www.bdniyog.com

অধ্যায় ১৬ পরিমিতি

❑ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- ত্রিভুজক্ষেত্র ও চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র প্রয়োগ করে বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় এবং এতদসম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- বৃত্তের পরিধি ও বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবে।
- বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।
- বৃত্তক্ষেত্র ও তার অংশবিশেষের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে এতদসম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- আয়তাকার ঘনবস্তু, ঘনক ও বেলনের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে এবং এ সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- সুষম ও অসম আকারের বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...

ব্যবহারিক প্রয়োজনে, রেখার দৈর্ঘ্য, তলের ক্ষেত্রফল, ঘনবস্তুর আয়তন ইত্যাদি পরিমাপ করা হয়। এ রকম যেকোনো রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসাবে গ্রহণ করা হয়। পরিমাপকৃত রাশি এবং এরূপ নির্ধারিত এককের অনুপাতই রাশিটির পরিমাপ নির্ধারণ করে।

অর্থাৎ পরিমাপ = $\frac{\text{পরিমাপকৃত রাশি}}{\text{একক রাশি}}$।

নির্ধারিত একক সম্পর্কে প্রত্যেক পরিমাপ একটি সংখ্যা যা পরিমাপকৃত রাশিটির একক রাশির কতগুণ তা নির্দেশ করে। যেমন, বেঞ্চটি 5 মিটার লম্বা। এখানে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসাবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় বেঞ্চটি 5 গুণ লম্বা।

❑ অনুশীলনী- ১৬.১

পাঠ্যবইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণসমূহ

উদাহরণ– ৫। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে.মি. হলে, সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি b = 60 সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a সে.মি.।

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নানুসারে, $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2} = 1200$

বা, $\frac{60}{4}\sqrt{4a^2 - (60)^2} = 1200$

বা, $15\sqrt{4a^2 - 3600} = 1200$

বা, $\sqrt{4a^2 - 3600} = 80$

বা, $4a^2 - 3600 = 6400$ [বর্গ করে]

বা, $4a^2 = 10000$

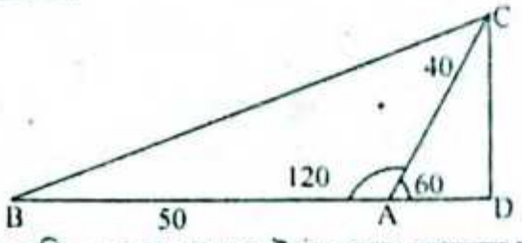
বা, $a^2 = 2500$

∴ $a = 50$ [বর্গমূল করে]

∴ ত্রিভুজটির সমান সামন বাহুর দৈর্ঘ্য 50 সে.মি.

উদাহরণ– ৬। একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা 120° কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওনা হলো। 5 ঘণ্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, A স্থান থেকে দুইজন লোক যথাক্রমে ঘণ্টায় 10 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার বেগে রওনা হয়ে 5 ঘণ্টার পর B ও C স্থানে পৌঁছাল। তাহলে, 5 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব হয় BC.

C থেকে BA এর বর্ধিতাংশের ওপর CD লম্ব টানি।

∴ AB = 5 × 10 কিলোমিটার = 50 কিলোমিটার,

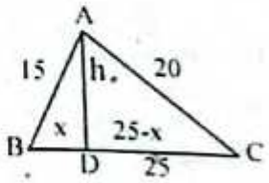
AC = 5 × 8 কিলোমিটার = 40 কিলোমিটার

www.bdniyog.com

এবং $\angle BAC = 120°$
$\therefore \angle DAC = 180° - 120° = 60°$
ΔACD সমকোণী ত্রিভুজ
$\therefore \frac{CD}{AC} = \sin 60°$
বা, $CD = AC \sin 60° = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$
এবং $\frac{AD}{AC} = \cos 60°$
বা, $AD = AC \cos 60°$
$= 40 \times \frac{1}{2} = 20$
আবার, ΔBCD সমকোণী থেকে পাই,
$BC^2 = BD^2 + CD^2$
$= (BA + AD)^2 + CD^2$
$= (50 + 20)^2 + (20\sqrt{3})^2$
$= 4900 + 1200 = 6100$
$\therefore BC = 78.1$ (প্রায়)
$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব 78.1 কিলোমিটার (প্রায়)

সৃজনশীল-৭। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 একক, 20 একক ও 15 একক। বৃহত্তর বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্ব ত্রিভুজটিকে যে দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে তাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



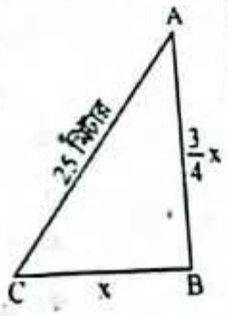
মনে করি, ABC ত্রিভুজের $BC = 25$ একক
$AC = 20$ একক, $AB = 15$ একক
A শীর্ষবিন্দু থেকে BC বাহুর ওপর অঙ্কিত লম্ব AD ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে ΔABD ও ΔACD ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
ধরি, $BD = x$ একক এবং $AD = h$ একক
$\therefore CD = BC - BD = (25 - x)$ একক
ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,
$BD^2 + AD^2 = AB^2$
বা, $x^2 + h^2 = (15)^2$
$\therefore x^2 + h^2 = 225$ ..... (i)
এবং ΔACD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, $CD^2 + AD^2 = AC^2$
বা, $(25 - x)^2 + h^2 = (20)^2$
বা, $625 - 50x + x^2 + h^2 = 400$
বা, $625 - 50x + 225 = 400$
সমীকরণ (i) এর সাহায্যে
বা, $50x = 450$
$\therefore x = 9$
সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$81 + h^2 = 225$
বা, $h^2 = 144$
$\therefore h = 12$
Δ ক্ষেত্র ABD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} BD.\ AD$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12$ বর্গ একক
$= 36$ বর্গ একক
এবং Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} BD.\ AD$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2}(25 - 9) \times 12$ বর্গ একক
$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12$ বর্গ একক
$= 96$ বর্গ একক
$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 36 বর্গ একক এবং 96 বর্গ একক।

www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ নির্ণয় কর।

সমাধান :
মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
যার অতিভুজ, $AC = 25$ মিটার।
একটি বাহু, $BC = x$

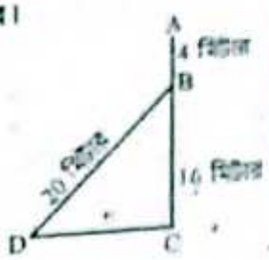


অপর বাহু, $AB = \frac{3}{4}x$
আমরা জানি,
সমকোণী ত্রিভুজে,
$AC^2 = BC^2 + AB^2$
বা, $(25)^2 = x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2$
বা, $625 = x^2 + \frac{9x^2}{16}$
বা, $625 = \frac{16x^2 + 9x^2}{16}$
বা, $25x^2 = 625 \times 16$
বা, $x^2 = \frac{10000}{25}$
বা, $x^2 = 400$
$\therefore x = \sqrt{400} = 20$
$\therefore$ অপর বাহু, $AB = \frac{3}{4} \times 20^5$
$= 15$ মিটার।
$\therefore$ নির্ণেয় একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 15 মিটার

www.bdniyog.com

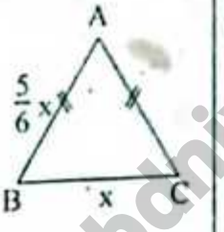
www.bdniyog.com

২। 20 মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে উপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে।



সমাধান:
মনে করি, AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে উপরের প্রান্ত A থেকে B তে নেমে আসে।
মইয়ের দৈর্ঘ্য, AC = BD = 20 মিটার
এবং AB = 4 মিটার
∴ BC = 16 মিটার
এখন, BCD সমকোণী ত্রিভুজে,
$BC^2 + CD^2 = BD^2$
বা, $(16)^2 + (CD)^2 = (20)^2$
বা, $(CD)^2 = (20)^2 - (16)^2$
বা, $(CD)^2 = 400 - 256$
বা, $(CD)^2 = 144$
∴ $CD = \sqrt{144}$
$= 12$
∴ মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে 12 সে.মি. দূরে সরালে উপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে।

৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান:
মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি, BC = x মিটার।
∴ $AB = AC = \frac{5x}{6}$
প্রশ্নমতে, $x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$
বা, $\frac{6x + 5x + 5x}{6} = 16$
বা, $16x = 16 \times 6$
∴ $x = \frac{16 \times 6}{16}$
$= 6$
অতএব, ত্রিভুজটির ভূমি, BC = 6 মিটার
এবং অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য, $AB = AC = \frac{5}{6} \times 6$ মিটার
$= 5$ মিটার।
এখন, ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির পরিসীমা, 2S = 16 মিটার
বা, $S = \frac{16}{2}^{8}$ মিটার
∴ S = 8 মিটার
বা, Δ-ক্ষেত্রে ABC-এর ক্ষেত্রফল
বা, $\sqrt{S(S - BC)(S - CA)(S - AB)}$
বা, $\sqrt{8(8 - 6)(8 - 5)(8 - 5)}$
বা, $4a\sqrt{8 \times 2 \times 3 \times 3}$
বা, $4a^2\sqrt{44}$
বর্গ মিটার
নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 12 বর্গ মিটার।

৪। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সে.মি. ও 27 সে.মি. এবং পরিসীমা 84 সে.মি.। ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:
মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ।
যার, AB = 25 সে.মি., AC = 27 সে.মি. এবং BC = x মিটার।
প্রশ্নমতে, x + 27 + 25 = 84
বা, x + 52 = 84
বা, x = 84 − 52
∴ x = 32
এখন, Δ-ক্ষেত্রটির পরিসীমা, 2S = 84
বা, $S = \frac{84}{2}$
∴ S = 42
এখন, Δ ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল
$= \sqrt{S(S - AB)(S - AC)(S - BC)}$
$= \sqrt{42(42 - 25)(42 - 27)(42 - 32)}$
$= \sqrt{42 \times 17 \times 15 \times 10}$
$= \sqrt{107100}$
$= 327.261$ বর্গ সে.মি.।
∴ নির্ণেয় ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 327.261 বর্গ সে.মি.।

৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গ মিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

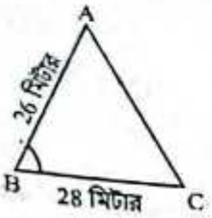
সমাধান:
মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার।
∴ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ মিটার।
প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল
$= \frac{\sqrt{3}}{4}(a + 2)^2$ বর্গ মিটার।
প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}(a + 2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 6\sqrt{3}$
বা, $\frac{\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4)}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2 + 24\sqrt{3}}{4}$
বা, $\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3}a^2 + 24\sqrt{3}$
বা, $\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3}(a^2 + 24)$
বা, $a^2 + 4a + 4 = a^2 + 24$
[উভয় পক্ষকে $\sqrt{3}$ দ্বারা ভাগ করে]
বা, $a^2 + 4a + 4 - a^2 - 24 = 0$
বা, $4a - 20 = 0$
বা, $4a = 20$
বা, $a = \frac{20^5}{4}$
বা, a = 5
∴ নির্ণেয় ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৭। একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গ মিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

সমাধান:
মনে করি,
ABC ত্রিভুজের বাহু, AB = 26 মিটার এবং BC = 28 মিটার



দেয়া আছে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 182 বর্গ মিটার।

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB \times BC \sin\theta$

বা, $182 = \frac{1}{2} AB \times BC \sin\theta$

বা, $364 = 26 \times 28 \sin\theta$

বা, $728 \sin\theta = 364$

বা, $\sin\theta = \frac{364}{728}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin\theta = \sin 30°$ $\left[\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right]$

$\therefore \theta = 30°$

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30°$।

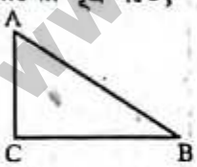
৭। একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে.মি. কম। ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি = BC, লম্ব = AC এবং অতিভুজ = AB
মনে করি, ত্রিভুজটির ভূমির দৈর্ঘ্য, BC = x সে.মি.।

প্রশ্নমতে, লম্ব, $AC = \left(\frac{11}{12}x - 6\right)$ সে.মি.

এবং অতিভুজ, $AB = \left(\frac{4}{3}x - 3\right)$ সে.মি.।

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজে, পিথাগোরাসের সূত্র মতে,
(অতিভুজ)^2 = (ভূমি)^2 + (লম্ব)^2



$AB^2 = BC^2 + AC^2$

বা, $\left(\frac{4x}{3} - 3\right)^2 = x^2 + \left(\frac{11x}{12} - 6\right)^2$

বা, $\frac{16x^2}{9} - 2 \times \frac{4}{3}x \times 3 + 9 = x^2 + \frac{121x^2}{144} - \frac{2 \times 11x}{12} \times 6 + 36$

বা, $\frac{16x^2}{9} - 8x + 9 = x^2 + \frac{121x^2}{144} - 11x + 36$

বা, $\frac{16x^2 - 72x + 81}{9}$

$= \frac{144x^2 + 121x^2 - 11 \times 144x + 36 \times 144}{144}$

বা, $\frac{16x^2 - 72x + 81}{9} = \frac{265x^2 - 1584x + 5184}{144}$

বা, $16x^2 - 72x + 81 = \frac{265x^2 - 1584x + 5184}{16}$

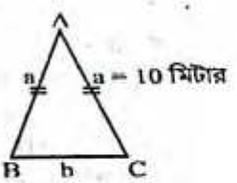
[উভয় পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $16(16x^2 - 72x + 81) = 265x^2 - 1584x + 5184$
বা, $256x^2 - 1152x + 1296 = 265x^2 - 1584x + 5184$
বা, $256x^2 - 1152x + 1296 - 265x^2 - 1584x - 5184 = 0$
বা, $-9x^2 - 432x - 3888 = 0$
বা, $9x^2 - 432x + 3888 = 0$
বা, $x^2 - 48x + 432 = 0$
বা, $x^2 - 36x - 12x + 432 = 0$
বা, $x(x - 36) - 12(x - 36) = 0$
বা, $(x - 36)(x - 12) = 0$
হয়, $x = 36$ অথবা, $x - 12 = 0$
$\therefore x = 36$ $\therefore x = 12$

অতএব, ত্রিভুজটির ভূমির নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 36 সে.মি. অথবা 12 সে.মি. (Ans.)

৮। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গ মিটার হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান:
মনে করি, ABC. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 10 মিটার এবং ভূমির দৈর্ঘ্য b মিটার এর ক্ষেত্রফল = 48 বর্গ মিটার।



আমরা জানি,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

বা, $48 = \frac{b}{4}\sqrt{4 \times (10)^2 - b^2}$

বা, $b\sqrt{4 \times 100 - b^2} = 48 \times 4$

বা, $b\sqrt{400 - b^2} = 192$

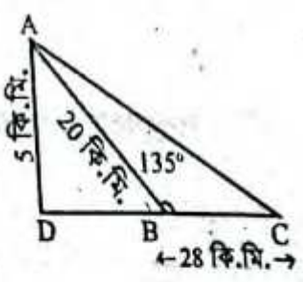
বা, $\left(b\sqrt{400 - b^2}\right)^2 = (192)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $b^2(400 - b^2) = 36864$
বা, $400b^2 - b^4 = 36864$
বা, $400b^2 - b^4 - 36864 = 0$
বা, $b^4 - 400b^2 + 36864 = 0$ [-1 দ্বারা গুণ করে]
বা, $b^4 - 256b^2 - 144b^2 + 36864 = 0$
বা, $b^2(b^2 - 256) - 144(b^2 - 256) = 0$
বা, $(b^2 - 256)(b^2 - 144) = 0$
হয়, $b^2 - 256 = 0$ অথবা, $b^2 - 144 = 0$
বা, $b^2 = 256$ বা, $b^2 = 144$
বা, $b = \sqrt{256}$ বা, $b = \sqrt{144}$
$\therefore b = 16$ $\therefore b = 12$

$\therefore$ নির্ণেয় ভূমির দৈর্ঘ্য 16 মিটার অথবা 12 মিটার।

৯। একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর 135° কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হল। 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, নির্দিষ্ট স্থান B,
এবং B থেকে লোক দুটি 7 কি.মি. ও 5 কি.মি. বেগে 4 ঘণ্টা পর যথাক্রমে C ও A বিন্দুতে পৌঁছে।
তাহলে BC অতিক্রান্ত দূরত্ব = $7 \times 4 = 28$ কি.মি.



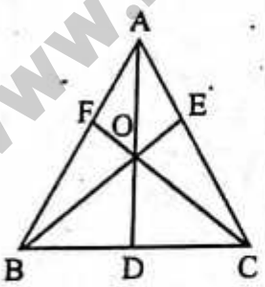
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

এবং AB অতিক্রান্ত দূরত্ব = 5 × 4 = 20 কি.মি.
দেয়া আছে ∠ABC = 135°
BC-এর বর্ধিতাংশের উপর AD লম্ব আঁকি।
এখন, Δ ABD-এ
∠ABD = 180° − 135° = 45°
এবং ∠ADB = 90°
∴ ∠BAD = 45°
∴ AD = BD
আবার, Δ ABD সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ
সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
বা, $(20)^2 = BD^2 + BD^2$
বা, $400 = 2BD^2$
বা, $2BD^2 = 400$
বা, $BD^2 = \frac{400}{2}$
বা, $BD^2 = 200$
বা, $BD = \sqrt{200}$
∴ BD = 14.14
এখন, Δ ABC স্থূলকোণী ত্রিভুজে BD, AB এর লম্ব অভিক্ষেপ,
সুতরাং $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$
বা, $AC^2 = (20)^2 + (28)^2 + 2 \times 28 \times 14.14$
বা, $AC^2 = 400 + 784 + 791.84$
বা, $AC^2 = 1975.84$
∴ AC = 44.45 (প্রায়)
অতএব, 4 ঘণ্টা পর তাদের সরাসরি দূরত্ব হবে 44.45 কি.মি. (প্রায়) (Ans.)

১০। একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি.; 7 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। O এর অভ্যন্তরস্থ যে কোন একটি বিন্দু। O থেকে BC, CA ও AB এর উপর যথাক্রমে OD, OE, OF লম্ব আঁকি। OA, OB এবং OC যোগ করি।



ধরি, BC = CA = AB = a সে.মি.।
প্রশ্নানুসারে, OD = 6 সে.মি., OE = 7 সে.মি. এবং OF = 8 সে.মি.

এখন, ΔOBC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা
$= \frac{1}{2} \times BC \times OD$
$= \frac{1}{2} \times a \times 6$
$= 3a$ বর্গ সে.মি.

অনুরূপভাবে, ΔOAC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times 7$
$= \frac{7}{2} a$ বর্গ সে.মি.

এবং ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times a \times 8$
$= 4a$ বর্গ সে.মি.
∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔOBC ক্ষেত্র + ΔOAC ক্ষেত্র + ΔOAB ক্ষেত্র
$= 3a + \frac{7a}{2} + 4a$
$= \frac{6a + 7a + 8a}{2} = \frac{21a}{2}$ বর্গ সে.মি.

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

শর্তানুসারে, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{21a}{2}$
বা, $\sqrt{3}\, a^2 = \frac{21 \times 4}{2} \times a$
বা, $\sqrt{3}\, a^2 = 42a$
বা, $\sqrt{3}\, a^2 - 42a = 0$
বা, $a(\sqrt{3}a - 42) = 0$
কিন্তু $a \neq 0$
∴ $\sqrt{3}\, a - 42 = 0$
বা, $\sqrt{3}\, a = 42$
∴ $a = \frac{12}{\sqrt{3}}$
বা, $a = \frac{42 \times \sqrt{3}}{3}$ [হর ও লবকে $\sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $a = 14\sqrt{3}$
$= 14 \times 1.73205$
$= 24.2487$
$= 24.249$ সে.মি. (প্রায়)

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (14\sqrt{3})^2$ [a এর মান বসিয়ে]
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3 \times 14 \times 14$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 42 \times 14$
$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588$
$= 147 \times \sqrt{3}$
$= 147 \times 1.73205$
$= 254.61135$ বর্গ সে.মি.

অতএব, ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়) এবং ক্ষেত্রফল 254.611 বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

www.bdniyog.com