All kinds of PDf free download: MyMahbub.Com
www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ৩.২

১। সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

ক) $(2x + 5)$ এর ঘন

সমাধান : $(2x + 5)^3$
$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.5 + 3.2x\,(5)^2 + (5)^3$
$= 8x^3 + 3.4x^2.5 + 3.2x.25 + 125$
$= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$ (Ans.)

গ) $(4a - 5x^2)$ এর ঘন

সমাধান : $(4a - 5x^2)^3$
$= (4a)^3 - 3(4a)^2.5x^2 + 3.4a\,(5x^2)^2 - (5x^2)^3$
$= 64a^3 - 3.16a^2.5x^2 + 3.4a\,25x^4 - 125x^6$
$= 64a^3 - 240a^2x^2 + 300ax^4 - 125x^6$ (Ans.)

ঙ) 403 এর ঘন

সমাধান : $(403)^3$
$= (400 + 3)3$
$= (400)^3 + 3.(400)^2.3 + 3.400(3)^2 + (3)^3$
$= 64000000 + 3.160000.3 + 3.400.9 + 27$
$= 64000000 + 1440000 + 10800 + 27$
$= 65450827$ (Ans.)

ছ) $(2a - b - 3c)$ এর ঘন

সমাধান : $(2a - b - 3c)^3$
$= \{(2a - b) - 3c\}^3$
$= (2a - b)^3 - 3(2a - b)^2.3c + 3(2a - b).(3c)^2 - (3c)^3$
$= (2a)^3 - 3.(2a)^2.b + 3.2a(b)^2 - (b)^3 - 3.(4a^2 - 4ab + b^2).3c + 3(2a - b).9c^2 - 27c^3$
$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 9c\,(4a^2 - 4ab + b^2) + 27c^2\,(2a - b) - 27c^3$
$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$
$= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b + 6ab^2 - 36a^2c - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 + 36abc$ (Ans.)

জ) $(2x + 3y + z)$ এর ঘন

সমাধান : $(2x + 3y + z)^3$
$= [(2x + 3y) + z]^3$
$= (2x + 3y)^3 + 3(2x + 3y)^2.z + 3(2x + 3y).z^2 + z^3$
$= (2x)^3 + 3(2x)^2.3y + 3.2x(3y)^2 + (3y)^3 + 3z\,(2x)^2 + 2.2x.3y + (3y)^2\} + 3z^2\,(2x + 3y) + z^3$
$= 8x^3 + 3.4x^2.3y + 3.2x.9y^2 + 27y^3 + 3z\,(4x^2 + 12xy + 9y^2) + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3$
$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 + 12x^2z + 36xyz + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3$
$= 8x^3 + 27y^3 + z^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 12x^2z + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + 36xyz$ (Ans.)

খ) $(2x^2 + 3y^2)$ এর ঘন

সমাধান : $(2x^2 + 3y^2)^3$
$= (2x^2)^3 + 3(2x^2)^2.3y^2 + 3.2x^2.(3y^2)^2 + (3y^2)^3$
$= 8x^6 + 3.4x^4.3y^2 + 3.2x^2.9y^4 + 27y^6$
$= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6$ (Ans.)

ঘ) $(7m^2 - 2n)$ এর ঘন

সমাধান : $(7m^2 - 2n)^3$
$= (7m^2)^3 - 3.(7m^2)^2.2n + 3.7m^2\,(2n)^2 - (2n)^3$
$= 343m^6 - 3.49m^4.2n + 3.7m^2.4n^2 - 8n^3$
$= 343m^6 - 294m^4.n + 84m^2n^2 - 8n^3$ (Ans.)

চ) 998 এর ঘন

সমাধান : $(998)^3$
$= (1000 - 2)^3$
$= (1000)^3 - 3.(1000)^2.2 + 3.1000(2)^2 - (2)^3$
$= 1000000000 - 3.1000000.2 + 3.1000.4 - 8$
$= 1000000000 - 6000000 + 12000 - 8$
$= 1000012000 - 600008$
$= 994011992$ (Ans.)

২। সরল কর :

ক) $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2\,(2a - 3b) + 3(4a - 3b)\,(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$

সমাধান :
মনে করি, $(4a - 3b) = x$
এবং $(2a - 3b) = y$
প্রদত্তরাশি $= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$= (x - y)^3$
$= \{(4a - 3b) - (2a - 3b)\}$
$= (4a - 3b - 2a + 3b)^3$ [x ও y এর মান বসিয়ে]
$= (2a)^3$
$= 8a^3$. (Ans.)

খ) $(2x + y)^3 + 3(2x + y)^2\,(2x - y) + 3(2x + y)\,(2x - y)^2 + (2x - y)^3$

সমাধান :
মনে করি, $2x + y = a$
এবং $2x - y = b$
প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3.a^2.b + 3a.b^2 + b^3$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$= (a + b)^3$
$= \{(2x + y) + (2x - y)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]
$= (2x + y + 2x - y)^3$
$= (4x)^3$
$= 64x^3$ (Ans.)

www.bdniyog.com

গ) $(7x+3b)^3-(5x+3b)^3-6x(7x+3b)(5x+3b)$

সমাধান : $(7x+3b)^3-(5x+3b)^3-3.2x(7x+3b)(5x+3b)$

মনে করি,

$7x+3b=a$

এবং $5x+3b=b$

(−) করে $2x=a-b$

প্রদত্ত রাশি $=a^3-b^3-3(a-b)ab$

$=a^3-b^3-3ab(a-b)$

$=(a-b)^3$

$=\{(7x+3b)-(5x+3b)\}^3$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$=\{7x+3b-5x-3b\}^3$

$=(2x)^3$

$=8x^3$. (Ans.)

ঘ) $(x-15)^3+(16-x)^3+3(x-15)(16-x)$

সমাধান : $(x-15)^3+(16-x)^3+3.1(x-15)(16-x)$

মনে করি,

$x-15=a$

$16-x=b$

(+) করে $16-15=a+b$

$\therefore a+b=1$

প্রদত্ত রাশি $=a^3+b^3+3(a+b)ab$

$=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$=(a+b)^3$

$=\{(x-15)+(16-x)\}^3$

$=(x-15+16-x)^3$

$=(1)^3=1$ (Ans.)

ঙ) $(a+b+c)^3-(a-b-c)^3-6(b+c)\{a^2-(b+c)^2\}$

সমাধান :

$(a+b+c)^3-(a-b-c)^3-6(b+c)\{a^2-(b+c)^2\}$

$=(a+b+c)^3-(a-b-c)^3-3.2(b+c)\{(a^2-(b+c)^2\}$

মনে করি,

$a+b+c=x$

$a-b-c=y$

(−) করে $2(b+c)=x-y$

আবার, $xy=(a+b+c)(a-b-c)$

$=\{a+(b+c)\}\{a-(b+c)\}$

$=\{a^2-(b+c)^2\}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^3-y^3-3(x-y)xy$

$=x^3-y^3-3xy(x-y)$

$=(x-y)^3$

$=\{2(b+c)\}^3$ [x − y এর মান বসিয়ে]

$=8(b+c)^3$ (Ans.)

চ) $(m+n)^6-(m-n)^6-12mn(m^2-n^2)^2$

সমাধান : $(m+n)^6-(m-n)^6-12mn(m^2-n^2)$

$=(m+n)^2-\{(m-n)^2\}^3-3(m^2-n^2)^2.4mn.$

মনে করি, $(m+n)^2=x$

$(m-n)^2=y$

$\therefore x-y=(m+n)^2-(m-n)^2$

$=m^2+2mn+n^2-(m^2-2mn+n^2)$

$=4mn.$

আবার, $xy=(m+n)^2(m-n)^2$

$=(m^2-n^2)^2$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^3-y^3-3xy(x-y)$

$=(x-y)^3$

$=(4mn)^3$ [x − y এর মান বসিয়ে]

$=64m^3n^3$ (Ans.)

ছ) $(x+y)(x^2-xy+y^2)+(y+z)$

$(y^2-yz+z^2)+(z+x)(z^2-zx+x^2)$

সমাধান : $(x+y)(x^2-xy+y^2)+(y+z)$

$(y^2-yz+z^2)+(z+x)(z^2-zx+x^2)$

$=(x^3+y^3)+(y^3+z^3)+(z^3+x^3)$

$=x^3+y^3+y^3+z^3+z^3+x^3$

$=2x^3+2y^3+2x^3$

$=2(x^3+y^3+z^3)$ (Ans.)

জ) $(2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+12x\{4x^2-(3y-4z)^2\}$

সমাধান : $(2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+12x\{4x^2-(3y-4z)^2\}$

$=(2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+3(4x^2-(3y-4z)^2\}.4x$

মনে করি,

$2x+3y-4z=a$

এবং $2x-3y+4z=b$

$\therefore a+b=2x+3y-4z+2x-3y+4z$

$=4x.$

আবার, $ab=(2x+3y-4z)(2x-3y+4z)$

$=\{2x+(3y-4z)\}\{2x-(3y-4z)\}$

$=\{(2x)^2-(3y-4z)^2\}$

$=\{4x^2-(3y-4z)^2\}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$=(a+b)^3$

$=(4x)^3$

$=64x^3$ (Ans.)

৩। $a-b=5$ এবং $ab=36$ হলে, a^3-b^3 এর মান কত?

সমাধান :

দেয়া আছে, $a-b=5$

এবং $ab=36$

$\therefore a^3-b^3=?$

আমরা জানি, $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

$=(5)3+3.36.5$

$=125+540$

$=665$

$\therefore$ নির্ণয় মান $=665.$

৪। যদি $a^3-b^3=513$ এবং $a-b=3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান :

দেয়া আছে, $a^3-b^3=513$

এবং $a-b=3$

$\therefore ab=?$

আমরা জানি, $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

বা, $513=(3)^3+3ab.3$

বা, $513=27+9ab$

বা, $9ab=513-27$

বা, $9ab=486$

বা, $ab=\frac{\overset{54}{\cancel{486}}}{\cancel{9}}$

$\therefore ab=54$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=54.$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৫। $x = 19$ এবং $y = -12$ হলে, $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :
দেয়া আছে, $x = 19$
এবং $y = -12$
$\therefore$ $ab = ?$
প্রদত্ত রাশি, $8x^3 + 36x^2y + 54x^2 + 27y^3$
$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.2x.(3y)^2 + (3y)^3$
$= (2x + 3y)^3$
$= \{2(19) + 3(-12)\}^3$
$= (38 - 36)^3$
$= (2)^3$
$= 8$
$\therefore$ নির্ণেয় মান = 8.

৬। যদি $a = 15$ হয়, তবে $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$ এর মান কত?

সমাধান : $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$
$= (2a)^3 + 3.(2a)^2.5 + 3.2a.(5)^2 + (5)^3 + 5$
$= (2a + 5)^3 + 5$
$= (2.15 + 5)^3 + 5$. [a এর মান বসিয়ে]
$= (30 + 5)^3 + 5$
$= (35)^3 + 5$
$= 42875 + 5$
$= 42880$ (Ans.)

৭। $a = 7$ এবং $b = -5$ হলে, $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)((4b - 2a)$ এর মান কত।

সমাধান :
দেয়া আছে, $a = 7$
এবং $b = -5$
মনে করি,
$3a - 5b = x$
$2x - 3y = y$
(+) করে $a - b = x + y$
প্রদত্ত রাশি $= (3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$
$= x^3 + y^3 + 3(x+y)xy$ [মান বসিয়ে]
$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
$= (x + y)^3$
$= \{(3a - 5b) + (4b - 2a)\}^3$
$= (3a - 5b + 4b - 2a)^3$
$= (a - b)^3$
$= \{7 - (-5)\}^3$
$= (7 + 5)^3$
$= (12)^3$
$= 1728$ (Ans.)

৮। যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$.

সমাধান :
দেয়া আছে, $a + b = m$
$a^2 + b^2 = n$
এবং $a^3 + b^3 = p^3$
বামপক্ষ $= m^3 + 2p^3$
$= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3)$ [মান বসিয়ে]
$= (a + b)(a + b)^2 + 2(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$= (a + b)\{(a + b)^2 + 2(a^2 - ab + b^2)\}$
$= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - 2ab + 2b^2)$
$= (a + b)(3a^2 + 3b^2)$
$= (a + b)3.(a^2 + b^2)$
$= 3(a + b)(a^2 + b^2)$
$= 3mn$.
$=$ ডানপক্ষ।
$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

৯। যদি $x + y = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 1$
বামপক্ষ $= x^3 + y^3 - xy$
$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy$
[$\because x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ মান বসিয়ে]
$= 1.(x^2 + y^2 - xy - xy)$
$= x^2 + y^2 - 2xy$
$= (x - y)^2$
$=$ ডানপক্ষ
$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১০। $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে,
(ক) $a^2 - ab + b^2$ এবং
(খ) $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 3$
এবং $ab = 2$
(খ) আমরা জানি, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
$= (3)^3 - 3.2.3$ [মান বসিয়ে]
$= 27 - 18$
$= 9$
$\therefore$ নির্ণেয় মান = 9
(ক) আবার,
আমরা জানি, $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
বা, $9 = 3.(a^2 - ab + b^2)$ [মান বসিয়ে]
বা, $(a^2 - ab + b^2) = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{3}}$
$\therefore a^2 - ab + b^2 = 3$
$\therefore$ নির্ণেয় মান = 3.

১১। $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে,
(ক) $a^2 + ab + b^2$ এবং
(খ) $a^3 - b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 5$
এবং $ab = 36$
(খ) আমরা জানি, $a^3 - b^3 = (a - b)^3 - 3ab(a - b)$
$= (5)^3 + 3.36.5$ [মান বসিয়ে]
$= 125 + 540$
$= 665$
$\therefore$ নির্ণেয় মান = 665
(ক) আবার, আমরা জানি, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)$
বা, $665 = 5(a^2 - ab + b^2)$
[মান বসিয়ে]
বা, $(a^2 - ab + b^2) = \frac{\cancel{665}^{133}}{\cancel{5}}$
$\therefore a^2 - ab + b^2 = 133$
$\therefore$ নির্ণেয় মান = 133.

www.bdniyog.com

১২। $m+\frac{1}{m}=a$ হলে, $m^3+\frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m+\frac{1}{m}=a$

$\therefore m^3+\frac{1}{m^3}=\left(m+\frac{1}{m}\right)^3-3m.\frac{1}{m}\left(m+\frac{1}{m}\right)$

$=(a)^3-3.a \quad \left[\text{যেহেতু } m+\frac{1}{m}=a\right]$

$=a^3-3a$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=a^3-3a$.

১৩। $x-\frac{1}{x}=p$ হলে, $x^3-\frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=p$

$\therefore x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3x\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=p^3+3.p$

$=p^3+3p$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $=p^3+3p$.

১৪। $a-\frac{1}{a}=1$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3-\frac{1}{a^3}=4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=1$

বামপক্ষ : $a^3-\frac{1}{a^3}$

$=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3x\frac{1}{x}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(1)^3+3.1=4=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষপ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১৫। যদি $a+b+c=0$ হয়, তবে দেখাও যে,

ক) $a^3+b^3+c^3=3abc$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b+c=0$

বা, $a+b=-c$

বা, $(a+b)^3=(-c)^3$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $a^3+b^3+3ab(a+b)=-c^3$

বা, $a^3+b^3+3ab(-c)=-c^3$ [$\because a+b=-c$]

বা, $a^3+b^3-3abc=-c^3$

বা, $a^3+b^3+c^3=3abc$ (দেখানো হলো)

খ) $\frac{(b+c)^2}{3bc}+\frac{(c+a)^2}{3ac}+\frac{(a+b)^2}{3ab}=1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+b+c=0$

$\therefore a+b=-c$

এবং $b+c=-a$

$\therefore c+a=-b$

বামপক্ষ $=\frac{(b+c)^2}{3bc}+\frac{(c+a)^2}{3ca}+\frac{(a+b)^2}{3ab}$

$=\frac{a(b+c)^2+b(c+a)^2+c(a+b)^2}{3abc}$

$=\frac{a^3+b^3+c^3}{3abc}$

$=\frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc}{3abc}$

$\left[\because a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc\right]$

$=\frac{0+3abc}{3abc}=1=$ ডানপক্ষ।

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (দেখানো হলো)

১৬। $p-q=r$ হলে, দেখাও যে, $p^3-q^3-r^3=3pqr$

সমাধান : দেওয়া আছে, $p-q=r$

বা, $(q-q)^3=(r)^3$ [উভয় পক্ষ কে ঘন করে]

বা, $p^3-q^3-3pq(p-q)=r^3$

বা, $p^3-q^3-3pqr=r^3$ [$\because p-q=r$]

বা, $p^3-q^3-r^3=3pqr$ (দেখানো হলো)

১৭। $2x-\frac{2}{x}=3$ হলে, দেখাও যে, $8\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)=63$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x-\frac{2}{x}=3$

বামপক্ষ $=8\left(x^3-\frac{1}{x^3}\right)$

$=8x^3-\frac{8}{x^3}$

$=(2x)^3-\left(\frac{2}{x}\right)^3$

$=\left(2x-\frac{2}{x}\right)^3+3.2x.\frac{2}{x}\left(2x-\frac{2}{x}\right)$

$=(3)^3+12.3$

$=27+36$

$=63$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

১৮। $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6-1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}$

[লব ও হরকে $(\sqrt{6}-\sqrt{5})$ দ্বারা গুণ করে।]

$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}$

$[\because (a+b)(a-b)=a^2-b^2]$

$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$

$=\sqrt{6}-\sqrt{5}$

এখন, $a-\frac{1}{a}=\sqrt{6}+\sqrt{5}-(\sqrt{6}-\sqrt{5})$

$=\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}$

$\therefore \frac{a^6-1}{a^3}=\frac{a^6-1}{a^3}$

$=a^3-\frac{1}{a^3}$

$=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3a.\frac{1}{a}\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=(2\sqrt{5})^3+3.2\sqrt{5}$

$=8(\sqrt{5})^3+6(\sqrt{5})^3$

$=8.5.\sqrt{5}+6\sqrt{5}$

$=40\sqrt{5}+6\sqrt{5}$

$=46\sqrt{5}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৯। $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$ হলে, প্রমাণ কর যে, দেখাও যে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

বা, $(x^3)^2 - 2.x^3.9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - 242 = 0$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা, $x^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{(11)^2 \times 2}$

বা, $x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা, $x^3 = 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$= (\sqrt{3})^3 + 3.(\sqrt{3})^2.\sqrt{2} + 3.\sqrt{3}.(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$ [$\because (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$]

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ (প্রমাণিত)

২০। $a^4 - a^3 + 1 = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^4 - a^2 + 1 = 0$

বা, $\frac{a^4}{a^2} - \frac{a^2}{a^2} + \frac{1}{a^2}$ [a^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2a.\frac{1}{a} = 1$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$

$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$

এখন, বামপক্ষ $= a^3 + \frac{1}{a^3}$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= (\sqrt{3})^3 - 3.\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 0 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

❑ অনুশীলনী- ৩.৩

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : [পৃষ্ঠা-৫০]

১। $abx^2 + acx^3 + adx^4$

সমাধান : $abx^2 + acx^3 + adx^4$

$= ax^2 (b + cx + dx^2)$ (Ans.)

২। $xa^2 - 144xb^2$

সমাধান : $xa^2 - 144xb^2$

$= x(a^2 - 144b^2)$

$= x\{(a)^2 - (12b)^2\}$

$= x(a + 12b)(a - 12b)$ (Ans.)

৩। $x^2 - 2xy - 4y - 4$

সমাধান : $x^2 - 2xy - 4y - 4$

$= x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 4y - 4$

$= (x - y)^2 - (y^2 + 4y + 4)$

$= (x - y)^2 - (y + 2)^2$

$= (x - y + y + 2)(x - y - y - 2)$

$= (x + 2)(x - 2y - 2)$ (Ans.)

❑ কাজ-: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। [পৃষ্ঠা-৫২]

১। $x^2 + x - 56$

সমাধান : $x^2 + x - 56$

$= (x^2 + 8x - 7x - 56).\ x(x + 8) - 7(x + 8)$

$= x(x + 8) - 7(x + 8)$

$= (x + 8)(x - 7)$ (Ans.)

২। $16x^3 - 46x^2 + 15x$

সমাধান : $16x^3 - 46x^2 + 15x$

$= x(16x^2 - 40x + 15)$

$= x(16x^2 - 40x - 6x + 15)$

$= x\{8x(2x - 5) - 3(2x - 5)\}$

$= x(2x - 5)(8x - 3)$ (Ans.)

৩। $12x^2 + 17x + 6$

সমাধান : $12x^2 + 17x + 6$

$= 12x^2 + 9x + 8x + 6$

$= 3x(4x + 3) + 2(4x + 3)$

$= (4x + 3)(3x + 2)$ (Ans.)

❑ কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : [পৃষ্ঠা-৫৩]

১। $2x^4 + 16x$

সমাধান : $2x^4 + 16x$

$= 2x(x^3 + 8)$

$= 2x\{(x)^3 + (2)^3.$

$= 2x(x + 2)(x^2 - x.2 + 2^2)$

$= 2x(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ (Ans.)

২। $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

সমাধান : $8 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

$= 8 - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$

$= (2)^3 - (a - b)^3$

$= \{2 - (a - b)\}\{(2)^2 + 2(a - b) + (a - b)^2\}$

$= (2 - a + b)(4 + 2a - 2b + a^2 - 2ab + b^2)$

$= (2 - a + b)(a^2 + b^2 - 2ab + 2a - 2b + 4)$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৩। $(a+b)^3 + (a-b)^3$

সমাধান : $(a+b)^3 + (a-b)^3$
$= \{(a+b)+(a-b)\}\{(a+b)^2-(a+b)(a-b)+(a-b)\}$
$= (a+b+a-b)\{a^2+2ab+b^2-(a^2-b^2)+a^2-2ab+b^2\}$
$= 2a(a^2+2ab+b^2-a^2+b^2+a^2-2ab+b^2)$
$= 2a(a^2+3b)^2$ **(Ans.)**

❑ কাজ: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : [পৃষ্ঠা-৫৩]

১। $\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{6}x+\frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{6}x+\frac{1}{3}$
$= \frac{1}{6}(3x^2+7x+2)$
$= \frac{1}{6}(3x^2+6x+x+2)$
$= \frac{1}{6}\{3x(x+2)+1(x+2)\}$
$= \frac{1}{6}(x+2)(3x+1)$ **(Ans.)**

২। $a^3+\frac{1}{8}$

সমাধান : $a^3+\frac{1}{8}$
$= (a)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= \left(a+\frac{1}{2}\right)\left\{a^2-a.\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$
$= \left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a^2-\frac{a}{2}+\frac{1}{4}\right)$ **(Ans.)**

৩। $16x^2-25y^2-8xz+10yz$

সমাধান : $16x^2-25y^2-8xz+10yz$
$= (4x)^2-(5y)^2-2z(4x-5y)$
$= (4x+5y)(4x-5y)-2z(4x-5y)$
$= (4x-5y)(4x+5y-2z)$ **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ– ১। $4x^2+12x+9$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $4x^2+12x+9$
$= (2x)^2+2\times 2x\times 3+(3)^2$
$= (2x+3)^2$
$= (2x+3)(2x+3)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ২। $9x^2-30xy+25y^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $9x^2-30xy+25y^2$
$= (3x)^2-2\times 3x\times 5y+(5y)^2$
$= (3x-5y)^2$
$= (3x-5y)(3x-5y)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৩। $a^2-1+2b-b^2$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $a^2-1+2b-b^2$
$= a^2-(b^2-2b+1)$
$= a^2-(b-1)^2$
$= \{a+(b-1)\}\{a-(b-1)\}$
$= (a+b-1)(a-b+1)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৪। a^4+64b^4 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : a^4+64b^4
$= (a^2)^2+(8b^2)^2$
$= (a^2)^2+2\times a^2\times 8b^2+(8b^2)^2-16a^2b^2$
$= (a^2+8b^2)^2-(4ab)^2$
$= (a^2+8b^2+4ab)(a^2+8b^2-4ab)$
$= (a^2+4ab+8b^2)(a^2+4ab-8b^2)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৫। $x^2+12x+35$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $x^2+12x+35$
$= x^2+(5+7)x+5\times 7$
$= x^2+5x+7x+5\times 7$
$= x(x+5)+7(x+5)$
$= (x+5)(x+7)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৬। x^2-5x+6 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : x^2-5x+6
$= x^2-2x-3x+6$
$= x(x-2)-3(x-2)$
$= (x-2)(x-3)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৭। $x^2-2x-35$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $x^2-2x-35$
$= x^2-7x+5x-35$
$= x(x-7)+5(x-7)$
$= (x-7)(x+5)$ **(Ans.)**

উদাহরণ–৮। x^2+x-20 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : x^2+x-20
$= x^2+5x-4x-20$
$= x(x+5)-4(x+5)$
$= (x+5)(x-4)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ৯। $12x^2+35x+18$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $12x^2+35x+18$
$= 12x^2+27x+8x+18$
$= 3x(4x+9)+2(4x+9)$
$= (4x+9)(3x+2)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ১০। $3x^2-x-14$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $3x^2-x-14$
$= 3x^2-7x+6x-14$
$= x(3x-7)+2(3x-7)$
$= (3x-7)(x+2)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ১১। $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$
$= (2x)^3+3\times(2x)^2\times 3y+3\times 2x\times(3y)^2+(3y)^3$
$= (2x+3y)^3$
$= (2x+3y)(2x+3y)(2x+3y)$ **(Ans.)**

উদাহরণ– ১২। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :
i) $8a^3+27b^3$
ii) a^6-64

সমাধান :

www.bdniyog.com