www.bdniyog.com

অধ্যায় ১৭ পরিসংখ্যান

❑ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখার সাহায্যে উপাত্ত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সাহায্যে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করতে পারবে।
- গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা লেখচিত্রের ব্যাখ্যা করতে পারবে।

MyMahbub.Com

যা মনে রাখতে হবে...

❑ **উপাত্তের উপস্থাপন :** আমরা জানি, গুণবাচক নয় এমন সংখ্যাসূচক তথ্যাবলি পরিসংখ্যানের উপাত্ত। অনুসন্ধানাধীন উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো অবিন্যস্তভাবে থাকে এবং অবিন্যস্ত উপাত্ত থেকে সরাসরি প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় না। প্রয়োজন হয় উপাত্তগুলোর বিন্যস্ত ও সারণিভুক্ত করা। আর উপাত্তসমূহের সারণিভুক্ত করা হলো উপাত্তের উপস্থাপন। আগের শ্রেণিতে আমরা উপাত্তসমূহ কীভাবে সারণিভুক্ত করে বিন্যস্ত করতে হয় তা শিখেছি। আমরা জানি, কোনো উপাত্তের সারণিভুক্ত করতে হলে প্রথমে তার পরিসর নির্ধারণ করতে হয়। এরপর শ্রেণি ব্যবধান ও শ্রেণি সংখ্যা নির্ধারণ করে ট্যালি চিহ্ন ব্যবহার করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়। এখানে বোঝার সুবিধার্থে নিচের উদাহরণের মাধ্যমে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করার পদ্ধতির পুনরালোচনা করা হলো।

❑ **ক্রমযোজিত গণসংখ্যা :**

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণ ১ এর শ্রেণি ৩ ব্যবধান ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হয়েছে। উল্লিখিত উপাত্তের শ্রেণি সংখ্যা ৩। প্রথম শ্রেণির সীমা হলো ৬° – ৮°। এই শ্রেণির নিম্নসীমা ৬° সে. এবং উচ্চসীমা ৮° সে.। এই শ্রেণির গণসংখ্যা ১১।

দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩। এখন প্রথম শ্রেণির গণসংখ্যা ১১ এর সাথে দ্বিতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা ১৩ যোগ করে পাই ২৪। এই ২৪ হবে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। আর প্রথম শ্রেণি দিয়ে শুরু হওয়ায় এই শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হবে ১১। আবার দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ২৪ এর সাথে তৃতীয় শ্রেণির গণসংখ্যা যোগ করলে ২৪ + ৭ = ৩১, যা তৃতীয় শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা। এইভাবে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। ওপরের আলোচনার প্রেক্ষিতে উদাহরণ ১ এর তাপমাত্রার ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

তাপমাত্রা সেলসিয়াস	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৬° – ৮°	১১	১১
৯° – ১১°	১৩	(১১ + ১৩) = ২৪
১২° – ১৪°	৭	(২৪ + ৭) = ৩১

❑ **বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক :** পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত চলক দুই প্রকারের হয়। যেমন বিচ্ছিন্ন চলক ও অবিচ্ছিন্ন চলক। যে চলকের মান শুধু পূর্ণসংখ্যা হয় তা বিচ্ছিন্ন চলক, যেমন উদাহরণ ২ এ ব্যবহৃত প্রাপ্ত নম্বর। তদানুরূপ জনসংখ্যা নির্দেশক উপাত্তে পূর্ণসংখ্যা ব্যবহৃত হয়। তাই জনসংখ্যামূলক উপাত্তের চলক হচ্ছে বিচ্ছিন্ন চলক। আর যেসকল চলকের মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে, সে সকল চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। যেমন উদাহরণ ১–এ ব্যবহৃত তাপমাত্রা নির্দেশক উপাত্ত। এ ছাড়া বয়স, উচ্চতা, ওজন ইত্যাদি সংশ্লিষ্ট উপাত্তে যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবহার করা যায়। তাই এগুলোর জন্য ব্যবহৃত চলক অবিচ্ছিন্ন চলক। অবিচ্ছিন্ন চলকের দুইটি মানের মধ্যবর্তী যেকোনো সংখ্যাও ঐ চলকের মান হতে পারে। অনেক সময় শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করার প্রয়োজন হয়। শ্রেণি ব্যবধান অবিচ্ছিন্ন করার জন্য কোনো শ্রেণির উচ্চসীমা এবং পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমার মধ্যবিন্দু নিয়ে সেই শ্রেণির প্রকৃত উচ্চসীমা এবং পরবর্তী শ্রেণির প্রকৃত নিম্নসীমা নির্ধারণ করা হয়। যেমন, উদাহরণ ১ এ প্রথম শ্রেণির প্রকৃত উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা যথাক্রমে ৮·৫° ও ৫·৫° এবং দ্বিতীয় শ্রেণির উচ্চসীমা ও নিম্নসীমা ১১·৫০ ও ৮·৫০ ইত্যাদি।

❑ **উপাত্তের লেখচিত্র :** আমরা দেখেছি যে, অনুসন্ধানাধীন সংগৃহীত উপাত্ত পরিসংখ্যানের কাঁচামাল। এগুলো গণসংখ্যা নিবেশন সারণিভুক্ত বা ক্রমযোজিত সারণিভুক্ত করা হলে এদের সম্বন্ধে সম্যক ধারণা করা ও সিদ্ধান্ত নেওয়া সহজ হয়। এই সারণিভুক্ত উপাত্তসমূহ যদি লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়, তবে তা বোঝার জন্য যেমন আরও সহজ হয় তেমনি চিত্তাকর্ষক হয়। এ জন্য পরিসংখ্যানের উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা ও লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন বহুল প্রচলিত এবং ব্যাপক ব্যবহৃত পদ্ধতি। ৮ম

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

শ্রেণি পর্যন্ত বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্রের মধ্যে রেখাচিত্র ও আয়তলেখ সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে এবং এগুলো কীভাবে আঁকতে হয় তা দেখানো হয়েছে। এখানে কীভাবে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ চিত্র ও অজিভ রেখা আঁকা হয় তা নিয়ে আলোচনা করা হবে।

❑ **গণসংখ্যা বহুভুজ** (*Frequency Polygon*) : ৮ম শ্রেণিতে আমরা বিচ্ছিন্ন উপাত্তের আয়তলেখ আঁকা শিখেছি। এখানে কীভাবে প্রথমে অবিচ্ছিন্ন উপাত্তের আয়তলেখ এঁকে তার গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হয়, তা উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।

❑ **কেন্দ্রীয় প্রবণতা** : সপ্তম ও অষ্টম শ্রেণিতে কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও এর পরিমাপ সমন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। আমরা দেখেছি যে, অনুসন্ধানাধীন অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জীভূত হয়। আবার অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে উপস্থাপন করা হলে মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যার প্রাচুর্য দেখা যায়। অর্থাৎ, মাঝামাঝি একটি শ্রেণিতে গণসংখ্যা খুব বেশি হয়। বস্তুত উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হওয়ার এই প্রবণতাই হলো কেন্দ্রীয় প্রবণতা। কেন্দ্রীয় মান একটি সংখ্যা এবং এই সংখ্যা উপাত্তসমূহের প্রতিনিধিত্ব করে। এই সংখ্যা দ্বারা কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করা হয়। সাধারণত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো : (১) গাণিতিক গড় (২) মধ্যক এবং (৩) প্রচুরক।

❑ **গাণিতিক গড়** : আমরা জানি, উপাত্তসমূহের মানের সমষ্টিকে যদি তার সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে উপাত্তসমূহের গড় মান পাওয়া যায়। তবে উপাত্তসমূহের সংখ্যা যদি খুব বেশি হয় তাহলে এ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা সময়সাপেক্ষ, বেশ কঠিন ও ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাত্তসমূহ শ্রেণিবিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবদ্ধ করে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা হয়।

❑ **শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তের গাণিতিক গড় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)**

শ্রেণিবিন্যাসকৃত উপাত্তে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি হলো সহজ।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের ধাপসমূহ –

১। শ্রেণিসমূহের মধ্যমান নির্ণয় করা

২। মধ্যমানসমূহ থেকে সুবিধাজনক কোনো মানকে আনুমানিক গড় (a) ধরা

৩। প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমান থেকে আনুমানিক গড় বিয়োগ করে তাকে শ্রেণি ব্যাপ্তি দ্বারা ভাগ করে ধাপ বিচ্যুতি

$$U = \frac{\text{মধ্যমান} - \text{আনুমানিক গড়}}{\text{শ্রেণি ব্যাপ্তি}}$$ নির্ণয় করা

৪। ধাপ বিচ্যুতিসমূহে সংশ্লিষ্ট শ্রেণির গণসংখ্যা দ্বারা গুণ করা

৫। বিচ্যুতির গড় নির্ণয় করা এবং এর সাথে আনুমানিক গড় যোগ করে কাঙ্ক্ষিত গড় নির্ণয় করা।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি : এ পদ্ধতিতে উপাত্তসমূহের গাণিতিক গড় নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো :

$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$ যেখানে, $\bar{x}$ = নির্ণেয় গড়, a = আনুমানিক গড়, f_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা, $u_i f_i$ = n-তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি h = শ্রেণি ব্যাপ্তি

গুরুত্ব প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় : অনেক ক্ষেত্রে অনুসন্ধানাধীন পরিসংখ্যানের চলকের সাংখ্যিক মান $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ বিভিন্ন কারণ/গুরুত্ব/ভার দ্বারা প্রভাবিত হতে পারে। এ সকল ক্ষেত্রে উপাত্তের মান $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ এর সাথে এদের কারণ/গুরুত্ব/ভার $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_n$ বিবেচনা করে গাণিতিক গড় নির্ণয় করতে হয়।

যদি n সংখ্যক উপাত্তের মান $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ হয় এবং এদের গুরুত্ব যদি $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_n$ হয় তবে এদের গুরুত্ব প্রদত্ত গাণিতিক গড় হবে

$$\overline{x_w} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

❑ **মধ্যক** : ৮ম শ্রেণিতে আমরা শিখেছি যে, কোনো পরিসংখ্যানের উপাত্তগুলো মানের ক্রমানুসারে সাজালে যেসকল উপাত্ত সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মানই হবে উপাত্তগুলোর মধ্যক, আরও জেনেছি যে, যদি উপাত্তের সংখ্যা n হয় এবং n যদি বিজোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান। আর n যদি জোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n}{2}$ তম ও $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের গড়। এখানে, সূত্র ব্যবহার না করে এবং ব্যবহার করে কীভাবে মধ্যক নির্ণয় করা হয় তা উদাহরণের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।

MyMathhub.Com
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

❑ **শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় :**

যদি শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের সংখ্যা হয় n, তবে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের $\frac{n}{2}$ তম পদের মান হচ্ছে মধ্যক। আর $\frac{n}{2}$ তম পদের মান বা মধ্যক নির্ণয়ে ব্যবহৃত সূত্র হলো মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$, যেখানে L হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণি ব্যাপ্তি।

❑ **প্রচুরক :** ৮ম শ্রেণিতে আমরা শিখেছি যে, কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থাপিত হয়, সেই সংখ্যাই উপাত্তের প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে। কোনো উপাত্তে যদি কোনো সংখ্যাই একাধিকবার না থাকে তবে সেই উপাত্তের কোনো প্রচুরক নেই। এখানে কীভাবে সূত্র ব্যবহার করে শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় করতে হয় তাই আলোচনা করা হলো।

❑ **শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয় :**

শ্রেণি বিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো :

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ যেখানে L প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান, f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা, f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h = শ্রেণি ব্যাপ্তি।

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ–১ :** তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত সকল শিক্ষার্থী দুইটি দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজনের (কেজিতে) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর। [পৃষ্ঠা–২৭৯]

সমাধান : আমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থী সংখ্যা ৬০। এদেরকে দুটি দলে বিভক্ত করে নাম দিই 'ক' দল ও 'খ' দল। তাদের ওজন কেজিতে দেওয়া হলো। এদের নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করি।

'ক' দল : ৪২, ৩৮, ৫১, ৪৪, ৫৬, ৪৫, ৪৩, ৪২, ৫৩, ৫৪, ৪৩, ৩৬, ৫৬, ৬২, ৪৯, ৩৯, ৪৭, ৬৪, ৪০, ৪১, ৫০, ৪৯, ৫৭, ৫২, ৪৯, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫৬, ৪৯।

এখানে, সর্বোচ্চ উপাত্ত = ৬৪
সর্বনিম্ন উপাত্ত = ৩৬
উপাত্তের পরিধি = (৬৪ − ৩৬) + ১
= ২৯

শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরা হলে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{২৯}{৫} = ৫.৮$ বা ৬

এখন, ৩৫ থেকে শুরু করে শ্রেণি ব্যবধান ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো।

ওজন (কেজি)	ট্যালি	গণসংখ্যা
৩৫ – ৩৯	|||	৩
৪০ – ৪৪	||||	৭
৪৫ – ৪৯	||||	৭
৫০ – ৫৪	|||| ||	৭
৫৫ – ৫৯	||||	৪
৬০ – ৬৪	||	২
		মোট = ৩০

'খ' দল : ৬১, ৬০, ৫৯, ৫৮, ৬৪, ৬৪, ৬৩, ৬১, ৫০, ৫৯, ৫৮, ৫৮, ৫৭, ৬৬, ৬৪, ৬৪, ৫৯, ৬৪, ৬৪, ৫৪, ৪৩, ৪২, ৪২, ৪৫, ৫০, ৪০, ৪৯, ৪৭, ৪৪, ৪০।

এখানে সর্বনিম্ন উপাত্ত ৪০
এবং সর্বোচ্চ উপাত্ত ৬৬
উপাত্তের পরিধি = (৬৬ − ৪০) + ১ = ২৭
শ্রেণি ব্যবধান যদি ৫ ধরা হয়,
তবে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{২৭}{৫} = ৫.৪$
∴ ৪০ থেকে শুরু করে শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
৪০ – ৪৪	||||	৬
৪৫ – ৪৯	|||	৩
৫০ – ৫৪	|||	৩
৫৫ – ৫৯	|||| ||	৭
৬০ – ৬৪	|||| ||||	১০
৬৫ – ৬৯	|	১
		মোট = ৩০

❑ **কাজ–২:** তোমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের নিয়ে অনূর্ধ্ব ৪০ জনের দল গঠন কর। দলের সদস্যদের ওজন/উচ্চতা নিয়ে দলে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান : আমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের নিয়ে ৪০ জনের দল গঠন করি। তাদের উচ্চতা নিচে সেন্টিমিটারে দেওয়া হলো। এদের নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো–

১৪২, ১৪৯, ১৩৮, ১৫০, ১৫১, ১৪৪, ১৫৬, ১৫৩, ১৪৫, ১৪৩, ১৪৬, ১৪২, ১৫৩, ১৫৪, ১৫০, ১৪৬, ১৪৩, ১৩৬, ১৪৮, ১৫৬, ১৬২, ১৪৯, ১৩৯, ১৪৭, ১৪৬, ১৫৪, ১৬৪, ১৪০, ১৪১, ১৭৪, ১৪৯, ১৫০, ১৪৯, ১৫৭, ১৫২, ১৪৯, ১৫৩, ১৪৮, ১৫২, ১৫৬।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

প্রদত্ত উচ্চতাগুলোর সর্বনিম্ন উচ্চতা ১৩৬ এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা ১৭৪।

∴ ১৩৫ থেকে শুরু করে শ্রেণি বিস্তার ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

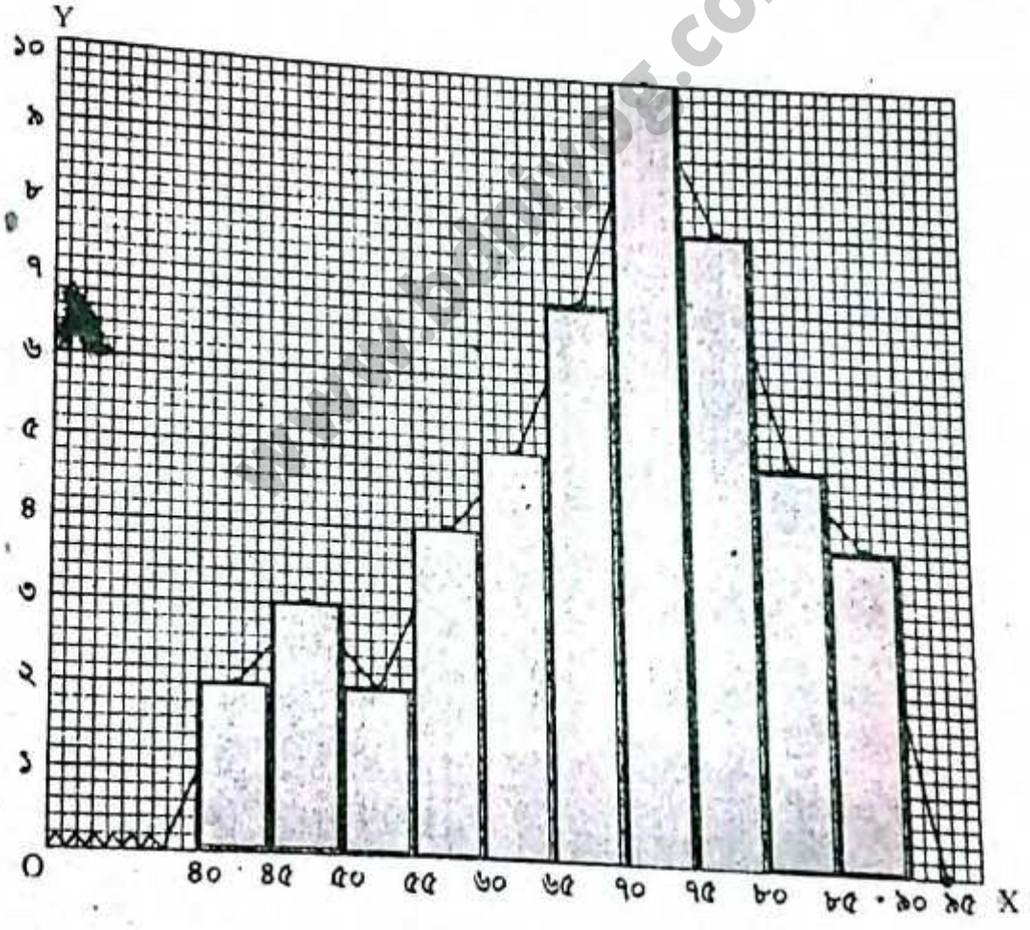
শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১৩৫ – ১৩৯	|||	৩	৩
১৪০ – ১৪৪	|||| ||	৭	১০
১৪৫ – ১৪৯	|||| |||| ||	১২	২২
১৫০ – ১৫৪	|||| |||| |	১১	৩৩
১৫৫ – ১৫৯	||||	৪	৩৭
১৬০ – ১৬৪	|\	২	৩৯
১৬৫ – ১৬৯		০	৩৯
১৭০ – ১৭৪	|	১	৪০
		n = ৪০	

❑ কাজ–৩: তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাংলায় প্রাপ্ত নম্বর নিয়ে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। [পৃষ্ঠা–২৮২]

সমাধান : আমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত ৫০ জন শিক্ষার্থীর প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় বাংলা ১ম পত্রের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন হলো নিম্নরূপ। গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকা হলো।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	৪০–৪৪	৪৫–৪৯	৫০–৫৪	৫৫–৫৯	৬০–৬৪	৬৫–৬৯	৭০–৭৪	৭৫–৭৯	৮০–৮৪	৮৫–৮৯
গণসংখ্যা	২	৩	২	৪	৫	৭	১০	৮	৫	৪
মধ্যবিন্দু	৪২	৪৭	৫২	৫৭	৬২	৬৭	৭২	৭৭	৮২	৮৭

X–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ৫ ঘরকে শ্রেণি ব্যাপ্তির ৫ একক এবং Y–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ক্ষুদ্রতর ৫ ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। আয়তসমূহের ভূমির বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু চিহ্নিত করি। চিহ্নিত মধ্যবিন্দুসমূহ রেখাংশ দ্বারা সংযুক্ত করি। প্রথম শ্রেণির প্রান্তবিন্দু ও শেষ শ্রেণির প্রান্তবিন্দু X–অক্ষের সাথে সংযুক্ত করে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকি।



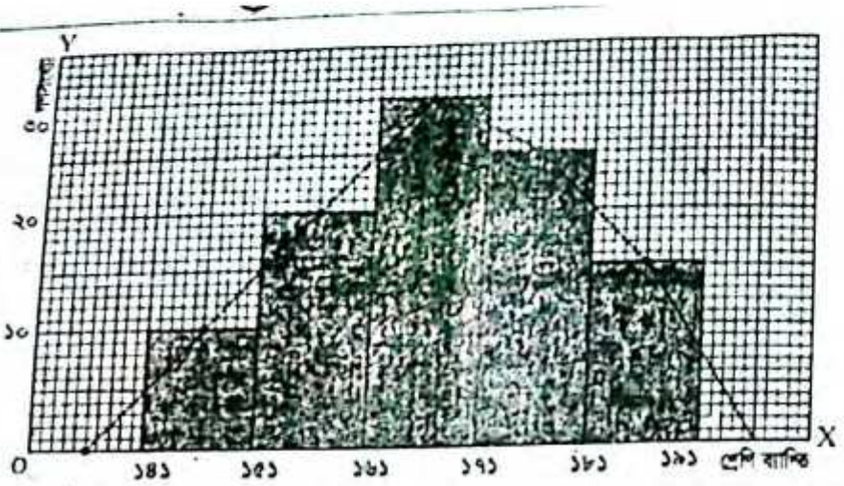
❑ কাজ–৪: ১০০ জন কলেজ ছাত্রের উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁক। [পৃষ্ঠা–২৮৩]

উচ্চতা (সে.মি.)	১৪১–১৫০	১৫১–১৬০	১৬১–১৭০	১৭১–১৮০	১৮১–১৯০
ছাত্রসংখ্যা	১০	২০	৩০	২৫	১৫

সমাধান : X–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে শ্রেণি ব্যবধানের একক এবং Y–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে গণসংখ্যার একক ধরে উপর্যুক্ত উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকি।

MyMahbub.Com
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

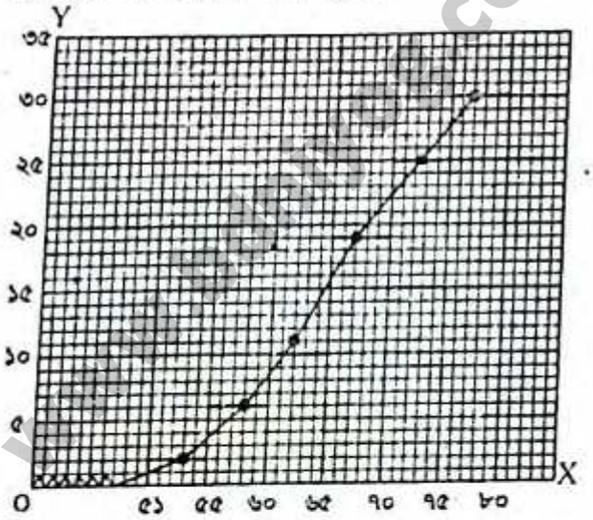


❑ কাজ–৫: কোনো এক পরীক্ষায় গণিতে তোমাদের শ্রেণির ৫০ ও তদপেক্ষা নম্বর প্রাপ্ত ৩০ জন শিক্ষার্থীদের নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং অজিভ রেখা আঁক। [পৃষ্ঠা–২৮৪]

সমাধান : গত প্রথম সাময়িক পরীক্ষায় গণিতে আমাদের শ্রেণির ৫০ ও তদুপেক্ষা নম্বর প্রাপ্ত ৩০ জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। এ নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে অজিভ রেখা আঁকতে হবে।

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫১–৫৫	৫৬–৬০	৬১–৬৫	৬৬–৭০	৭১–৭৫	৭৬–৮০
গণসংখ্যা	২	৪	৫	৮	৬	৫
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	২	৬	১১	১৯	২৫	৩০

X–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের ৫ ঘরকে শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y–অক্ষ বরাবর ছক কাগজের এক ঘরকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যার একক ধরে প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার অজিভ রেখা আঁকা হলো।



MyMahbub.Com

❑ কাজ–৬: তোমাদের উপজেলার কয়েকটি স্কুলের এস.এস.সি. পাসের হার ও তাদের সংখ্যা সংগ্রহ কর এবং পাসের গড় হার নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা–২৮৭]

সমাধান: আমাদের উপজেলার কয়েকটি স্কুলের এস.এস.সি. পাসের হার ও শিক্ষার্থীদের সংখ্যা সংগ্রহ করে নিচে দেওয়া হলো। পাসের গড় হার নির্ণয় করতে হবে।

স্কুলের নাম	এস.এস.সি. পাসের হার x_i	শিক্ষার্থীর সংখ্যা w_i	$x_i w_i$
চান্দিনা পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়	৮৫	১২০	১০২০০
চান্দিনা গার্লস স্কুল	৮০	৮০	৬৪০০
মাধাইয়া ছাদিম উচ্চ বিদ্যালয়	৭৫	১১০	৮২৫০
মহিচাইল উচ্চ বিদ্যালয়	৮২	২০০	১৬৪০০
কুটস্বপুর উচ্চ বিদ্যালয়	৯০	২৫০	২২৫০০
বাখরাবাদ উচ্চ বিদ্যালয়	৮৮	১৫০	১৩২০০
		$\sum w_i = ৯১০$	$\sum x_i w_i = ৭৬৯৫০$

পাসের গড় হার, $\overline{x_w} = \frac{\sum x_i w_i}{\sum w_i} = \frac{৭৬৯৫০}{৯১০} = ৮৪.৫৬$

∴ নির্ণেয় পাসের গড় হার ৮৪.৫৬

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

❑ কাজ-৭: [পৃষ্ঠা-২৮৮]

১। তোমাদের শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর এবং কোনো সূত্র ব্যবহার না করে মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান : আমাদের শ্রেণির ৪৯ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করতে হবে এবং সূত্র ব্যবহার না করে মধ্যক নির্ণয় করতে হবে।

তাদের উচ্চতা নিচে দেওয়া হলো–

১৫০, ১৫০, ১৬০, ১৭০, ১৫০, ১৭৫, ১৬০, ১৬৫, ১৭০, ১৭৫, ১৬০, ১৫০, ১৬৫, ১৫০, ১৬০, ১৬৫, ১৭০, ১৭০, ১৬৫, ১৫০, ১৬৫, ১৫০, ১৬০, ১৬৫, ১৭০, ১৬৫, ১৭৫, ১৭০, ১৭৫, ১৬০ ১৫৫, ১৪০, ১৪৫, ১৪০, ১৪৫, ১৪০, ১৪৫, ১৫৫, ১৬০, ১৬৫, ১৬০, ১৭৫, ১৪০, ১৪৫, ১৫০, ১৬০, ১৬৫, ১৭০, ১৬৫।

মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি :

উচ্চতা সে.মি.	১৪০	১৪৫	১৫০	১৫৫	১৬০	১৬৫	১৭০	১৭৫
গণসংখ্যা	৪	৪	৮	২	৯	১০	৭	৫
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	৪	৮	১৬	১৮	২৭	৩৭	৪৪	৪৯

এখানে n = ৪৯ যা বিজোড় সংখ্যা।

∴ মধ্যক = $\frac{৪৯ + ১}{২}$ তম পদের মান

= ২৫ তম পদের মান

= ১৬০

∴ নির্ণেয় মধ্যক ১৬০ সে.মি.

২। পূর্বের সমস্যা থেকে ৯ জনের উচ্চতা বাদ দিয়ে ৪০ জনের উচ্চতার (সে.মি.) মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান :

উচ্চতা সে.মি.	১৪০	১৪৫	১৫০	১৫৫	১৬০	১৬৫	১৭০
গণসংখ্যা	৪	৪	৮	২	৯	১০	৩
ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	৪	৮	১৬	১৮	২৭	৩৭	৪০

এখানে, n = ৪০ যা জোড় সংখ্যা

মধ্যক = $\frac{\frac{৪০}{২} \text{ তম ও } \left(\frac{৪০}{২} + ১\right) \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{২}$

= $\frac{২০ \text{ তম পদ ও } ২১ \text{ তম পদ দুইটির মানের সমষ্টি}}{২} = \frac{১৬০ + ১৬০}{২}$

∴ নির্ণেয় মধ্যক ১৬০ সে.মি.

❑ কাজ-৮ : তোমাদের শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীকে নিয়ে ২টি দল গঠন কর। একটি সমস্যা সমাধানে প্রত্যেকের কত সময় লাগে (ক) তার গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর, (খ) সারণি হতে মধ্যক নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৮৯]

সমাধান : আমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থী সংখ্যা ৬০। এদেরকে ৩০ জন করে দুইটি দলে ভাগ করে একটির নাম দেই 'পদ্মা' ও অন্যটির নাম 'মেঘনা'।

ক) 'পদ্মা' দলের ৩০ জন শিক্ষার্থীর একটি সমস্যা সমাধানে যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিচে দেওয়া হলো–

৪২, ৪৫, ৬০, ৬১, ৫৮, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫১, ৪৯, ৪৩, ৫২, ৫৭, ৫১, ৬৪, ৪৯, ৫৬, ৪৮, ৬৭, ৬৩, ৭০, ৫৯, ৫৪, ৪৬, ৪৩, ৫৬, ৬৯, ৪৩, ৬৮, ৪২।

এখানে সর্বনিম্ন উপাত্ত ৪২ এবং সর্বোচ্চ উপাত্ত ৭৩।

∴ পরিসর = ৭৩ − ৪২ + ১ = ৩২

শ্রেণি ব্যাপ্তি = ৫

∴ শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৩২}{৫}$ = ৬.৪ ≈ ৭

৪০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণি ব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলো।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪০ – ৪৪	||||	৪	৪
৪৫ – ৪৯	|||| ||	৭	১১
৫০ – ৫৪	|||| |	৬	১৭

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৫৫ – ৫৯	|||	৫	২২
৬০ – ৬৪	||||	৪	২৬
৬৫ – ৬৯	|||	৩	২৯
৭০ – ৭৪			১	৩০
			n = ৩০	

এখানে, $n = ৩০$ এবং $\frac{n}{২} = \frac{৩০}{২} = ১৫$।

∴ মধ্যক হলো ১৫ তম পদের মান। ১৫ তম পদের অবস্থান হবে (৫০ – ৫৪) শ্রেণিতে।

∴ মধ্যক শ্রেণি হলো (৫০ – ৫৪)

∴ $L = ৫০, F_c = ১১, f_m = ৬$ এবং $h = ৫$।

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= ৫০ + \left(\frac{৩০}{২} - ১১\right) \times \frac{৫}{৬}$

$= ৫০ + ৪ \times \frac{৫}{৬}$

$= ৫০ + ৩.৩৩$

$= ৫৩.৩৩$

খ) মেঘনা দলের ৩০ জন শিক্ষার্থীর একটি সমস্যা সমাধানে যে সময় (সেকেন্ড) লেগেছিল তা নিচে দেওয়া হলো।

৬২, ৭৪, ৪৫, ৭৯, ৫১, ৭৮, ৭৪, ৭০, ৭৩, ৭১, ৬৯, ৬৮, ৬৭, ৬৮, ৬৪, ৬৬, ৬৪, ৭৯, ৬৪, ৬৩, ৬৪, ৬২, ৬০, ৬১, ৫৯, ৬০, ৫৭, ৪৯, ৫০, ৪০।

এখানে সর্বনিম্ন উপাত্ত ৪০ এবং সর্বোচ্চ উপাত্ত ৭৯।

ধরি, শ্রেণি ব্যাপ্তি = ৫

∴ শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{৪০}{৫} = ৮$

∴ ৪০ থেকে শুরু করে ৫ শ্রেণি ব্যাপ্তি বিশিষ্ট সারণি তৈরি করা হলো–

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি	সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪০ – ৪৪	|	১	১
৪৫ – ৪৯	||	২	৩
৫০ – ৫৪	||	২	৫
৫৫ – ৫৯	||	২	৭
৬০ – ৬৪	𝍸 𝍸	১০	১৭
৬৫ – ৬৯	𝍸	৫	২২
৭০ – ৭৪	𝍸	৫	২৭
৭৫ – ৭৯	|||	৩	৩০
		n = ৩০	

এখানে, $n = ৩০$ এবং $\frac{n}{২} = \frac{৩০}{২} = ১৫$

∴ মধ্যক হলো ১৫ তম পদের মান। ১৫ তম পদের অবস্থান হবে (৬০ – ৬৪)

∴ $L = ৬০, F_c = ৭, f_m = ১০$ এবং $h = ৫$

∴ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= ৬০ + \left(\frac{৩০}{২} - ৭\right) \times \frac{৫}{১০}$

$= ৬০ + ৮ \times \frac{৫}{১০} = ৬৪$

www.bdniyog.com
MyMahbub.Com