www.bdniyog.com

অধ্যায় ২

সেট ও ফাংশন

❑ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- সেট ও উপসেটের ধারণা ব্যাখ্যা করে প্রতীকের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারবে।
- সেট প্রকাশের পদ্ধতি বর্ণনা করতে পারবে।
- অসীম সেট ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং সসীম ও অসীম সেটের পার্থক্য নিরূপণ করতে পারবে।
- সেটের সংযোগ ও ছেদ ব্যাখ্যা এবং যাচাই করতে পারবে।
- শক্তি সেট ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং দুই ও তিন সদস্যবিশিষ্ট সেটের শক্তি সেট গঠন করতে পারবে।
- ক্রমজোড় ও কার্তেসীয় গুণজ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- উদাহরণ ও ভেনচিত্রের সাহায্যে সেট প্রক্রিয়ার সহজ বিধিগুলো প্রমাণ করতে পারবে এবং বিধিগুলো প্রয়োগ করে বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- অন্বয় ও ফাংশন ব্যাখ্যা করতে ও গঠন করতে পারবে।
- ডোমেন ও রেঞ্জ কী ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় করতে পারবে।
- ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...

❑ সেট :

আধুনিক গণিতের হাতিয়ার হিসেবে সেটের ব্যবহার ব্যাপক। জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর (১৮৪৪ – ১৯১৮) সেট সম্বন্ধে প্রথম ব্যাখ্যা প্রদান করেন। তিনি অসীম সেটের যে ধারণা প্রদান করেন তা গণিত শাস্ত্রে বিপুল আলোড়ন সৃষ্টি করে। তাঁর প্রদত্ত ব্যাখ্যা গণিত শাস্ত্রে যে নতুন শাখার জন্ম দেয়, তা সেট তত্ত্ব (Set Theory) হিসেবে পরিচিত।
"বাস্তব জগত এবং চিন্তা জগতের বস্তুসমূহের যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহই সেট।" সেটের সদস্য সংখ্যা সসীম বা অসীম হতে পারে। এই সদস্যসমূহ অন্তত একটি শর্ত দ্বারা পরস্পরের সাথে সম্পর্কযুক্ত।

❑ কতিপয় বিশেষ ধরনের সেট এবং এদের সংজ্ঞা :

❖ **সসীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা নির্দিষ্ট তাকে সসীম সেট বলে। যেমন, A = {2, 5, 6} সেটটির উপাদান সংখ্যা 3। সুতরাং এটি একটি সসীম সেট।

❖ **অসীম সেট :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা অসীম(নির্দিষ্ট নয় বা গণনা করা যায় না) তাকে অসীম সেট বলে। যেমন, সকল জোড় সংখ্যার সেট A = {2, 4, 6, ...} একটি অসীম সেট। কারণ এর উপাদান সংখ্যা অসীম।

❖ **ফাঁকা সেট :** যে সেটের কোনো উপাদান নেই অর্থাৎ উপাদান সংখ্যা শূন্য তাকে ফাঁকা সেট বলে। যেমন, 24 এবং 28 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যার সেট একটি ফাঁকা সেট। কারণ 24 এবং 28 এর মধ্যে কোনো মৌলিক সংখ্যা নেই। ফাঁকা সেটকে { } অথবা প্রতীক দ্বারা লেখা হয়।

❖ **উপসেট :** A সেটের প্রত্যেকটি উপাদান B সেটে বিদ্যমান থাকলে A কে B এর উপসেট বলে। একে $A \subset B$ আকারে লেখা হয়। যেমন,
$A = \{2, 4, 6\}$ এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$ হলে A, B এর একটি উপসেট বা $A \subset B$

❖ **প্রকৃত উপসেট :** যদি একটি সেট A থেকে একাধিক নতুন সেট পাওয়া যায় এবং মূল সেট A তে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা প্রাপ্ত নতুন সেটগুলোতে নেই, তবে প্রাপ্ত সেটগুলোকে মূল সেট A এর প্রকৃত উপসেট বলে।
অতএব, A নিজে A এর প্রকৃত উপসেট নয়।

❖ **সার্বিক সেট :** আলোচনাধীন সকল সেট কোনো নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হলে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে সার্বিক সেট বলে। একে U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

❖ **সংযোগ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। এই ক্ষেত্রে কোন উপাদানকেই পুনরাবৃত্তি না করে শুধু একবার লেখা হয়। যেমন,
$A = \{1, 3\}$ এবং $B = \{3, 5\}$ হলে A ও B এর সংযোগ সেট $C = \{1, 3, 5\}$। একে $C = A \cup B$ আকারে লেখা হয় এবং পড়া হয় A সংযোগ B বা A union B.

❖ **ছেদ সেট :** দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেট C হলে, $C = A \cap B$. একে C = A intersection B পড়া হয়।
$A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{3, 5, 7\}$ হলে এদের ছেদ সেট $C = A \cap B = \{3, 5\}$

❖ **নিশ্ছেদ সেট :** দুটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে তাদের নিশ্ছেদ সেট বলে। যেমন, $A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 6\}$ হলে, এ সেট দুটি নিশ্ছেদ সেট। দুটি নিশ্ছেদ সেটের ছেদ সেট হলো একটি ফাঁকা সেট।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

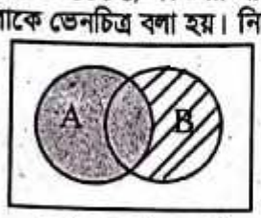
❖ **পূরক সেট :** দুটি সেট A এবং B যদি এমন হয় যে A এর যেসব উপাদান B এর উপাদান নয়, তবে উক্ত উপাদানসমূহ নিয়ে গঠিত সেটকে A এর প্রেক্ষিতে B এর পূরক সেট বলে। একে A\B আকারে প্রকাশ করা হয়।
যদি A = {2, 4, 6, 8} এবং B = {2, 4} হয়, তবে B এর পূরক সেট
B′ = A − B = {2, 4, 6, 8} − {2, 4} = {6, 8} [এখানে B এর উপাদানগুলো বাদে A এর সব উপাদান]

❖ **পাওয়ার সেট :** মনে করি, A একটি সেট। A সেটের যতগুলো উপসেট হয়, তাদের সেটকে A সেটের পাওয়ার সেট বলে এবং লেখা হয় P(A)।
A-এর উপাদান সংখ্যা n হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা 2^n. যেমন- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা 4 হলে এর উপসেট সংখ্যা হবে $2^4 = 16$.

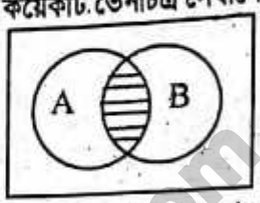
❖ **কার্তেসীয় গুণজ :** দুটি সেট যেমন, A = {a, b} এবং B = {x, y} হলে, A এবং B- এর কার্তেসীয় গুণজ
A × B = {a, b} × {x, y} = {(a, x), (a, y), (b, x), (b, y)}

❖ **দুইটি সেটের তুলনা :** দুইটি সেট যেমন, A = (a, b) এবং B = (x, y) সমান হলে,
অর্থাৎ (a, b) = (x, y) হলে, a = x, b = y হবে।

❖ **ভেনচিত্র :** কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয়, তাকে ভেনচিত্র বলে।
ব্রিটিশ তর্কশাস্ত্রবিদ জন ভেন (১৮৩৪ – ১৮৮৩) কতিপয় জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে বিভিন্ন প্রকার সেটের মধ্যকার সম্পর্ক স্থাপন করেন। তাঁর নাম অনুসারে এগুলোকে ভেনচিত্র বলা হয়। নিম্নে কয়েকটি ভেনচিত্র দেখানো হলো :



A ∪ B হলো, গাঢ় অংশটুকু



A ∩ B হলো, গাঢ় অংশটুকু

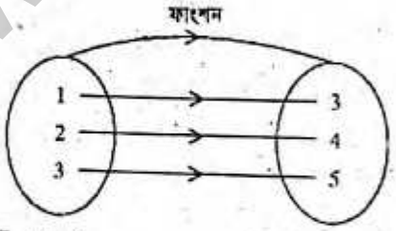
একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট U এবং দুইটি পরস্পরছেদী বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা A ও B সেট চিহ্নিত করা হয়েছে। এতে সার্বিক সেট চারটি এলাকায় বিভক্ত হলো যাদের a, b, c, d দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

❖ **বীজগণিতের মৌলিক উপপাদ্য :** একটি পূর্ণ সংখ্যাকে অন্যভাবে মৌলিক সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন–

$30 = 2 \times 3 \times 5$
$42 = 2 \times 3 \times 7$

❖ **অন্বয় :** যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ A × B সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R কে A সেট হতে B সেটের একটি অন্বয় বা সম্পর্ক বলা হয়। এখানে, R সেট A× B সেটের একটি উপসেট অর্থাৎ, $R \subseteq A \times B$

❖ **ফাংশন :** নিচের A ও B সেটের অন্বয় লক্ষ করি :



এখানে, যখন y = x + 2 ; তখন x = 1 হলে, y = 3
x = 2 হলে, y = 4
x = 3 হলে, y = 5

অর্থাৎ x এর এক-একটি মানের জন্য y এর মাত্র একটি মান পাওয়া যায় এবং x ও y –এর মধ্যে সম্পর্ক তৈরি হয় y = x + 2 দ্বারা। সুতরাং দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোনো একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়। x এর ফাংশনকে সাধারণত y, f (x), g(x), F(x) ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। মনে করি, $y = x^2 - 2x + 3$ একট ফাংশন। এখানে, x এর যে কোনো একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র মান পাওয়া যাবে। এখানে, x এবং y উভয়ই চলক তবে, x এর মানের উপর y এর মান নির্ভরশীল। কাজেই x হচ্ছে স্বাধীন চলক এবং y হচ্ছে অধীন চলক।

❖ **ডোমেন ও রেঞ্জ**

কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়।
মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অন্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$, R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

❑ অনুশীলনী- ২.১

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ-১ : $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$ সেটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।** [পৃষ্ঠা- ২২]

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$

C সেটের উপাদানসমূহ $-9, -6, -3, 3, 6, 9$

এখানে প্রত্যেকটি উপাদান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং পূর্ণসংখ্যা।

∴ নির্ণেয় সেট, $C = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } -9 \le x^2 < 100\}$ **(Ans.)**

❑ **কাজ-২: $Q = \{y : y \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } y^3 \le 27\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।** [পৃষ্ঠা- ২২]

সমাধান : দেওয়া আছে, $Q = \{y : y \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } y^3 \le 27\}$

পূর্ণসংখ্যার সেট, $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\ldots\}$

$y = 0$ হলে $y^3 = 0^3 = 0$, যা 27 থেকে ছোট

$y = 1$ " $y^3 = (1)^3 = 1$, " " "

$y = -1$ " $y^3 = (-1)^3 = -1$, " "

$y = 2$ " $y^3 = (2)^3 = 8$, " " "

$y = -2$ " $y^3 = (-2)^3 = -8$, " "

$y = 3$ " $y^3 = (3)^3 = 27$, যা 27 এর সমান

$y = -3$ " $y^3 = (-3)^3 = -27$, যা 27 এর ছোট

$y = 4$ " $y^3 = (4)^3 = 64$, যা 27 এর বড়

$y = -4$ " $y^3 = (-4)^3 = -64$, যা 27 এর ছোট

প্রদত্ত শর্তানুযায়ী নির্ণেয় সেট, $Q = \{\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\}$

❑ **কাজ -৩: নিচের সেটগুলো থেকে সসীম সেট ও অসীম সেট লেখ :** [পৃষ্ঠা- ২২]

১। $\{3, 5, 7\}$

সমাধান : মনে করি, $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে A সেটে 3টি উপাদান আছে।

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে ।

এখানে A সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত এবং গণনা করে নির্ধারণ করা যায়।

সুতরাং A সেটটি একটি সসীম সেট।

২। $\{1, 2, 2^2, \ldots\ldots 2^{10}\}$

সমাধান : মনে করি, $B = \{1, 2, 2^2, \ldots\ldots 2^{10}\}$

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে অসসীম সেট বলে।

এখানে B সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত এবং গণনা করে নির্ধারণ করা যায়।

∴ B সেটটি একটি সসীম সেট।

৩। $\{3, 3^2, 3^3, \ldots\ldots\}$

সমাধান : মনে করি, $C = \{3, 3^2, 3^3, \ldots\ldots\}$

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে।

এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা নির্ধারিত নয় অর্থাৎ অসীম

∴ C সেটটি একটি অসীম সেট।

৪। $\{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x < 4\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x < 4\}$

আমরা জানি, পূর্ণসংখ্যার সেট, $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots\}$

প্রদত্ত সেট দেখা যাচ্ছে পূর্ণ সংখ্যাগুলো নির্ধারিত নয়, অর্থাৎ 4 থেকে ছোট সকল পূর্ণ সংখ্যার সেট।

4 থেকে ছোট পূর্ণসংখ্যার সেট = $\{\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

∴ প্রদত্ত সেটটি একটি অসীম সেট।

৫। $\left\{\frac{p}{q} : p \text{ ও } q \text{ পরস্পর সহমৌলিক এবং } q > 1\right\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\left\{\frac{p}{q} : p \text{ ও } q \text{ পরস্পর সহমৌলিক এবং } q > 1\right\}$

আমরা জানি, যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না তাকে অসীম সেট বলে।

প্রদত্ত সেটটি একটি মূলদ সংখ্যার সেট এবং এ প্রদত্ত সেটের উপাদানগুলো অসীম অর্থাৎ গণনা করে শেষ করা যায় না।

∴ প্রদত্ত সেটটি একটি অসীম সেট।

৬। $\{y : y \in N \text{ এবং } y^2 < 100 < y^3\}$.

সমাধান : মনে করি, $A = \{y : y \in N \text{ এবং } y^2 < 100 < y^3\}$

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 100 থেকে ছোট এবং ঘন 100 থেকে বড় তাদের সেট।

A সেটটিতে দেখা যাচ্ছে 100 থেকে ছোট স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো গণনা করা গেলেও 100 থেকে বড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো গণনা করে শেষ করা যাবে না।

∴ A সেটটি একটি অসীম সেট।

❑ **কাজ-৪: $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $E = \{1, 5, 9\}$ এবং $F = \{3, 7, 11\}$ হলে $E^c \cup F^c$ এবং $E^c \cap F^c$ নির্ণয় কর।** [পৃষ্ঠা-২৬]

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$E = \{1, 5, 9\}$

$F = \{3, 7, 11\}$

এখানে, $E^c = U \setminus E = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \setminus \{1, 5, 9\}$

$= \{3, 7, 11\}$

$F^c = U \setminus F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \setminus \{3, 7, 11\}$

$= \{1, 5, 9\}$

∴ $E^c \cup F^c = \{3, 7, 11\} \cup \{1, 5, 9\}$

$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ **(Ans.)**

এবং $E^c \cap F^c = \{3, 7, 11\} \cap \{1, 5, 9\}$

$= \Phi$ **(Ans.)**

❑ **কাজ-৫: $G = \{1, 2, 3\}$ হলে, P(G) নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, P(G) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।** [পৃষ্ঠা-২৬]

সমাধান : দেওয়া আছে, $G = \{1, 2, 3\}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

G সেটের সকল উপসেট-ই হলো P(G) এর উপাদান।
∴ P(G) = {{1, 2, 3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1}, {2}, {3}, Φ}
এখানে, P(G) এর উপাদান সংখ্যা = 8
G সেটের উপাদান সংখ্যা n = 3
এবং P(G) সেটের উপাদান সংখ্যার = $8 = 2^3 = 2^n$
∴ P(G) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

❑ কাজ-৬: $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}, 1\right) = \left(1, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)$ হলে, (x, y) নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭]

সমাধান : দেওয়া আছে, $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}, 1\right) = \left(1, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)$
ক্রমজোড়ের সংজ্ঞানুসারে,
$\frac{x}{2}+\frac{y}{3} = 1$ ..... (i)
এবং $\frac{x}{3}+\frac{y}{2} = 1$ ..... (ii)
(i) নং সমীকরণকে $\frac{1}{2}$ ও (ii) নং সমীকরণকে $\frac{1}{3}$ দ্বারা গুণ করে পাই,
$\frac{x}{4}+\frac{y}{6} = \frac{1}{2}$
$\frac{x}{9}+\frac{y}{6} = \frac{1}{3}$
(–) $\frac{x}{4}-\frac{x}{9} = \frac{1}{2}-\frac{1}{3}$
বা, $\frac{9x-4x}{36} = \frac{3-2}{6}$
বা, $\frac{5x}{36} = \frac{1}{6}$
বা, $5x \times 6 = 36$
বা, $x = \frac{36}{5\times 6}$
বা, $x = \frac{6}{5}$
সমীকরণ (i) এ $x = \frac{6}{5}$ বসিয়ে পাই,
$\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}+\frac{y}{3} = 1$
বা, $\frac{6}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{y}{3} = 1$
বা, $\frac{3}{5}+\frac{y}{3} = 1$
বা, $\frac{y}{3} = 1-\frac{3}{5}$
বা, $\frac{y}{3} = \frac{5-3}{5}$
বা, $\frac{y}{3} = \frac{2}{5}$
বা, $5y = 6$
∴ $y = \frac{6}{5}$
∴ নির্ণেয় $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

❑ কাজ-৭: P = {1, 2, 3}, Q = {3, 4} এবং R = {x, y} হলে, $(P \cap Q) \times R$ এবং $(P \cap Q) \times Q$ নির্ণয় কর।
সমাধান : P = {1, 2, 3}, Q = {3, 4} এবং R = {x, y} হলে, $(P \cap Q) \times R$ এবং $(P \cap Q) \times Q$ মান নির্ণয় করতে হবে।
এখানে, $(P \cap Q) = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
∴ $(P \cap Q) \times R = \{3\} \times \{x, y\}$
$= \{(3, x), (3, y)\}$ **(Ans.)**
আবার, $P \cap Q = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
∴ $(P \cap Q) \times Q = \{3\} \times \{3, 4\}$
$= \{(3, 3), (3, 4)\}$ **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ– ১। A = {7, 14, 21, 28} সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
সমাধান : দেওয়া আছে, A = {7, 14, 21, 28}
A সেটের উপাদানসমূহ 7, 14, 21, 28
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 7 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 7 এর গুণিতক এবং 28 এর বড় নয়।
∴ A = {x : x, 7 এর গুণিতক এবং x ≤ 28}

উদাহরণ– ২। B = {x : x, 28 এর গুণনীয়ক} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
সমাধান : দেওয়া আছে, B = {x : x, 28 এর গুণনীয়ক}
এখানে, $28 = 1 \times 28 = 2 \times 14 = 4 \times 7$
∴ 28 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 4, 7, 14, 28
∴ নির্ণেয় সেট, B = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

উদাহরণ– ৩। C = {x : x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 1$} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
সমাধান : দেওয়া আছে, C = {x : x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং < 18}
ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4, 5, ...
এখানে, x = 1 হলে, $x^2 = 1^2 = 1$
x = 2 হলে, $x^2 = 2^2 = 4$
x = 3 হলে, $x^2 = 3^2 = 9$
x = 4 হলে, $x^2 = 4^2 = 16$
x = 5 হলে, $x^2 = 5^2 = 25$; যা 18 এর চেয়ে বড়
∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4
∴ নির্ণেয় সেট, C = {1, 2, 3, 4}.

উদাহরণ– ৪। দেখাও যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।
সমাধান : দেখাতে হবে যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।
স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...}

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

N সেট থেকে বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ নিয়ে গঠিত সেট A = {1, 3, 5, 7, ...}
জোড় " " " " B = {2, 4, 6, 8, ...}
3 এর গুণিতকসমূহের সেট C = {3, 6, 9, 12, ...} ইত্যাদি।
এখানে, N সেট থেকে গঠিত A, B, C সেটসমূহের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না। ফলে A, B, C অসীম সেট।
∴ N একটি অসীম সেট। (দেখানো হলো)

উদাহরণ– ৫॥ P = {x, y, z} এর উপসেটগুলো লেখ এবং উপসেটগুলো থেকে প্রকৃত উপসেট বাছাই কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, P = {x, y, z}
P এর উপসেটসমূহ {x, y, z}, {x, y}, {x, z}, {y, z}, {x}, {y}, {z}, Φ.
P এর প্রকৃত উপসেটসমূহ {x, y}, {x, z}, {y, z}, {x}, {y}, {z} **(Ans.)**

উদাহরণ– ৬॥ P = {x : x, 12 এর গুণনীয়কসমূহ} এবং Q = {x : x, 3 এর গুণিতক এবং x ≤ 12} হলে P – Q নির্ণয় কর।

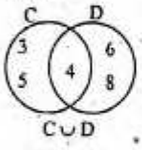
সমাধান : দেওয়া আছে, P = {x : x, 12 এর গুণনীয়কসমূহ}
এখানে, 12 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 12
∴ P = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
আবার, Q = {x : x, 3 এর গুণিতক এবং x ≤ 12}
এখানে, 12 পর্যন্ত 3 এর গুণিতকসমূহ 3, 6, 9, 12
∴ Q = {3, 6, 9, 12}
∴ P – Q = {1, 2, 3, 4, 6, 12} – {3, 6, 9, 12} = {1, 2, 4}
∴ নির্ণেয় সেট : {1, 2, 4}

উদাহরণ– ৭॥ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, A = {2, 4, 6, 7} এবং B = {1, 3, 5} হলে A^c ও B^c নির্ণয় কর।

সমাধান : $A^c = U \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6, 7\} = \{1, 3, 5\}$
এবং $B^c = U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6, 7\}$
∴ নির্ণেয় সেট $A^c = \{1, 3, 5\}$ এবং $B^c = \{2, 4, 6, 7\}$

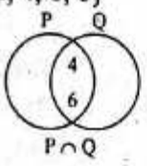
উদাহরণ– ৮॥ C = {3, 4, 5} এবং D = {4, 6, 8} হলে C ∪ D নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, C = {3, 4, 5} এবং D = {4, 6, 8}
∴ C ∪ D = {3, 4, 5} ∪ {4, 6, 8} = {3, 4, 5, 6, 8}
∴ নির্ণেয় সেট {3, 4, 5, 6, 8}



উদাহরণ– ৯॥ P = {x∈N : 2 < x ≤ 6} এবং Q = { x∈N : x জোড় সংখ্যার এবং x ≤ 8} হলে, P ∩ Q নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, P = {x∈N : 2 < x ≤ 6} = {3, 4, 5, 6}
এবং Q = {x∈N : x জোড় সংখ্যা এবং x ≤ 8} = {2, 4, 6, 8}
∴ P ∩ Q = {3, 4, 5, 6} ∩ {2, 4, 6, 8} = {4, 6}
∴ নির্ণেয় সেট {4, 6}



উদাহরণ– ১০॥ A = Φ, B = {a}, C = {a, b} তিনটি সেট। দেখাও যে, কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, ঐ সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

সমাধান : দেওয়া আছে, A = Φ, B = {a}, C = {a, b}
এখানে, P(A) = Φ
∴ A সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য এবং এর শক্তি সেটের উপাদান হলো = 1 = 2^0
আবার, P(B) = {(a), Φ}
∴ B সেটের উপাদান সংখ্যা 1 এবং এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা = 2 = 2^1
এবং P(C) = {(a, b), (a), (b), Φ}
∴ C সেটের উপাদান সংখ্যা 2 এবং এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা = 4 = 2^2
সুতরাং, কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, ঐ সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

উদাহরণ– ১১॥ (2x + y, 3) = (6, x – y) হলে (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, (2x + y, 3) = (6, x – y)
ক্রমজোড়ের শর্তমতে, 2x + y = 6 ..... (1)
এবং x – y = 3 ..... (2)
সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই, 2x + y = 6
x – y = 3
3x = 9 বা x = 3
সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই, 6 + y = 6
বা y = 0
∴ (x, y = (3, 0)
∴ নির্ণেয় মান (3, 0)

উদাহরণ– ১২॥ P = {1, 2, 3}, Q = {3, 4} এবং R = P ∩ Q হলে P × R এবং R × Q নির্ণয় কর।

সমাধান : P = {1, 2, 3}, Q = {3, 4} এবং R = P ∩ Q হলে P × R এবং R × Q নির্ণয় করতে হবে।
দেওয়া আছে, P = {1, 2, 3} এবং Q = {3, 4}
এবং R = P ∩ Q = {1, 2, 3} ∩ {3, 4} = {3}
∴ P × R = {1, 2, 3} × {3} = {(1, 3), (2, 3), (3, 3)}
এবং R × Q = {3} × {3, 4} = {(3, 3), (3, 4)} **(Ans.)**

উদাহরণ– ১৩॥ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে তাদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যা হবে 23 অপেক্ষা বড় এবং 311 – 23 = 288 এবং 419 – 23 = 396 এর সাধারণ গুণনীয়ক।
মনে করি, 23 অপেক্ষা বড় 288 এর গুণনীয়কসমূহের সেট A
এবং 396 এর গুণনীয়কসমূহের সেট B
এখানে, 288 = 1 × 288 = 2 × 144 = 3 × 96 = 4 × 72 = 6 × 48 = 8 × 36 = 9 × 32 = 12 × 24 = 16 × 18
∴ A = {24, 32, 36, 48, 72, 96, 144, 288}
আবার, 396 = 1 × 396 = 2 × 198 = 3 × 132 = 4 × 99 = 6 × 66 = 9 × 44 = 11 × 36 = 12 × 33 = 18 × 22
∴ B = {33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396}
∴ A ∩ B = {24, 32, 36, 48, 72, 96, 144, 288} ∩ {33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396} = {36}
∴ নির্ণেয় সেট {36} **(Ans.)**

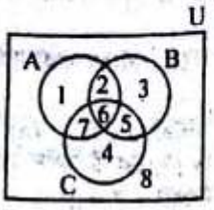
উদাহরণ–১৪॥ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, A = {1, 2, 6, 7}, B = {2, 3, 5,6 } এবং C = {4, 5, 6, 7} হলে, দেখাও যে, (i) (A ∪ B)′ = A′ ∩ B′ এবং (ii) (A ∩ B) ∪ C = (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমাধান (i) চিত্রে একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা U এবং পরস্পরছেদী দুটি বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা যথাক্রমে A, B সেটকে নির্দেশ করা হলো।

সেট	উপাদান
$A \cup B$	1, 2, 3, 5, 6, 7
$(A \cup B)'$	4, 8
A'	3, 4, 5, 8
B'	1, 4, 7, 8
$A' \cup B'$	4, 8



$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$ (দেখানো হলো)

(ii) চিত্রে একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা U এবং পরস্পরছেদী তিনটি বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা যথাক্রমে A, B, C সেটকে নির্দেশ করা হলো।

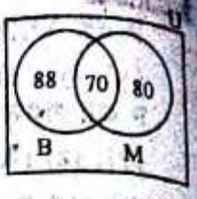
লক্ষ করি,

সেট	উপাদান
$A \cap B$	2, 6
$(A \cap B) \cup C$	2, 4, 5, 6, 7
$A \cup C$	1, 2, 4, 5, 6, 7
$B \cup C$	2, 3, 4, 5, 6, 7
$(A \cup C) \cap (B \cup C)$	2, 4, 5, 6, 7

$\therefore (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ (দেখানো হলো)

উদাহরণ– ১৫। 100 জন শিক্ষার্থীর পরীক্ষায় দেখা গেল যে, 88 জন বাংলা, 80 জন গণিতে এবং 70 জন উভয় বিষয়ে পাস করেছে। ভেনচিত্রের সাহায্যে তথ্যগুলো প্রকাশ কর এবং কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে, তা নির্ণয় কর।

সমাধান ভেনচিত্রে আয়তাকার ক্ষেত্রটি 100 জন শিক্ষার্থীর সেট U এবং বাংলায় ও গণিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট যথাক্রমে B ও M দ্বারা নির্দেশ করে। ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিশ্চেদ সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P, Q, R, F দ্বারা চিহ্নিত করা হলো।



এখানে, উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট $Q = B \cap M$, যার সদস্য সংখ্যা 70

P = শুধু বাংলায় পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা $= 88 - 70 = 18$

R = শুধু গণিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা $= 80 - 70 = 10$

$P \cup Q \cup R = B \cup M$, এক এবং উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট যার সদস্য সংখ্যা $= 18 + 10 + 70 = 98$

F = উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা $= 100 - 98 = 2$

$\therefore$ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে 2 জন শিক্ষার্থী। **(Ans.)**

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ২.১

১। নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

ক) $\{x \in N : x^2 > 9$ এবং $x^3 < 130\}$

খ) $\{x \in Z : x^2 > 5$ এবং $x^3 \le 36\}$

গ) $\{x \in N : x, 36$ গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতক$\}$

ঘ) $\{x \in N : x^3 < 25$ এবং $x^4 < 264\}$

সমাধান :

ক) $\{x \in N ; x^2 > 9$ এবং $x^3 < 130\}$

আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \ldots\ldots\}$

যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 9 অপেক্ষা বড় সেগুলো হলো 4, 5, 6, 7 .....

কারণ $x = 4$ হলে $4^2 > 9$

$x = 5$ হলে $5^2 > 9$ ইত্যাদি।

আবার যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 130 অপেক্ষা ছোট সেগুলো হলো, 1, 2, 3, 4, 5.

কারণ $x = 1$ হলে, $1^3 < 136$

$x = 2$,, $2^3 < 136$

$x = 3$,, $3^3 < 136$

$x = 4$,, $4^3 < 136$

$x = 5$,, $5^3 < 136$

কিন্তু $x = 6$,, $6^3 \nless 136$

এ থেকে আমরা দেখতে পাই যে, শুধু স্বাভাবিক সংখ্যা $x = 4$ এর ক্ষেত্রে $4^2 > 9$ এবং 5 এর ক্ষেত্রে $5^2 > 9$ এবং $5^3 < 136$ শর্তদ্বয় পূরণ হয়।

অর্থাৎ শর্তমতে নির্ণেয় সেট = {4, 5}

খ) $\{x \in Z : x^2 > 5$ এবং $x^3 \le 36$

সমাধান : আমরা জানি, পূর্ণ সংখ্যার সেট $Z = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\ 5, 6, 7\ldots\ldots\}$

যেসব পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 5 থেকে বড় সেগুলো হলো 3, 4, 5, 6 ....

কারণ, $x = -3$ হলে $x^2 > 5$

$x = -4$,, $4^2 > 5$

$x = 3$ হলে $x^2 > 5$

$x = 4$,, $x^2 > 5$

আবার, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 36 অপেক্ষা ছোট বা সমান সেগুলো হলো 1, 2, 3.

কারণ $x = 1$ হলে, $1^3 < 36$

$x = 2$,, $2^3 < 36$

$x = 3$,, $3^3 < 36$

কিন্তু $x = 4$,, $4^3 \nless 36$

সুতরাং এ থেকে দেখা যায়, পূর্ণ সংখ্যা $x = 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6$

অর্থাৎ শর্তমতে নির্ণেয় সেট $x = \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6$

গ) $\{x \in N : x, 36$ এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতক$\}$

সমাধান : আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট = 1, 2, 3, 4, 5 .....}

এখানে, 36–এর গুণনীয়কগুলো হলো–

$36 = 1 \times 36$

$= 2 \times 18$

$= 3 \times 12$

$= 4 \times 9$

$= 6 \times 6$

অর্থাৎ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36} এবং 6 এর গুণিতক হলো– 6, 12, 18, 36

$\therefore$ নির্ণেয় সেট = {6, 12, 18, 36}

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

ঘ) $\{x \in N : x^3 < 25$ এবং $x^4 < 264\}$

সমাধান : আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট = {1, 2, 3, 4, 5, 6.....}

এখন, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 25 অপেক্ষা কম সেগুলো হলো 1, 2

কারণ $x = 1$ হলে $1^3 < 25$

$x = 2$,, $2^3 < 25$

আবার, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার x^4, 264 অপেক্ষা কম সেগুলো হলো 1, 2, 3, 4

কারণ, $x = 1$ হলে $1^4 < 264$

$x = 2$,, $2^4 < 264$

$x = 3$,, $3^4 < 264$

$x = 4$,, $4^4 < 264$

কিন্তু $x = 5$ হলে, $5^4 \nless 264$

এ থেকে দেখা যায় শুধুমাত্র স্বাভাবিক সংখ্যা $x = 2$ এর ক্ষেত্রে $2^3 < 25$ এবং $2^4 < 264$ শর্তদ্বয় পূরণ করে।

অর্থাৎ শর্তমতে নির্ণেয় সেট = {2}

২। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

ক) {3, 5, 7, 9, 11}

খ) {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

গ) {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

ঘ) $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

সমাধান :

ক) {3, 5, 7, 9, 11}

মনেকরি, A = {3, 5, 7, 9, 11}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ 3, 5, 7, 9, 11

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান বিজোড় এবং 11 এর বড় নয়।

∴ A = {x ∈ N : x, স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যেখানে, $x \le 11$} (Ans.)

খ) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

মনেকরি, A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36}

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 36 এর গুণনীয়ক।

∴ A = {x ∈ N : x, 36 এর গুণনীয়ক} (Ans.)

গ) {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

মনেকরি, A = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}

অর্থাৎ A সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ 4 এর গুণিতক এবং $x \le 40$

∴ A = {x : x, 4 এর গুণিতক এবং $x \le 40$}

ঘ) $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

সমাধান :

ধরি, A = $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

এখানে A সেটের উপাদানসমূহ পূর্ণসংখ্যা এবং যার বর্গ 16 অপেক্ষা বড় অথবা সমান এবং ঘন 216 অপেক্ষা ছোট অথবা সমান।

∴ প্রদত্ত শর্তানুযায়ী নির্ণেয় সেট A = $\{x \in Z : x^2 \ge 16$ এবং $x^3 \le 216\}$

৩। A = {2, 3, 4}, B = {1, 2, a} এবং C = {2, a, b} হলে নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

ক) B / C খ) A ∪ B

গ) A ∩ C ঘ) A ∪ (B ∩ C)

ঙ) A ∩ (B ∪ C)

সমাধান :

ক) B / C

দেওয়া আছে, B = {1, 2, a} C = {2, a, b}

∴ B / C = {1, 2, a} / {2, a, b}

= {1} (Ans.)

খ) A ∪ B

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

∴ A ∪ B = {2, 3, 4} ∪ {1, 2, a}

= {1, 2, 3, 4, a} (Ans.)

গ) A ∩ C

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

C = {1, a, b}

∴ A ∩ C = {2, 3, 4} ∩ {2, a, b}

= {2} (Ans.)

ঘ) A ∪ (B ∩ C)

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

C = {2, a, b}

এখানে, B ∩ C = {1, 2, a} ∩ {2; a, b}

= {2, a}

∴ A ∪ (B ∩ C) = {2, 3, 4} ∪ {2, a}

= {2, 3, 4, a} (Ans.)

ঙ) A ∩ (B ∪ C)

দেওয়া আছে, A = {2, 3, 4}

B = {1, 2, a}

C = {2, a, b}

এখানে, B ∪ C = {1, 2, a} ∪ {2, a, b}

= {1, 2, a, b}

∴ A ∩ (B ∪ C) = {2, 3, 4} ∪ {1, 2, a, b}

= {2} (Ans.)

৪। U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, A = {1, 3, 5}, B = {2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7} হলে, নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই কর :

i) $(A \cup B)' = A' \cup B'$

ii. $(B \cap C)' = B' \cup C'$

iii) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

iv) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধান :

i) $(A \cup B)' = A' \cup B'$

দেওয়া আছে, U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

A = {1, 3, 5}

B = {2, 4, 6}

∴ A ∪ B = {1, 3, 5} ∪ {2, 4, 6}

= {1, 2, 3, 4, 5, 6}

∴ L.H.S = $(A \cup B)'$ = U − (A ∪ B)

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {1, 2, 3, 4, 5, 6}

= {7}

R.H.S A' = U − A

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {1, 3, 5}

= {2, 4, 6, 7}

B' = U − B

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} − {2, 4, 6}

= {1, 3, 5, 7}

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

R.H.S = $A' \cap B'$
= $\{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$
= $\{7\}$
∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

ii) $(B \cap C)' = B' \cup C'$
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$B = \{2, 4, 6\}$
$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{4, 6\}$
∴ L.H.S = $(B \cap C)' = U - (B \cup C)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 6\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 7\}$
$B' = U - B$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}$
$= \{1, 3, 5, 7\}$
$C' = U - C$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2\}$
R.H.S = $B' \cup C'$
$= \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 7\}$
∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

iii) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5\}$
$B = \{2, 4, 6\}$
$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
∴ $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
∴ L.H.S = $(A \cup B) \cap C$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 4, 5, 6\}$
$A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 5\}$
$B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{4, 6\}$
R.H.S = $(A \cap C) \cup (B \cap C)$
$= \{3, 5\} \cup \{4, 6\}$
$= \{3, 4, 5, 6\}$
∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

iv) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5, \}$
$B = \{2, 4, 6\}$
$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$
$= \phi$
∴ L.H.S = $(A \cap B) \cup C$
$= \phi \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
R.H.S = $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 4, 5, 6, 7\}$
∴ L.H.S = R.H.S (Proved)

৫। $Q = \{x, y\}$ এবং $R = \{m, n, l\}$ হলে, P(Q) এবং P(R) নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,
$Q = \{x, y\}$
∴ $P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \phi\}$ (Ans.)
এখানে, Q সেটের উপাদানসংখ্যা 2 তাই এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা হবে $= 4 = 2^2$
এবং $R = \{m; n, l\}$
∴ $P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \{\phi\}$ (Ans.)
এখানে R সেটের উপাদানসংখ্যা 3 তাই এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা হবে, $8 = 2^3$.

৬। $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$ এবং $C = A \cup B$ হলে, দেখাও যে, P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n, যেখানে, n হচ্ছে C এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধান দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$
$B = \{a, b, c\}$
∵ $C = A \cup B$
$= \{a, b\} \cup \{a, b, c\}$
$= \{a, b, c\}$
∴ $P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \phi\}$
কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে উপসেটের সংখ্যা হবে 2^n
যেহেতু n হচ্ছে c সেটের উপাদান সংখ্যা
∴ P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n (দেখানো হলো)

৭। ক) $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$ হলে x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে, $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$
আমরা ক্রমজোড়ের ধারণা থেকে পাই,
$x - 1 = y - 2$ ..... (i)
$y + 2 = 2x + 1$ ..... (ii)
(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,
$x - 1 = y - 2$
বা, $x = y - 2 + 1$
∴ $x = y - 1$ ..... (iii)
x-এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$y + 2 = 2(y - 1) + 1$
বা, $y = 2(y - 1) + 1 - 2$
বা, $y = 2y - 2 + 1 - 2$
বা, $y = 2y - 3$
বা, $y - 2y = -3$
বা, $-y = -3$
∴ $y = 3$
y এর মান (iii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$x = 3 - 1$
বা, $x = 2$
∴ $x = 2$
অতএব, নির্ণেয় মান $(x, y) = (2, 3)$

খ) $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$ হলে, (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে, $(ax - cy, a^2 - c^2) = (0, ay - cx)$
আমরা, ক্রমোজোড়ের ধারণা থেকে পাই,
$ax - cy = 0$ ..... (i)
$a^2 - c^2 = ay - cx$ ..... (ii)

www.bdniyog.com

(i) নং হতে পাই,

$ax = cy$

বা, $x = \frac{cy}{a}$ ..... (iii)

(i) নং এর মান (ii) নং বসিয়ে পাই,

$a^2 - c^2 = ay - c.\frac{cy}{a}$

বা, $a^2 - c^2 = ay - \frac{c^2y}{a}$

বা, $a^2 - c^2 = \frac{a^2y - c^2y}{a}$

বা, $a^2 - c^2 = \frac{y(a^2 - c^2)}{a}$

বা, $\frac{(a^2 - c^2)}{y(a^2 - c^2)} = \frac{1}{a}$

বা, $\frac{1}{y} = \frac{1}{a}$

$\therefore y = a$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{c.a}{a}$

$\therefore x = c$

অতএব নির্ণেয় মান $(x, y) = (c, a)$

গ) $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$ হলে, (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$

আমরা ক্রমজোড়ের ধারণা থেকে পাই,

$6x - y = 1$ ..... (i)

$3x + 2y = 13$ ..... (ii)

(i) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং এর সাথে যোগ করি,

$12x - 2y = 2$

$3x + 2y = 13$

$15x + 0 = 15$

বা, $x = \frac{15}{15}$

$\therefore x = 1$

x-এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$6.1 - y = 1$

বা, $-y = 1 - 6$

বা, $-y = -5$

$\therefore y = 5$

অতএব নির্ণেয় মান $(x, y) = (1, 5)$

৮। ক) $P = \{a\}$, $Q = \{b, c\}$ হলে, $P \times Q$ এবং $Q \times P$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$P = \{a\}$

$Q = \{b, c\}$

$\therefore P \times Q = \{a\} \times \{b, c\}$

$= \{(a, b), (a, c)\}$

এবং $Q \times P = (b, c\} \times \{a\}$

$= \{(b, a), (c,a)\}$

অতএব $P \times Q = \{(a, b), (a, c)\}$

$Q \times P = \{(b, a), (c, a)\}$ (Ans.)

খ) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ এবং $C = \{x, y\}$ হলে, $(A \cap B) \times C$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$A = \{3, 4, 5\}$

$B = \{4, 5, 6\}$

$C = \{x, y\}$

এখানে, $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$

$= \{4, 5\}$

$\therefore (A \cap B) \times C = \{4, 5\} \times \{x, y\}$

$= \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\}$

$\therefore$ নির্ণেয় $(A \cap B) \times C = \{(4,x), (4, y), (5, x), (5, y)\}$

গ) $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$ এবং $R = P/Q$ হলে, $(P \cup Q) \times R$ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $P = \{3, 5, 7\}$, $Q = \{5, 7\}$

$R = P \setminus Q$

এখানে, $R = P \setminus Q$

$= \{3, 5, 7\} \setminus \{5, 7\}$

$= \{3\}$

$P \cup Q = \{3, 5, 7\} \cup \{5, 7\}$

$= \{3, 5, 7\}$

$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\}$

$= \{(3, 3), (5, 3), (7,3)\}$

অতএব, $(P \cup Q) \times R = \{(3,3), (5,3), (7,3)\}$ (Ans.)

৯। A ও B যথাক্রমে 35 ও 45 এর সকল গুননীয়কের সেট হলে, $A \cup B$ ও $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান : 35 এর গুণনীয়কের উপাদানগুলো হলো 1, 5, 7, 35 এবং 45 এর গুণনীয়কের উপাদানগুলো হলো 1, 3, 5, 9, 15, 45.

অর্থাৎ $A = \{1, 5, 7, 35\}$

$B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 5, 7, 35\} \cup \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$= \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 35, 45\}$ Ans.

এবং $A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

$= \{1, 5\}$ (Ans.)

১০। যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান : যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এবং 556 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকবে, সে সংখ্যাগুলো 31 অপেক্ষা বড় এবং সে সংখ্যাগুলো দ্বারা $346 - 31) = 315$ এবং $(556 - 31) = 525$ বিভাজ্য হবে।

অর্থাৎ সংখ্যাগুলো 315 এবং 525 এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনেকরি, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর গুণনীয়কের সেট = A

এবং 31 অপেক্ষা বড় 525 এর গুণনীয়কের সেট = B

$\therefore A = \{35, 105, 315\}$

$\therefore A \cap B$ এবং $B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$

$= \{35, 105, 315\} \cap \{35, 75, 105, 175, 525\}$

$= \{35, 105\}$

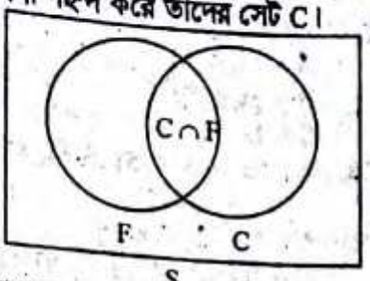
অতএব, নির্ণেয় সেট = $\{35, 105\}$ (Ans.)

১১। কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে তদ্রূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10; কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেন চিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমাধান : মনে করি, শ্রেণির শিক্ষার্থীর সংখ্যার সেট S। যারা ফুটবল খেলা পছন্দ করে তাদের সেট F এবং যারা ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট C।



তাহলে, প্রশ্নানুসারে, $n(S) = 30$
$n(F) = 20$
$n(C) = 15$
এবং $n(C \cap F) = 10$
কোনো খেলাই পছন্দ করে না এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা
$= n(S) - n(C \cup F)$
এখন, $n(C \cup F) = n(C) + n(F) - n(C \cap F)$
$= 15 + 20 - 10$
$= 35 - 10$
$= 25$
∴ কোনো খেলাই পছন্দ করে না এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা $n(S) - n(C \cup F) = 30 - 25$
$= 5$
∴ 5 জন শিক্ষার্থী কোনো খেলাই পছন্দ করে না। (Ans.)

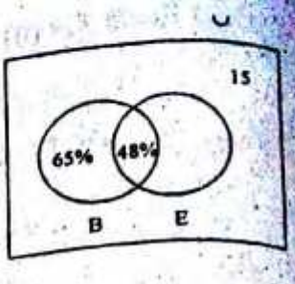
১২। 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় 65% শিক্ষার্থী বাংলায়, 48% শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং 15% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ) শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ) উভয় বিষয়ে পাস এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যাদ্বয়ের মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :



ক) মনে করি, সার্বিক সেট ∪
বাংলায় পরীক্ষার্থীদের সেট B
ইংরেজিতে " " E
∴ $n(\cup) = 100$, $n(B) = 65$, $n(B \cap E) = 48$ এবং $n(B \cup E) = 15$

খ) আমরা জানি, $n(B \cup C) = n(\cup) - n(B \cup E)$
$= 100 - 15 = 85$
আবার, আমরা জানি, $n(B \cup E) = n(B) + n(E) - n(B \cap E)$
বা, $85 = 65 + n(E) - 48$
বা, $85 - 65 + 48 = n(E)$
∴ $n(E) = 68$
শুধু বাংলায় পাস করেছে $= n(B) - n(B \cap E)$
$= 65 - 48 = 17$
শুধু ইংরেজিতে পাস করেছে $= n(E) - n(B \cap E)$
$= 68 - 48$
$= 20$

গ) $n(B \cap E) = 48$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
এবং $n(B \cap E) = 15 = 3 \times 5$
48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট $A = \{2,3\}$
এবং 15 " " " " $C = \{3,5\}$
∴ $A \cup C = \{2,3\} \cup \{3,5\}$
$= \{2, 3, 5\}$
অতএব, নির্ণেয় সেট $\{2, 3, 5\}$।

❑ অনুশীলনী- ২.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ-১ : যদি $C = \{2, 5, 6\}$, $D = \{4, 5\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x \le y$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে, তবে অন্বয় নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা- ৩২]

সমাধান : দেওয়া আছে,
$C = \{2, 5, 6\}$ এবং $D = \{4, 5\}$
প্রশ্নানুসারে,
অন্বয়, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $x \le y\}$
এখানে, $C \times D = \{2, 5, 6\} \times \{4, 5\}$
$= \{(2, 4), (2, 5), (5, 4), (5, 5), (6, 4), (6, 5)\}$
∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে নির্ণেয় অন্বয়,
$R = \{(2, 4), (2, 5), (5, 5)\}$

❑ কাজ-২: $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$ হলে, S এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-৩৩]

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$
এখানে, S অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $-3, -2, -1, 0, 1, 2$.
S অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর দ্বিতীয় উপাদানসমূহ, $8, 3, 0, -1, 0, 3$
∴ ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
এবং রেঞ্জ $S = (-1, 0, 3, 8)$ (Ans.)

❑ কাজ-৩: $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y - x = 1\}$, যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0\}$। ডোম S ও রেঞ্জ S নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা- ৩৩]

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y - x = 1\}$, যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0\}$।
এখানে, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y - x = 1$ বা, $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি।

x	−3	−2	−1	0
y	−2	−1	0	1

যেহেতু, $1 \notin A$, কাজেই $(0, 1) \notin S$
∴ $S = \{(-3, -2), (-2, -1), (-1, 0)\}$
∴ ডোম $S = \{-3, -2, -1\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0\}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ২.২

১। 8 এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?
ক) {8, 16, 24, ...} খ) {1, 2, 3, 4, 8}
গ) {2, 4, 8} ঘ) {1,2}
Ans : {8, 16, 24, ...}

২। সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R হলে নিচের কোনটি সঠিক?
ক) $R \subset C$ খ) $R \subset B$
গ) $R \subseteq C \times B$ ঘ) $C \times B \subseteq R$
Ans : $R \subseteq C \times B$

৩। A = {6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13} হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

i. A সেটের গঠন পদ্ধতি কোনটি?
ক) $\{x \in N : 6 < x < 13\}$ খ) $\{x \in N : 6 \le x < 13\}$
গ) $\{x \in N : 6 \le x \le 13\}$ ঘ) $\{x \in N : 6 < x \le 13\}$
Ans : $\{x \in N : 6 \le x \le 13\}$

ii. মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?
ক) {6, 8, 10, 12} খ) {7, 9, 11, 13}
গ) {7, 11, 13} ঘ) A = {9, 12}
Ans : A = {7, 11, 13}

iii. 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?
ক) {6, 9} খ) {6, 11}
গ) {9, 12} ঘ) {6, 9, 12}
Ans : {6, 9, 12}

iv. বৃহত্তম জোড় সংখ্যার গুণনীয়কের সেট কোনটি?
ক) {1, 13} খ) {1, 2, 3, 6}
গ) {1, 2, 9} ঘ) {1, 2, 3, 4, 6, 12}
Ans : {1, 2, 3, 4, 6, 12}

৪। যদি A = {3,4}, B = {2, 4} হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x < y$ সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেয়া আছে, A = {3, 4}
এবং B = {2, 4}
প্রশ্নানুসারে, অন্বয় $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$
এখানে, $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\}$
$= \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$
$\therefore R = \{(3, 2), (4, 2)\}$
∴ নির্ণেয় রিলেশন, {3, 2), (4, 2)}

৫। যদি C = {2,5}, D = {4,6} এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x + 1 < y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে তবে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান :
দেয়া আছে, C = {2, 5}
এবং D = {4, 6}
প্রশ্নানুসারে অন্বয়, $R = \{(x, y) : x \in C, x \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$
এখন, $C \times D = \{2, 5,\} \times \{4, 6\}$
$= \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$
$\therefore R = \{(2, 4), (2, 6)\}$
∴ নির্ণেয় রিলেশন {(2, 4), (2, 6)}

৬। $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$, $f(2)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :
দেয়া আছে, $f(x) = x^4 + 5x - 3$
$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3$
$= 1 - 5 - 3$
$= -7$
$\therefore f(2) = (2)^4 + 5 \times 2 - 3$
$= 16 + 10 - 3$
$= 26 - 3$
$= 23.$
এবং $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 5.\frac{1}{2} - 3$
$= \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3$
$= \frac{1 + 40 - 48}{16}$
$= \frac{41 - 48}{16}$
$= \frac{-7}{16}$
$\therefore$ নির্ণেয় মান $= -7, 23, \frac{-7}{16}$

৭। যদি $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

সমাধান :
দেয়া আছে, $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$
$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$
$= -8 + 4k + 8 - 8$
$= 4k - 8$
কিন্তু $f(-2) = 0$
$\therefore 4k - 8 = 0$
বা, $4k = 8$
বা, $k = \frac{8}{4}$
$\therefore k = 2$
∴ k এর 2 মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে

৮। $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

সমাধান :
দেয়া আছে, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
যেহেতু $f(x) = 0$
$\therefore x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
বা, $x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 9x + 2x - 6 = 0$
বা, $x^2(x - 3) - 3x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$
বা, $(x - 3)(x^2 - 3x + 2) = 0$
বা, $(x - 3)(x^2 - 2x - x + 2) = 0$
বা, $(x - 3)\{x(x - 2) - 1(x - 2\} = 0$
বা, $(x - 3)(x - 2)(x - 1) = 0$
হয় $x - 3 = 0$ | $x - 2 = 0$ | $x - 1 = 0$
$\therefore x = 3$ | $x = 2$ | $\therefore x = 1$
$\therefore$ x = 1 অথবা 2 অথবা 3 হলে $f(x) = 0$ হবে।

www.bdniyog.com
All kinds of PDF free download: MyMahbub.Com

www.bdniyog.com

৯। যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয়, তবে $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2\cdot\frac{1}{x^2}+1}{2\cdot\frac{1}{x^2}-1}$

$= \frac{\frac{2}{x^2}+1}{\frac{2}{x^2}-1}$

$= \frac{\frac{2+x^2}{x^2}}{\frac{2-x^2}{x^2}}$

$= \frac{2+x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{2-x^2}$

$= \frac{2+x^2}{2-x^2}$

$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1} = \frac{\frac{2+x^2}{2-x^2}+1}{\frac{2+x^2}{2-x^2}-1}$

$= \frac{\frac{2+x^2+2-x^2}{2-x^2}}{\frac{2+x^2-2+x^2}{2-x^2}}$

$= \frac{4}{2-x^2} \times \frac{2-x^2}{2x^2}$

$= \frac{2}{x^2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $\frac{2}{x^2}$

১০। $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

বামপক্ষ, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$

$= \frac{1+\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}}$

$= \frac{\frac{x^8+x^4+1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}}$

$= \frac{1+x^4+x^8}{x^8} \times \frac{x^4}{1}$

$= \frac{1+x^4+x^8}{x^4}$

ডানপক্ষ, $g(x^2) = \frac{1+(x^2)^2+(x^2)^4}{(x^2)^2}$

$\frac{1+x^4+x^8}{x^4}$

$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$ (দেখানো হলো)

১১। নিচের অন্বয়গুলো থেকে ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর :

ক) $R = \{(2,1), (2,2), (2,3)\}$

খ) $S = \{(-2, 4), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4)\}$

গ) $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1,1), (1,-1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, $R = \{2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3.

$\therefore$ ডোম $R = \{2\}$

এবং রেঞ্জ $R = \{1, 2, 3\}$

খ) দেওয়া আছে, $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $-2, -1, 0, 1, 2$ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4

$\therefore$ ডোম $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

রেঞ্জ $S = \{0, 1, 4\}$

গ) দেয়া আছে,

$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right)(1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

F অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $\frac{1}{2}$, 1, 1, $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{2}$ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2.

$\therefore$ ডোম $F = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

এবং রেঞ্জ $F = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

১২। নিচের অন্বয়গুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

ক) $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

খ) $F = \{(x,y) : x \in C, y \in C$ এবং $x = 2y\}$, যেখানে $C = \{-1, 0, 1, 1, 3\}$

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $R = \{x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $x + y = 1\}$

R এর বর্ণিত শর্ত হতে পাই, $x + y = 1$

$\therefore y = 1 - x$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 - x$ এর মান নির্ণয় করি।

x	−2	−1	0	1	2
y	3	2	1	0	−1

যেহেতু $x \notin A$, কাজেই $(-2, 3) \notin R$

$\therefore R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$

$\therefore$ ডোম $R = \{-1, 0, 1, 2\}$

এবং রেঞ্জ $R = \{1, 0, -1\}$

খ) দেয়া আছে,

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

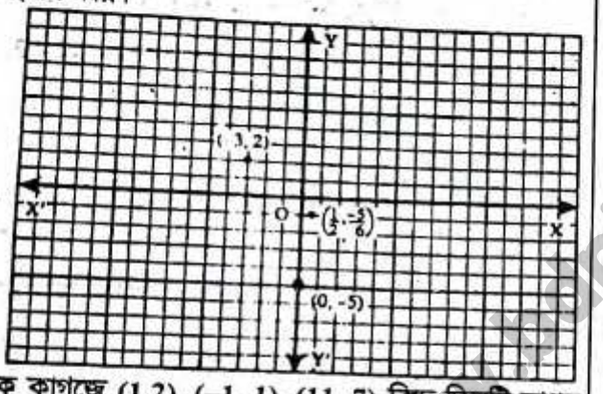
$C = \{-1, 0, 1, 1, 3\}$
এবং $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C$ এবং $x = 2y\}$
F এর বর্ণিত শর্ত থেকে $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি

x	−1	0	1	1	3
y	−2	0	2	2	6

$\therefore$ কিন্তু $6 \notin C$ কাজেই $(3, 6) \notin F$
প্রদত্ত শর্তানুযায়ী $F = \{(-1, -2), (0, 0), (1, 2)\}$
$\therefore$ ডোম $F = \{-1, 0, 1\}$
এবং রেঞ্জ $F = \{-2, 0, 2\}$

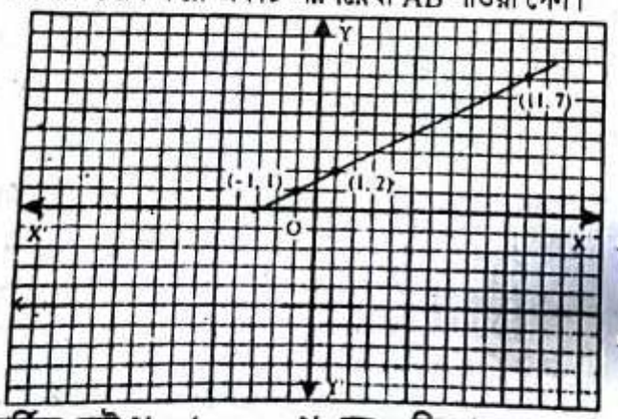
১৩। ছক কাগজে $(-3, 2)$, $(0, -5)$, $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান :
মনে করি XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ। O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। $(-3, 2)$ বিন্দুর ভুজ $= -3$ এবং কোটি $= 2$ কাজেই x অক্ষের দিকে কমে -3 একক গিয়ে y অক্ষের ওপরের দিকে 2 একক যাওয়ার পর যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে সেটিই হবে $(-3, 2)$ বিন্দু অবস্থান।
অনুরূপভাবে, $(0, -5)$ এবং $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুটি ছক কাগজে স্থাপন করি।



১৪। ছক কাগজে (1,2), (−1, 1), (11, 7) বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান :
মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x অক্ষ ও y অক্ষ। O মূলবিন্দু।
ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 2), (−1, 1) (11, 7) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। বিন্দু তিনটি যোগ করে একটি সরলরেখা AB পাওয়া গেল।



সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$

$A = \{x \in N : 2 \le x \le 7$
$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$
$C = \{x \in N : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$
ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
খ. A′ এবং C − B নির্ণয় কর।
গ. B × C এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

সমাধান :
দেয়া আছে, $U = \{x : x \in N$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$
এখানে, N = স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \ldots\}$
বিজোড় সংখ্যা সেট $= \{1, 3, 5, 7, 9, 11 \ldots.\}$
$\therefore U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11 \ldots.\}$
$A = \{x \in N : 2 \le x \le 7\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$
$= \{4, 5\}$
$C = \{x \in N : x^2 > 5$ এবং $x^3 < 130\}$
$= \{3, 4, 5\}$
ক) দেয়া আছে, $A = \{x \in N : 2 \le x \le 7\}$
আমরা জানি, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \ldots\ldots\}$
x এর মান 2 এর সমান বা 2 থেকে বড় এবং 7 এর সমান বা 7 থেকে ছোট হবে।
$\therefore$ নির্ণেয় সেট $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
খ) $A' = U - A$
$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11 \ldots\ldots\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 9, 11 \ldots\ldots\}$
এবং $C - B = \{3, 4, 5\} - \{4, 5\}$
$= \{3\}$
গ) $B \times C = \{4, 5\} \times \{3, 4, 5\}$
$= \{(4, 3), (4, 4) (4, 5), (5, 3), (5, 4), (5, 5)$
এবং $P(A \cap C)$
$\therefore A \cap C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{3, 4, 5\}$
$= \{3, 4, 5\}$ (Ans.)
$P(A \cap C) = P\{3, 4, 5\}$
$= \{\{3, 4, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \phi\}$
(Ans.)

I ❤ MyMahbub

www.bdniyog.com