www.bdniyog.com

❑ অনুশীলনী- ১৬.২

পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণসমূহ

উদাহরণ– ২। একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হত তাহলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র হত। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার।

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

প্রশ্নানুসারে, $xy = 2000$ ..... (i)

এবং $x - 10 = y$ ..... (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $y = x - 10$ ..... (iii)

সমীকরণ (i) এ $y = x - 10$ বসিয়ে পাই

$x(x - 10) = 2000$

বা, $x^2 - 10x - 2000 = 0$

বা, $x^2 - 50x + 40x - 2000 = 0$

বা, $(x - 50)(x + 40) = 0$

∴ $x - 50 = 0$ অথবা $x + 40 = 0$

বা, $x = 50$ অথবা $x = -40$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ $x = 50$

এখন, সমীকরণ (iii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

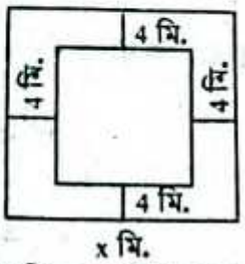
$y = 50 - 10 = 40$

∴ নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। **(Ans)**

উদাহরণ– ৩। বর্গাকার একটি মাঠের ভেতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ভেতরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য x মিটার।

∴ মাঠের ক্ষেত্রফল x^2 বর্গমিটার।



মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = $(x - 2 \times 4)$ মি.

$= (x - 8)$ মি.

∴ রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল

$= (x - 8)^2$ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(x^2 - (x - 8)^2$ বর্গমিটার

আমরা জানি, 1 হেক্টর = 10000 বর্গমিটার

প্রশ্নানুসারে, $x^2 - (x - 8)^2 = 10000$

বা, $x^2 - x^2 + 16x - 64 = 10000$

বা, $16x = 10064$

∴ $x = 629$

রাস্তা বাদে বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল,

$= (629 - 8)^2$ বর্গমিটার

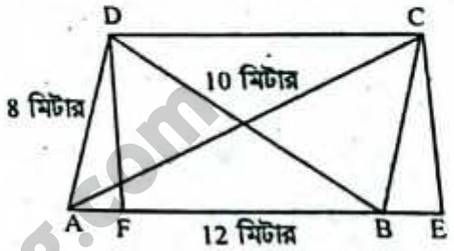
$= 385641$ বর্গমিটার

$= 38.56$ হেক্টর (প্রায়)

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 38.56 হেক্টর

উদাহরণ– ৫। একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 মিটার ও 8 মিটার এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 10 মিটার হলে, অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ABCD সামান্তরিকের $AB = a = 12$ মিটার, $AD = c = 8$ মিটার এবং কর্ণ $BD = b = 10$ মিটার। D ও C থেকে AB এর ওপর এবং AB এর বর্ধিতাংশের ওপর DF ও CE লম্ব টানি। A, C ও B, D যোগ করি।



ΔABD এর অর্ধপরিসীমা $s = \frac{12 + 10 + 8}{2}$ মিটার

$= 15$ মিটার

∴ Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

$= \sqrt{15(15 - 12)(15 - 10)(15 - 8)}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{1575}$ বর্গমিটার $= 39.68$ বর্গমিটার (প্রায়)

আবার, Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB \times DF$

বা, $39.68 = \frac{1}{2} \times 12 \times DF$

বা, $6DF = 39.68$

∴ $DF = 6.61$

এখন, ΔBCE সমকোণী

∴ $BE^2 = BC^2 - CE^2$

$= AD^2 - DF^2$

$= 8^2 - (6.61)^2$

$= 20.31$

∴ $BE = 4.5$

অতএব, $AE = AB + BE$

$= 12 + 4.5 = 16.5$

ΔACE সমকোণী থেকে পাই,

$AC^2 = AE^2 - CE^2$

$= (16.5)^2 - (6.61)^2 = 315.94$

∴ $AC = 17.77$ (প্রায়)

∴ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 17.77 মিটার (প্রায়)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। একটি আয়াতাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ। এর ক্ষেত্রফল 512 বর্গ মিটার হলে, পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি,

আয়াতাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার

" " দৈর্ঘ্য = 2x মিটার

∴ " " ক্ষেত্রফল = $2x \times x$ বর্গ মিটার

এবং $= 2x^2$ বর্গ মিটার

শর্তমতে, $2x^2 = 512$

বা, $x^2 = \frac{512}{2}$

বা, $x^2 = 256$

বা, $x = \sqrt{256}$

∴ $x = 16$

∴ আয়াতাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মিটার

" " দৈর্ঘ্য = 2×16 মিটার

= 32 মিটার

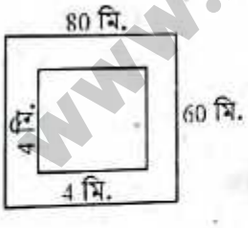
এখন, আয়াতাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(16 + 32)$

$= 2 \times 48$

= 96 মিটার

∴ নির্ণেয় আয়াতাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 96 মিটার।

২। একটি জমির দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হলো। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার 5 মিটার হয়। তবে পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান :

এখানে, জমির দৈর্ঘ্য = 80 মিটার

এবং জমির প্রস্থ = 60 মিটার

∴ জমির ক্ষেত্রফল = (80×60) বর্গ মিটার

= 4800 বর্গ মিটার।

পুকুরের পাড় বাদে শুধু পুকুরের দৈর্ঘ্য = $\{80 - (4 + 4)\}$ মিটার

$= (80 - 8)$ মিটার

= 72 মিটার

পুকুরের পাড় বাদে শুধু পুকুরের প্রস্থ = $\{60 - (4 + 4)\}$ মিটার

$= (60 - 8)$ মিটার

= 52 মিটার

∴ শুধু পুকুরের ক্ষেত্রফল = 72×52 বর্গ মিটার

= 3744 বর্গ মিটার

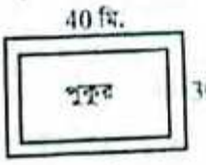
∴ পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = জমি ক্ষেত্রফল − শুধু পুকুরের ক্ষেত্রফল

= (4800 − 3744) বর্গ মিটার

= 1056 বর্গ মিটার।

অতএব, পুকুর পাড়ের নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = 1056 বর্গ মিটার।

৩। একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। বাগানের ভিতরে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।



সমাধান :

দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার

এবং বাগানের প্রস্থ = 30 মিটার

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= 40 মিটার × 30 মিটার

= 1200 বর্গ মিটার

ধরি, পুকুরের পাড়ের বিস্তার = A মিটার

∴ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $\{40 - (A + A) = (40 - 2A)\}$ মিটার

এবং পুকুরের প্রস্থ = $\{30 - (A + A)\} = (30 - 2A)$ মিটার

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

$= (40 - 2A)(30 - 2A)$ বর্গ মিটার

কিন্তু, শর্তানুসারে,

$(40 - 2A)(30 - 2A) = \frac{1}{2} \times$ বাগানের ক্ষেত্রফল

বা, $1200 - 80A - 60A + 4A^2 = \frac{1}{2} \times 1200$

বা, $1200 - 140A + 4A^2 = 600$

বা, $4A^2 - 140A + 1200 - 600 = 0$

বা, $4A^2 - 140A + 600 = 0$

বা, $4(A^2 - 35A + 150) = 0$

বা, $A^2 - 35A + 150 = 0$

বা, $A^2 - 30A - 5A + 150 = 0$

বা, $A(A - 30) - 5(A - 30) = 0$

বা, $(A - 5)(A - 30) = 0$

হয়, $A - 30 = 0$ অথবা, $A - 5 = 0$

∴ $A = 30$ ∴ $A = 5$

কিন্তু $A = 30$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পুকুরের বিস্তার 30 মিটার হলে পুকুর খনন সম্ভব নয়।

∴ $A = 5$ গ্রহণযোগ্য মান।

∴ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2A)$ মিটার

$= (40 - 2 \times 5)$ মিটার

$= (40 - 10)$ মিটার

= 30 মিটার।

এবং পুকুরের প্রস্থ = $(30 - 2A)$ মিটার

$= (30 - 2 \times 5)$ মিটার

$= (30 - 10)$ মিটার

= 20 মিটার

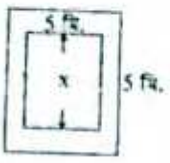
অতএব, পুকুরের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৪। একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গ মিটার হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি,
বর্গাকার বাগানের একবাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

∴ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার

দেয়া আছে,
রাস্তার ক্ষেত্রফল = 500 বর্গ মিটার।

অতএব, রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(x^2 + 500)$ বর্গ মিটার.....(i)

আবার,
রাস্তাসহ বর্গাকার বাগানের একবাহুর দৈর্ঘ্য = $\{x + (5 + 5)\}$ মিটার
= $(x + 10)$ মিটার

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $(x + 10)^2$ বর্গ মিটার
= $(x^2 + 20x + 100)$ বর্গ মিটার.....(ii)

(i) ও (ii) নং হতে,
$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 500$
বা, $20x = 500 - 100$
বা, $20x = 400$
বা, $x = \frac{400}{20}$
∴ $x = 20$

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার
= $(20)^2$ বর্গ মিটার
= 400 বর্গ মিটার।

∴ নির্ণেয় বাগানের ক্ষেত্রফল 400 বর্গ মিটার।

৫। একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গ মিটার। প্রতিটি 40 সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে।

সমাধান:
মনে করি,
আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার
তাহলে " দৈর্ঘ্য = 3x মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 3x.x বর্গ মিটার
= $3x^2$ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, $3x^2 = 768$
বা, $x^2 = \frac{768}{3}$
বা, $x^2 = 256$
বা, $x = \sqrt{256}$
∴ $x = 16$

অর্থাৎ, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মিটার
" দৈর্ঘ্য = 3 × 16 মিটার
= 48 মিটার

অতঃপর, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
= 2(48 + 16)
= 2 × 64
= 128 মিটার

যেহেতু, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।

সুতরাং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 128 মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য = (128 ÷ 4) মিটার
= 32 মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(32)^2$ বর্গ মিটার
= 1024 বর্গ মিটার

এখানে, বর্গাকার প্রতিটি পাথরের দৈর্ঘ্য = 40 সে.মি.
= $\frac{40}{100}$ মিটার
= 0.4 মিটার

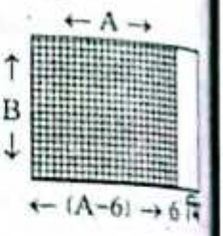
অতএব, বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল = $(0.4)^2$ বর্গ মিটার
= 0.16 বর্গ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রটির জন্য মোট পাথর লাগবে = (1024 ÷ 0.16)
= 6400 টি

∴ নির্ণেয় পাথরের সংখ্যা = 6400 টি।

৬। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি,
আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = A মিটার
এবং " প্রস্থ = B মিটার

∴ ক্ষেত্রটির = A × B বর্গ মিটার
= AB বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, ক্ষেত্রফল, AB = 160.....(i)

আবার, দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হলে আয়তক্ষেত্রটি একটি বর্গক্ষেত্র হয়।

∴ A − 6 = B [কারণ বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান]
বা, A = B + 6.....(ii)

A এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,
(B + 6) B = 160
বা, $B^2 + 6B - 160 = 0$
বা, $B^2 + 16B - 10B - 160 = 0$
বা, B(B + 16) − 10(B + 16) = 0
বা, (B + 16) (B − 10) = 0

হয়, B + 16 = 0
বা, B = − 16
গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ বাহুর দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

নতুবা B − 10 = 0
বা, B = 10
∴ B = 10

তখন, B এর মান (ii) নং সমীকরণে বসাই,
A = 10 + 6

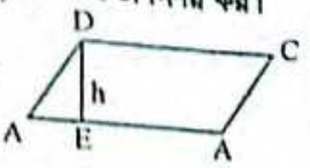
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

= 10 মিটার।
∴ নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 16 মিটার
এবং প্রস্থ = 10 মিটার।

৪। একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশ এবং ক্ষেত্রফল 363 বর্গ ইঞ্চি হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

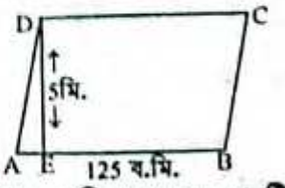
সমাধান:
মনে করি,
সামান্তরিকের উচ্চতা = x
∴ ভূমি = $\frac{3}{4}x$

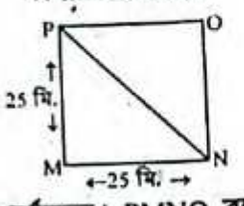


আমরা জানি,
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা
বা, $363 = x \times \frac{3}{4}x$
বা, $363 = \frac{3}{4}x^2$
বা, $\frac{3}{4}x^2 = 363$
বা, $3x^2 = 363 \times 4$
বা, $x^2 = \frac{363 \times 4}{3}$
বা, $x^2 = 484$
বা, $x = \sqrt{484}$
∴ $x = 22$
অর্থাৎ, সামান্তরিকের উচ্চতা = 22
এবং ভূমি = $\frac{3}{4} \times 22$
$= \frac{33}{2}$
$= 16.5$
∴ নির্ণেয় সামান্তরিকের উচ্চতা = 22 মিটার
এবং ভূমি = 16.5 মিটার

৫। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে। বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ABCD একটি সামান্তরিক
এর ভূমি, AB = 125 মিটার
এবং উচ্চতা, DE = 5 মিটার
∴ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা
= AB × DE
= 125 × 5 বর্গ মিটার
= 625 বর্গ মিটার
প্রশ্নানুসারে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 625 বর্গ মিটার
ধরি, বর্গক্ষেত্রের একটি বাহু = x মিটার
তাহলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x.x বর্গ মিটার
$= x^2$ বর্গ মিটার
∴ $x^2 = 625$
বা, $x = \sqrt{(25)^2}$
∴ x = 25 মিটার

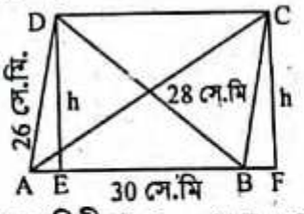




আবার, ধরি, PMNO একটি বর্গক্ষেত্র। PMNO বর্গের P এবং N বিন্দু যোগ করি। এখন Δ PMN-এ ∠PMN = 90 এবং PN অতিভুজ।
∴ পীথাগোরাসের সূত্রানুযায়ী, $PN^2 = PM^2 + MN^2$
বা, $PN^2 = (25)^2 + (25)^2$
[∵ বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু সমান সেক্ষেত্রে PM = MN = 25 মিটার]
বা, $PN^2 = 625 + 625 = 1250$
∴ $PN^2 = \sqrt{1250}$
= 35.35 মিটার
∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 35.35 মিটার (প্রায়)
অতএব, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 35.35 মিটার (প্রায়)

৯। একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. ও 26 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 28 সে.মি. হলে, অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর?

সমাধান: ধরি, ABCD একটি সামান্তরিক
দেয়া আছে, AB = DC = 30 সে.মি.
AD = BC = 26 সে.মি.
কর্ণ, BD = 28 সে.মি.
অপর কর্ণ, AC = ?



∴ Δ ABD এর পরিসীমা, 2s = (AB + BD + AD) একক
বা, 2s = (30 + 28 + 26) সে.মি.
বা, $s = \frac{84}{2}$ সে.মি.
∴ s = 42 সে.মি
∴ Δ ABD এর ক্ষেত্রফল
$= \sqrt{s(s - AB)(s - BD)(s - AD)}$..... (i)
এখন, (i) নং সমীকরণে s, AB, BD এবং AD এর মান বসিয়ে পাই,
$\sqrt{42(42 - 30)(42 - 28)(42 - 26)}$ বর্গ সে.মি.
$= \sqrt{42 \times 12 \times 14 \times 16}$ বর্গ সে.মি.
$= \sqrt{7 \times 6 \times 6 \times 2 \times 2 \times 7 \times 4 \times 4}$ বর্গ সে.মি.
$= \sqrt{7^2 \times 6^2 \times 4^2 \times 2^2}$ বর্গ সে.মি.
= 7 × 6 × 4 × 2 বর্গ সে.মি.
= 336 বর্গ সে.মি.
আবার, Δ ABD এর ভূমি, AB = 30 সে.মি. এবং উচ্চতা,

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

DE = h (ধরি)

∴ $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

= $\frac{1}{2}$ × AB × DE

= $\frac{1}{2}$ × 30 × h

কিন্তু $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল = 336 বর্গ সে.মি.

∴ $\frac{1}{2}$ × 30 × h = 336

বা, 15h = 336

বা, h = $\frac{336}{15}$

∴ h = 22.40 সে.মি.

∴ উচ্চতা, DE = CF = 22.40 সে.মি.

এখন, সমকোণী ত্রিভুজ CBF হতে পাই, $BC^2 = CF^2 + BF^2$

বা, $(26)^2 = (22.40)^2 + (BF)^2$

বা, $(BF)^2 + (22.40)^2 = (26)^2$

বা, $BF^2 = (26)^2 - (22.40)^2$

বা, $BF^2 = 676 - 501.76$

বা, $BF^2 = 174.24$

∴ $BF = \sqrt{174.24}$

= 13.2 সে.মি.

এখন, $\triangle ACF$ হতে পাই, $AC^2 = AF^2 + CF^2$

বা, $AC^2 = (30 + 13.2)^2 + (22.4)^2$

$= (43.2)^2 + (22.4)^2$

= 1866.24 + 501.76

= 2368.00

∴ $AC = \sqrt{2368}$

= 48.66 সে.মি. (প্রায়)

অতএব, সামান্তরিকটির অপর কর্ণের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য = 48.66 সে.মি. (প্রায়)।

১০। একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 54 সে.মি.। এর অপর কর্ণ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ABCD একটি রম্বস। AC ও BD এর দুইটি কর্ণ পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখানে, রম্বসের পরিসীমা = 180 সে.মি.

ধরি, একটি কর্ণ, AC = 54 সে.মি.

∴ রম্বসটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × AC × BD বর্গ একক

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং, AO = $\frac{1}{2}$ AC = $\frac{1}{2}$ × 54 = 27 সে.মি.

এবং BO = $\frac{1}{2}$ BD

আবার, রম্বসের বাহু চারটি সমান বলে,

AB = $\frac{\text{রম্বসের পরিসীমা}}{4}$ = $\frac{\text{পরিসীমা}}{4}$ = $\frac{180}{4}$ = 45 সে.মি.

এখন, $\triangle ABO$ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই, $AB^2 = AO^2 + BO^2$

বা, $(45)^2 = (27)^2 + \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$

বা, $2025 - 729 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$

বা, $1296 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$

বা, $(36)^2 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$

বা, $36 = \frac{1}{2}BD$

∴ BD = 72 সে.মি.

∴ রম্বসটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × AC × BD বর্গ একক

= $\frac{1}{2}$ × 54 × 72 বর্গ সে.মি.

= 27 × 72 বর্গ সে.মি.

= 1944 বর্গ সে.মি.

অতএব, রম্বসটির অপর কর্ণের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য = 72 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল = 1944 বর্গ সে.মি.।

১১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের অন্তর 8 সে.মি. এবং তাদের লম্ব দূরত্ব 24 সে.মি.। ট্রাপিজিয়াম দুইটির সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি,

ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল একটি বাহু x সে.মি.

∴ " অপর " (x + 8) "

সমান্তরাল বাহু দুইটির লম্ব দূরত্ব h = 24 সে.মি.

∴ ক্ষেত্রফল = (13 × 24) বর্গ সে.মি.

= 312 বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}$ × 24 (x + x + 8) = 312

বা, 2x + 8 = $\frac{312}{12}$

বা, 2x + 8 = 26

বা, 2x = 26 − 8

বা, 2x = 18

বা, x = $\frac{18}{2}$

∴ x = 9

∴ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল একটি বাহু x = 9 সে.মি.

∴ " অপর " (x + 8) "

= (9 + 8) সে.মি.

= 17 সে.মি.

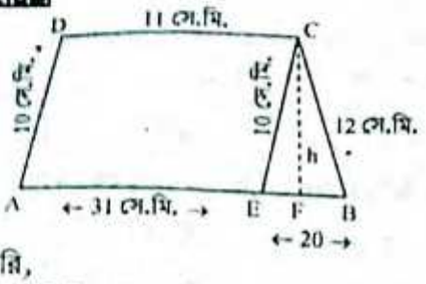
∴ নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. ও 17 সে.মি.

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১২। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 31 সে.মি. ও 11 সেন্টিমিটার এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. ও 12 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি,

ABCD ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু AB থেকে DC এর সমান AE অংশ কাঁটি।

তাহলে, AE = CD = 11 সে.মি.

সুতরাং BE = AB − AE

= 31 − 11 সে.মি.

= 20 সে.মি.

এখন, Δ BEC এর CE = 10 সে.মি.

[∵ ABCE সামান্তরিকে AD = EC]

∴ Δ BEC এর অর্ধপরিসীমা, $S = \frac{CE + BE + BC}{2}$ একক

$= \frac{10 + 20 + 12}{2}$ সে.মি.

$= \frac{42}{2}$ সে.মি.

= 21 সে.মি.

তাহলে, Δ BEC এর ক্ষেত্রফল,

$= \sqrt{S(S - CE)(S - BE)(S - BC)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{21(21 - 10)(21 - 20)(21 - 12)}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{21 \times 11 \times 1 \times 9}$

$= \sqrt{2079}$

= 45.596 বর্গ সে.মি.

আবার, CF, Δ BEC এর উচ্চতা,

∴ Δ ABEC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি × উচ্চতা

বা, $45.596 = \frac{1}{2} \times BE \times CF$

বা, $BE \times CF = 91.192$

বা, $CF = \frac{91.192}{BE}$

বা, $= \frac{91.192}{20}$

বা, = 4.56 সে.মি.

∴ ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা, CF = h = 4.56 সে.মি.

ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের একটি বাহু, a = 31 সে.মি. এবং অপর বাহু, B = 11 সে.মি.

∴ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times (31 + 11) \times 4.56$ বর্গ সে.মি.

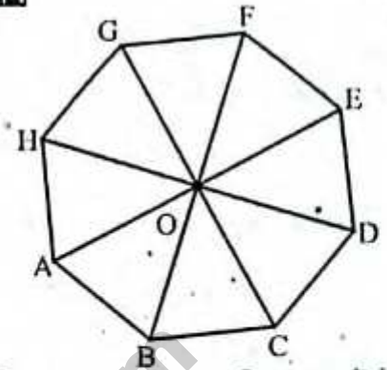
$= \frac{1}{2} \times 42 \times 4.56$ বর্গ সে.মি.

= 95.75 বর্গ সে.মি.

∴ নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = 95.75 বর্গ সে.মি.

১৩। একটি সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 1.5 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ABCDEFGH একটি সুষম অষ্টভুজ। এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করা হলো। ফলে 8 টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

∴ $\angle AOB = \frac{360°}{8} = 45°$

মনে করি,

O কেন্দ্র বিশিষ্ট শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব, a মিটার

এবং a = 1.5 মিটার

∴ Δ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} a.a \sin 45°$

$= \frac{1}{2} a^2 . \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\left[\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$= \frac{a^2}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{(1.5)^2}{2\sqrt{2}}$

= 0.7955 বর্গমিটার

∴ সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল = 8 × Δ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল

= 8 × 0.7955 বর্গ মিটার

= 6.364 বর্গ মিটার

১৪। আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবং প্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

ক) উপরের তথ্যটি চিত্রের সাহায্যে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও।

খ) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

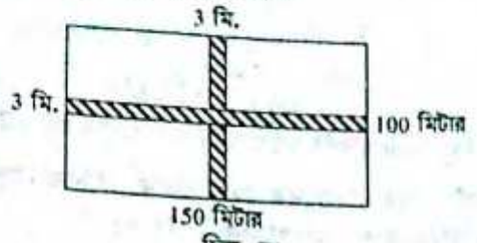
গ) রাস্তাটি পাকা করতে 25 সে.মি. এবং 12.5 সে.মি. প্রস্থ বিশিষ্ট কয়টি ইটের প্রয়োজন।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমাধান :

ক) বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মি. এবং প্রস্থ 100 মি. এর মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

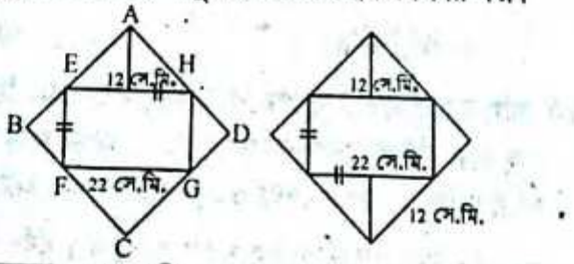


চিত্র–ক

খ) দেওয়া আছে
বাগানের দৈর্ঘ্য = 150 মিটার
এবং বাগানের প্রস্থ = 100 মিটার
∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ মিটার
= (150 × 100)
= 15000 বর্গ মিটার
আবার,
রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = (150 – 3) মিটার
= 147 "
এবং " " প্রস্থ = (100 – 3) মিটার
= 97 "
∴ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (147 × 97) বর্গমিটার
= 14259 "
এখন, রাস্তার ক্ষেত্রফল = (বাগানের ক্ষেত্রফল – রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল)
= (15000 – 14259) বর্গমিটার
= 741 "
∴ নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল = 741 বর্গ মিটার

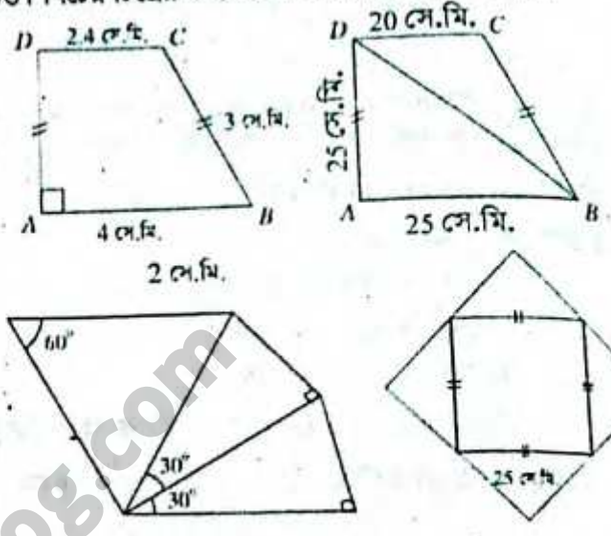
গ) দেয়া আছে,
ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি.
এবং " প্রস্থ = 12.5 "
∴ ইটের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ সে.মি.
= (25 × 12.5) "
= 312.5 "
= $\frac{312.5}{100 \times 100}$ বর্গ মিটার
= 0.03125
∴ রাস্তাটি পাকা করতে ইটের প্রয়োজন = (রাস্তার ক্ষেত্রফল ÷ ইটের ক্ষেত্রফল)
= (741 ÷ 0.03125) বর্গ মিটার
= 23712 টি ইট
= 23712 টি
∴ নির্ণেয় ইটের প্রয়োজন 23712 টি।

১৫। বহুভুজ চিত্রে তথ্য অনুসারে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

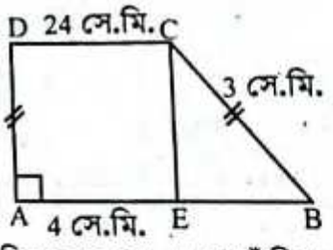


সমাধান : মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রের অভ্যন্তরে EFGH বর্গক্ষেত্র রয়েছে।
EFGH বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = 22 সে.মি. [চিত্র অনুসারে]
A কিন্দু হতে EH বাহুর দূরত্ব = 12 সে.মি.।
তাহলে C কিন্দু হতে FG বাহুর দূরত্বও 12 সে.মি. হবে।
সুতরাং AC কর্ণের দৈর্ঘ্য = 22 + 12 + 12 সে.মি. = 46 সে.মি.
আমরা জানি, কর্ণ, $d = \sqrt{2}a$.
[যেখানে a = বর্গের একবাহুর দৈর্ঘ্য]
$\therefore a = \frac{d}{\sqrt{2}}$ একক $= \frac{46}{\sqrt{2}}$ সে.মি. $= 23\sqrt{2}$ সে.মি.
∴ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $23\sqrt{2}$ সে.মি.
∴ " ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ একক
= $(23\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি.
= 1058 বর্গ সে.মি. (Ans.)

১৬। নিচের চিত্রের তথ্য থেকে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান : ১ নং চিত্র :



এ চিত্রে C কিন্দু হতে CE ⊥ AB আঁকি।
ΔABC এ ∠BEC = 90°
BE = AB – AE
= 4 – 2.4 [∵ AE = CD]
= 1.6 সে.মি.
সুতরাং পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,
$CE^2 + BE^2 = BC^2$
বা, $CE^2 + (1.6)^2 = 3^2$
বা, $CE^2 = 9 - 2.56$
= 6.44
$\therefore CE = \sqrt{6.44} = 2.54$
∴ ADCE আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= AE × CE
= (2.4 × 2.54) বর্গ সে.মি.
= 6.096 বর্গ সে.মি.
Δ ক্ষেত্র BCE এর ক্ষেত্রফল

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$= \frac{1}{2} \times BE \times CE$

$= \left(\frac{1}{2} \times 1.6 \times 2.54\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 2.032$ ব.সে.মি.

∴ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

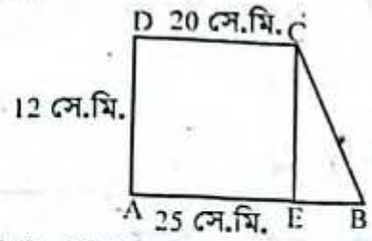
= ADCE আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্রে BCE এর ক্ষেত্রফল।

$= (6.096 + 2.032)$ বর্গ সে.মি.

$= 8.128$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

২ নং চিত্র :

ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের C থেকে AB এর উপর CE লম্ব অঙ্কন করি।



∴ ΔBCE এ $\angle CEB = 90°$

∴ BE = AB − AE

= 25 সে.মি. − 20 সে.মি. [∵ CD = AE = 20 সে.মি.]

= 5 সে.মি.

∴ ADCE চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = CD × AD

$= (20 \times 12)$ বর্গ সে.মি.

= 240 বর্গ সে.মি.

আবার, Δ ক্ষেত্র BCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BE \times CE$

$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right)$ বর্গ সে.মি.

= 30 বর্গ সে.মি.

∴ ABCD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ADCE চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র BCE এর ক্ষেত্রফল

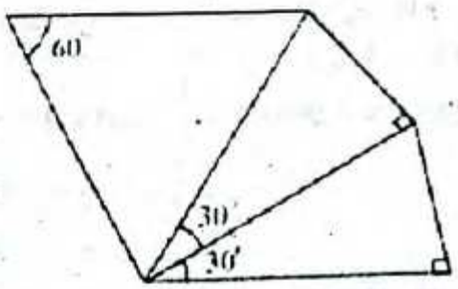
$= (240 + 30)$ বর্গ সে.মি.

= 270 বর্গ সে.মি.

অতএব, ২য় চিত্রের ক্ষেত্রফল 270 বর্গ সে.মি.

৩ নং চিত্র :

2 সে.মি.



৩য় চিত্রে, ΔAEC এ

$\angle AEC = \angle EAC = \angle ACE = 60°$

∴ AE = AC = EC = 2 সে.মি.

∴ সমবাহু Δ ক্ষেত্র AEC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$ [∵ a = 2 সে.মি.]

$= \sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

আবার, ΔABC এ

$\angle ACB = 30°$ এবং AC = 2 সে.মি.

∴ $\sin \angle ACB = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 30° = \frac{AB}{2}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{AB}{2}$

∴ AB = 1 সে.মি.

$\cos \angle ACB = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 30° = \frac{BC}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{2}$

∴ $BC = \sqrt{3}$ সে.মি.

∴ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BC \times AB$ [$BC \perp AB$]

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গ সে.মি.

আবার,

ΔBCD এ $\angle BCD = 30°$ এবং $BC = \sqrt{3}$ সে.মি.

∴ $\sin \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\sin 30° = \frac{BD}{\sqrt{3}}$ [∵ $BC = \sqrt{3}$]

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BD}{\sqrt{3}}$

∴ $BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ সে.মি.

আবার, $\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$

বা, $\cos 30° = \frac{BC}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{\sqrt{3}}$

∴ $CD = \frac{3}{2}$ বর্গ সে.মি.

∴ Δ ক্ষেত্র BCD এর ক্ষেত্রফল [∵ $BC \perp AB$]

$= \frac{1}{2} \times CD \times BD$

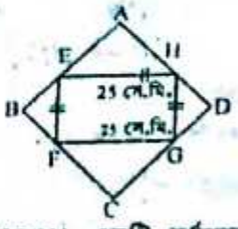
$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$ বর্গ সে.মি.

= 3.25 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৪ নং চিত্র :



চিত্রে যেহেতু EFGH একটি বর্গক্ষেত্র সেহেতু ABCD চতুর্ভুজটিও একটি বর্গক্ষেত্র।

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র DGH এ $-\angle GDH = 90°$

ধরি, $DH = DG = a$

$\therefore$ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজক্ষেত্র GDH এ

$DG^2 + DH^2 = GH^2$

বা, $a^2 + a^2 = (25)^2$

বা, $2a^2 = (25)^2$

বা, $a^2 = \frac{(25)^2}{2}$

বা, $a = \frac{25}{\sqrt{2}}$

সুতরাং, $AD = DH + AH$

$= a + a$ [$\because DH = a = AH$]

$= 2a$

$\therefore$ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য) $= 2$

$= (2a)^2$

$= 4\left(\frac{25}{\sqrt{2}}\right)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{4 \times (25)^2}{2}$ বর্গ সে.মি.

$= 1250$ বর্গ সে.মি.

অতএব, ৪র্থ চিত্রটির ক্ষেত্রফল 1250 বর্গ সে.মি.

❑ অনুশীলনী- ১৬.৩

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ :** একটি বৃত্তের পরিধি 440 মিটার। ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৬৮]

সমাধান : মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r মিটার

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ মিটার।

এবং ABCD বর্গক্ষেত্রটি ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

প্রশ্নমতে,

$2\pi r = 440$

বা, $2r = \frac{440}{\pi} = \frac{440}{3.1416}$ মিটার

বা, $2r = 140.056$ মিটার

এখন, ΔABC সমকোণী

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $\sqrt{AB^2 + AB^2} = \sqrt{(140.056)^2}$ [$\because AB = BC$]

বা; $\sqrt{2AB^2} = 140.056$

বা, $\sqrt{2}\, AB = 140.056$

বা, $AB = \frac{140.056}{1.414}$

$\therefore AB = 99.0495$ (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 99.0495$ মিটার

❑ **কাজ :** চিত্রে গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [পৃষ্ঠা-২৭০]

সমাধান : এখানে, ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$= \frac{\pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2}{2}$ বর্গ একক

$= \frac{\pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2}{2}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{3.1416 \times 10 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}$ বর্গ সে.মি.

$= 157.08$ বর্গ সে.মি.

আবার, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2$

বা, $AB^2 = (20)^2 - (15)^2$

বা, $AB^2 = 400 - 225$

বা, $AB^2 = 175$

বা, $AB = \sqrt{175}$

$\therefore AB = 13.228$

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times 13.228 \times 15$

$= 99.215$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল + ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$= (157.08 + 99.215)$ বর্গ সে.মি.

$= 256.295$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : 256.295 বর্গ সে.মি.

www.bdniyog.com