 + 4 \cdot 2 - 4 \\ &= 8 - 12 + 8 - 4 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4$$

$$= x^2(x - 2) - x(x - 2) + 2(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x^2 - x + 2)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x - 2)(x^2 - x + 2)$$

$$১৩। a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

মনে করি, $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } a = b \text{ বসালে } f(b) &= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3 \\ &= 8b^3 - 8b^3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(a - b)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$$= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6a^2b^2 + ab^2 - b^3$$

$$= a^2(a - b) - 6ab(a - b) + b^2(a - b)$$

$$= (a - b)(a^2 - 6ab + b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 - 6ab + b^2)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (a - b)(a^2 - 6ab + b^2)$$

$$১৪। x^3 - x - 24$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^3 - x - 24$

মনে করি, $f(x) = x^3 - x - 24$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 3 \text{ বসালে, } f(3) &= (3)^3 - 3 - 24 \\ &= 27 - 27 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $x^3 - x - 24$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$$

$$= x^2(x - 3) + 3x(x - 3) + 8(x - 3)$$

$$= (x - 3)(x^2 + 3x + 8)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x - 3)(x^2 + 3x + 8)$$

$$১৫। x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

মনে করি, $f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

এখানে, $x = -y$ বসালে,

$$\begin{aligned} f(-y) &= (-y)^3 - 6(-y)^2 \cdot y + 11(-y) \cdot y^2 + 6y^3 \\ &= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3 \\ &= 12y^3 - 12y^3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(x + y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$$= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3$$

$$= x^2(x + y) + 5xy(x + y) + 6xy^2(x + y)$$

$$= (x + y)(x^2 + 5xy + 6y^2)$$

$$= (x + y)(x^2 + 2xy + 3xy + 6y^2)$$

$$= (x + y)\{x(x + 2y) + 3y(x + 2y)\}$$

$$= (x + y)(x + 2y)(x + 3y)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)$$

$$১৬। 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

মনে করি, $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x = 2 \text{ বসালে, } f(2) &= 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 - 2 \\ &= 32 - 24 - 6 - 2 \\ &= 32 - 32 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন, $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$$= 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2$$

$$= 2x^3(x - 2) + x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 1(x - 2)$$

$$= (x - 2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$$

$$= (x - 2)\{x^2(2x + 1) + 1(2x + 1)\}$$

$$= (x - 2)(2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x - 2)(2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$১৭। 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

মনে করি, $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

এখানে, $x = -2$ বসালে,

$$\begin{aligned} f(-2) &= 4(-2)^4 + 12(-2)^3 + 7(-2)^2 - 3(-2) - 2 \\ &= 4 \cdot 16 - 12 \cdot 8 + 28 + 6 - 2 \\ &= 64 - 96 + 28 + 6 - 2 \\ &= 98 - 98 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $(x + 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$$= 4x^4 + 8x^3 + 4x^3 + 8x^2 - x^2 - 2x - x - 2$$

$$= 4x^3(x + 2) + 4x^2(x + 2) - x(x + 2) - 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(4x^3 + 4x^2 - x - 1)$$

$$= (x + 2)\{4x^2(x + 1) - 1(x + 1)\}$$

$$= (x + 2)(x + 1)(4x^2 - 1)$$

$$= (x + 2)(x + 1)\{(2x)^2 - 1^2\}$$

$$= (x + 2)(x + 1)(2x + 1)(2x - 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x - 1)$$

$$১৮। x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

$$= x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$= x\{x^4(x-1) + x^2(x-1) + 1(x-1)\}$$

$$= x(x-1)(x^4 + x^2 + 1)$$

$$= x(x-1)\{(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2\}$$

$$= x(x-1)\{(x^2 + 1)^2 - (x)^2\}$$

$$= x(x-1)(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$$

$$= x(x-1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = x(x-1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$১৯। 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

সমাধান:

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

$$\text{মনে করি, } f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

$$\text{এখানে } f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5 \cdot \frac{1}{4} - 1$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{64} - 5 \cdot \frac{1}{16} + \frac{5}{4} - 1$$

$$= \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$$

$$= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16}$$

$$= \frac{21 - 21}{16}$$

$$= \frac{0}{16} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{4} = 4x - 1, f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

$$\therefore 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

$$= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$$

$$= x^2(4x - 1) - x(4x - 1) + 1(4x - 1)$$

$$= (4x - 1)(x^2 - x + 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (4x - 1)(x^2 - x + 1)$$

$$২০। 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি = $8x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$\text{মনে করি, } f(x) = 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

$$\text{এখানে } f\left(\frac{1}{3}\right) = 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 15 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 2$$

$$= 8 \cdot \frac{1}{27} + 15 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{3} - 2$$

$$= \frac{8}{27} + \frac{15}{9} - \frac{1}{3} - 2$$

$$= \frac{8 + 45 - 9 - 54}{27}$$

$$= \frac{63 - 63}{27}$$

$$= \frac{0}{27} = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{3} = 3x - 1$$

$f(x)$ এর একটি উৎপাদক

$$\therefore 8x^3 + 15x^2 - x - 2$$

$$= 6x^2(3x - 1) + 7x(3x - 1) + 2(3x - 1)$$

$$= (3x - 1)(6x^2 + 7x + 2)$$

$$= (3x - 1)(6x^2 + 4x + 3x + 2)$$

$$= (3x - 1)\{2x(3x + 2) + 1(3x + 2)\} = (3x - 1)(3x + 2)(2x + 1)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় উৎপাদক} = (3x - 1)(3x + 2)(2x + 1)$$

□ অনুশীলনী- ৩.৫

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

- কাজ-১: এক ব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ঘণ্টায় ২ কি.মি. বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘণ্টায় ৩ কি.মি. হলে, স্রোতের অনুকূলে ৩২ কি.মি. যেতে তার কত সময় লাগে? [পৃষ্ঠা- ৬৩]

সমাধান: মনে করি,

দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় x কি.মি.

এবং স্রোতের " " y কি.মি.

স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(x + y)$ কি.মি.

স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায় $(x - y)$ কি.মি.

দেওয়া আছে, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় = ৩ কি.মি.

অর্থাৎ $y = 3$ কি.মি.

প্রশ্নানুসারে, $x - y = 2$

$$\text{বা, } x - 3 = 2$$

$$\text{বা, } x = 2 + 3$$

$$\therefore x = 5$$

$\therefore$ দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় ৫ কি.মি.

$\therefore$ স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(5 + 3)$ কি.মি.

বা, ৮ কি.মি.

মনে করি, স্রোতের অনুকূলে ৩২ কি.মি. যেতে তার d ঘণ্টা সময় লাগবে।

জানা আছে, বেগ $\times$ সময় = দূরত্ব

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 8 \times d = 32$$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

$\therefore$ নির্ণেয় সময় ৪ ঘণ্টা