www.bdniyog.com

অধ্যায় ১৫ ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

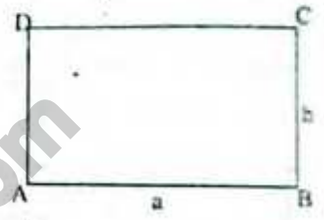
❑ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা –

- বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত উপপাদ্য যাচাই ও প্রমাণ করতে পারবে।
- প্রদত্ত উপাত্ত ব্যবহার করে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কন ও অঙ্কনের যথার্থতা যাচাই করতে পারবে।
- ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান চতুর্ভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ত্রিভুজক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারবে।
- বিভিন্ন প্রকার জ্যামিতিক কারিগরি চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

যা মনে রাখতে হবে...

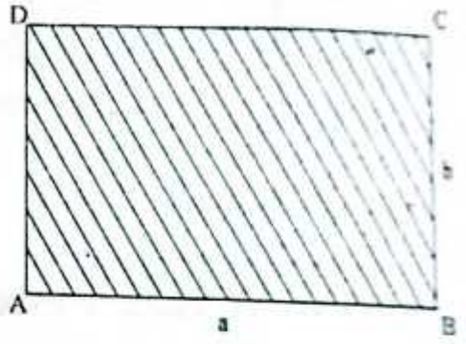
❑ **সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :**

প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে। এই ক্ষেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার তার ক্ষেত্রফল হবে এক বর্গসেন্টিমিটার।

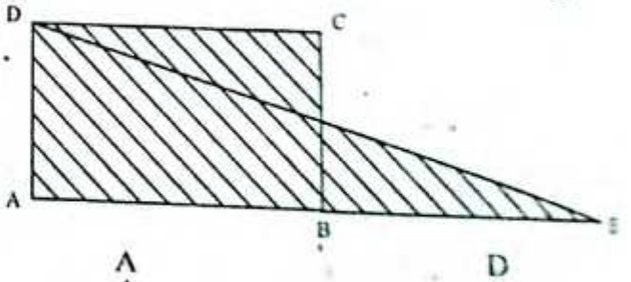


আমরা জানি,

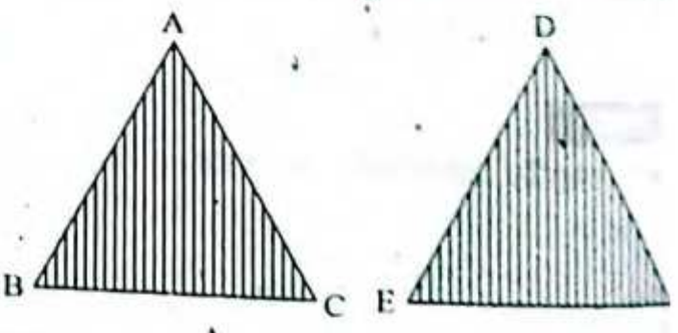
ক) ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য AB = a একক (যথা, মিটার), প্রস্থ BC = b একক (যথা, মিটার) হলে, ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ab বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার।)



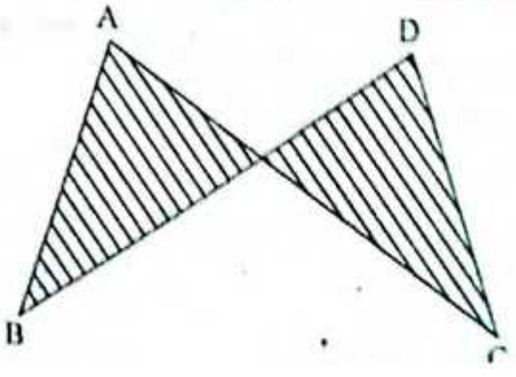
খ) ABCD বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক (যথা, মিটার) হলে, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার)।



দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে '=' চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। যেমন, ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AED ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। উল্লেখ্য যে, ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হলে, ΔABC ≅ ΔDEF লেখা হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔDEF এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয় না।



যেমন, চিত্রে ΔABCD এর ক্ষেত্রফল = ΔDBC এর ক্ষেত্রফল। কিন্তু ΔABC ও ΔDBC সর্বসম নয়।



www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

ক 3 cm, 4 cm, 5 cm খ 6 cm, 8 cm, 10 cm
গ 5 cm, 7 cm, 9 cm ঘ 5 cm, 12 cm, 13 cm

ক খ ● ঘ

নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

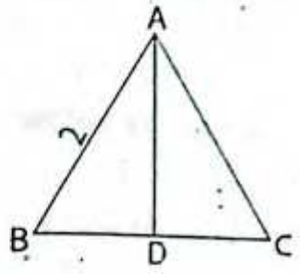
২. i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে
ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম
iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ক খ গ ●

নিচের চিত্রে, ΔABC সমবাহু $AD \perp BC$ এবং $AB = 2$ তথ্যের ভিত্তিতে (৩ ও ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩. BD = কত?

ক 1 খ $\sqrt{2}$
গ 2 ঘ 4

● খ গ ঘ

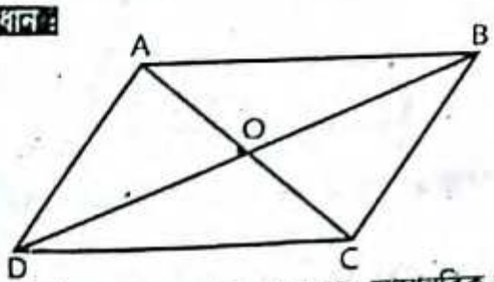
৪. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক খ $\sqrt{3}$ বর্গ একক
গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ বর্গ একক ঘ $2\sqrt{3}$ বর্গ একক

ক ● গ ঘ

৫। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD সামান্তরিক। তার AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD.

প্রমাণ : ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং AO = OC এবং BO = OD. [∵ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

এখন, ΔABC-এর মধ্যমা BO [∵ AO = OC]

∴ Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC ..... (i)

এবং ΔBCD-এর মধ্যমা CO [∵ BO = OD]

∴ Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD ..... (ii)

আবার, Δ CAD এর মধ্যমা DO [∵ AO = OC]

∴ Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD ..... (iii)

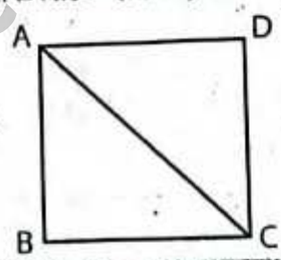
(i) নং (ii) নং এবং (iii) নং হতে পাই,

Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র AOD = ΔCOD (প্রমাণিত)

৬। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$.



প্রমাণ : ΔABC-এ $\angle B$ = এক সমকোণ

[যেহেতু বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ একসমকোণ]

∴ ΔABC সমকোণী এবং AC এর অতিভুজ।

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

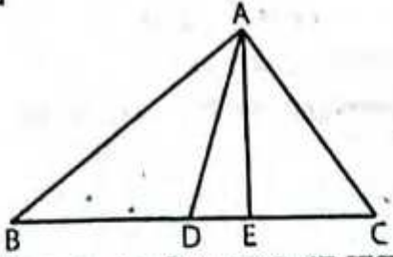
বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ [বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান]

বা, $2AB^2 = AC^2$. [∵ BC = AB]

∴ $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$ (প্রমাণিত)

৭। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি Δ ABC এর মধ্যমা AD। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

অঙ্কন : BC বাহুর ওপর A বিন্দু হতে AE লম্ব অংকন করি।

প্রমাণ : A বিন্দু হতে BC বাহুর উপর AD মধ্যমা [কল্পনানুসারে]

∴ D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।

অর্থাৎ BD = CD ..... (i)

এখন, Δ ABD এবং ΔACD এর ভূমি যথাক্রমে BD এবং CD কল্পনা করলে, AE উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা হবে।

আমরা জানি, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

$$\therefore \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times AE}{\frac{1}{2} \times CD \times AE}$$

বা, $\frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{BD}{CD}$

বা, $\frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = \frac{CD}{CD}$ [∵ (i) নং হতে BD = CD]

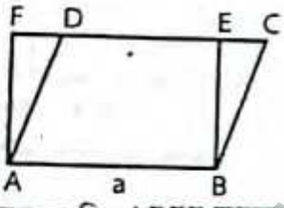
বা, $\frac{\Delta ABD}{\Delta ACD} = 1$

∴ ΔABD = ΔACD [আড়গুণন করে]

অর্থাৎ Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD. (প্রমাণিত)

৮। একটি সামান্তরিকক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABEF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCD সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের পরিসীমা > আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা।

প্রমাণ : সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হওয়ায়, ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্র ও ABEF আয়তক্ষেত্র একই ভূমি AB–এর উপর এবং একই সমান্তরালযুগল AB ও CF–এর মধ্যে অবস্থিত। আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

সুতরাং, BCE সমকোণী ত্রিভুজ। BC, BCE সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ হওয়ায় BC > BE.

এখন, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (AB + BE)
= 2 AB + 2 BE

এবং সামান্তরিকের পরিসীমা = 2 (AB + BC)
= 2 AB + 2 BC

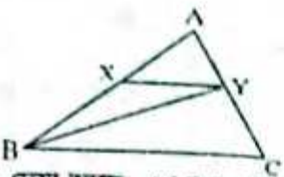
যেহেতু BC > BE

∴ 2 AB + 2 BC > 2AB + 2BE

অর্থাৎ, সামান্তরিকের পরিসীমা > আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা। (প্রমাণিত)

৯। ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল).

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেয়া আছে, ΔABC–এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y। X,Y যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC).

অঙ্কন : B,Y যোগ করি।

প্রমাণ : আমরা জানি, ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

∴ ΔABC–এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু Y.

BY মধ্যমা

∴ Δ ক্ষেত্র ABY = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) ..... (ii)

আবার, Δ ABY–এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু X

∴ XY মধ্যমা

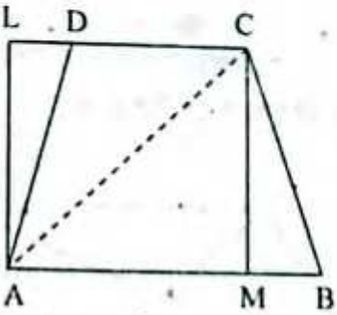
∴ Δ ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABY)

বা, Δ-ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{2}$ {$\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)} [(i) এর সাহায্যে]

∴ Δ ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC). (প্রমাণিত)

১০। চিত্রে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABCD–এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কন : A থেকে বর্ধিত CD এর উপর AL এবং C থেকে AB–এর উপর CM লম্ব টানি। A ও C যোগ করি।

ক্ষেত্রফল নির্ণয় : ট্রাপিজিয়াম ABCD, AC দ্বারা Δ ক্ষেত্র ACD এবং Δ ক্ষেত্র ABC এ বিভক্ত হয়েছে।

CM লম্ব হওয়ায় Δ ক্ষেত্র ABC এর ভূমি AB এবং CM উচ্চতা।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

Δ ক্ষেত্র ACD-এর ভূমি CD এবং উচ্চতা AL, একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত হওয়ায় CM = AL এখন,

Δ ক্ষেত্র ABC = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

= $\frac{1}{2}$ AB × CM

Δ ক্ষেত্র ACD = $\frac{1}{2}$ × CD × AL

= $\frac{1}{2}$ × CD × CM [∵ AL = CM]

সুতরাং, ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল

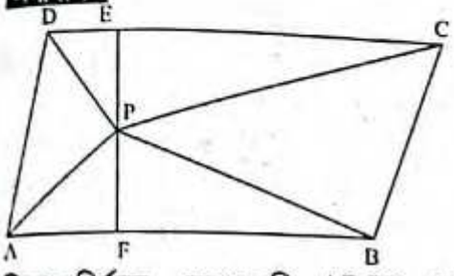
= $\frac{1}{2}$ AB × CM + $\frac{1}{2}$ CD × CM

= $\frac{1}{2}$ (AB + CD) × CM

= $\frac{1}{2}$ × (সমান্তরাল বাহু দুটির যোগফল) × উচ্চতা

১১। সামান্তরিক ABCD-এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক, P এর অভ্যন্তরে যে কোনো একটি বিন্দু। P, A; P, B; P, C; P, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র PAB + Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD).

অঙ্কন : P বিন্দু হতে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে PF ও PE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ভূমি AB ও উচ্চতা EF হওয়ায় ABCD সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল = AB × EF ..... (i)

Δ PAB-এর ভূমি AB ও উচ্চতা PF

Δ ক্ষেত্র PAB = $\frac{1}{2}$ (AB × PF) ..... (ii)

এবং Δ PCD এর ভূমি CD ও PE উচ্চতা হওয়ায়,

Δ-ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ × (CD × PE)

∴ Δ-ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ × (AB × PE) ..... (iii)

[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু বলে AB = CD]

এখন, (ii) নং এবং (iii) নং যোগ করে পাই,

Δ ক্ষেত্র PAB + Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ (AB × PF) + $\frac{1}{2}$ (AB × PE)

= $\frac{1}{2}$ AB (PF + PE)

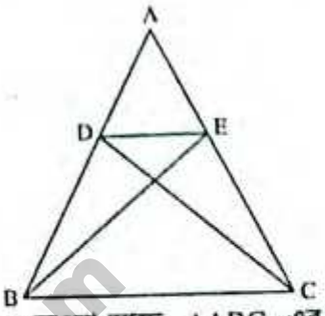
= $\frac{1}{2}$ × (AB × EF)

= $\frac{1}{2}$ × (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD) [(i) নং এর সাহায্যে]

∴ Δ ক্ষেত্র PAB + Δ ক্ষেত্র PCD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD). (প্রমাণিত)

১২। ΔABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র DBE = Δ ক্ষেত্র CDE.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC-এর ভূমি BC এর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE.

প্রমাণ : ΔDBC ও ΔEBC একই ভূমি BC এর ওপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।

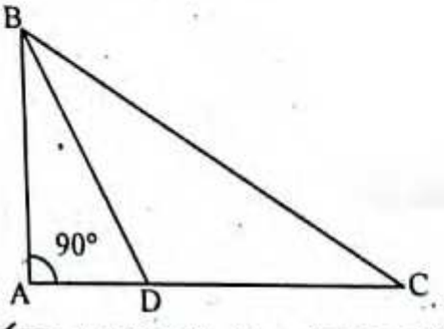
∴ Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC

আবার ΔBDE ও ΔCDE একই ভূমি DE এর ওপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল DE ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

অতএব, Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE. (প্রমাণিত)

১৩। ABC ত্রিভুজের ∠A = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর ∠A = এক সমকোণ। D, AC এর উপর একটি বিন্দু। B, D যোগ করা হল। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

প্রমাণ : ΔABC এ, ∠A = এক সমকোণ।

∴ BC অতিভুজ

সুতরাং $AC^2 + AB^2 = BC^2$ ..... (i) [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ ABD-এ, BD অতিভুজ।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$

বা, $AB^2 = BD^2 - AD^2$ ..... (ii)

এখন, (ii) থেকে AB^2 এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

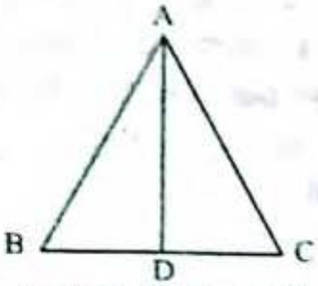
$AC^2 + BD^2 - AD^2 = BC^2$

বা, $AC^2 + BD^2 - BC^2 + AD^2$

$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ (প্রমাণিত)

১৪। ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে $4AD^2 = 3AB^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC-এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

প্রমাণ : ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD, BC-এর উপর লম্ব

$\therefore BD = CD$

অর্থাৎ $BD = \frac{1}{2}BC$ ..... (i)

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ

$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 = AB^2$ [(i) নং এর সাহায্যে]

বা, $AD^2 + \frac{BC^2}{4} = AB^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$

বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4}$ [$\because AB = BC = CA$]

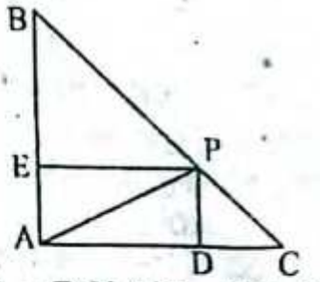
বা, $AD^2 = \frac{4AB^2 - AB^2}{4}$

বা, $AD^2 = \frac{3AB^2}{4}$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ (প্রমাণিত)

১৫। ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর ওপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর AB = AC এবং BC অতিভুজ। P, BC-এর উপর যে কোনো বিন্দু। P, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

অঙ্কন : P থেকে AB-এর উপর PE এবং AC-এর উপর PD লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔABC-এর $\angle A = 90°$ এবং AB = AC হওয়ায়, $\angle B = \angle C = 45°$

এখন, ΔPDC-এর $\angle D = 90°$ [$\because PD \perp AC$]

সুতরাং $\angle DPC = \angle DCP = 45°$

$\therefore PD = CD$

একই কারণে, PBE সমকোণী ত্রিভুজে PE = BE

এখন, PDC সমকোণী ত্রিভুজে, PC অতিভুজ হওয়ায়

$PC^2 = PD^2 + CD^2$

$= PD^2 + PD^2$ [$\because PD = CD$]

$\therefore PC^2 = 2PD^2$ ..... (i)

আবার, PBE সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,

$PB^2 = BE^2 + PE^2$

$= PE^2 + PE^2$ [$\because BE = PE$]

$\therefore PB^2 = 2PE^2$ ..... (ii)

এখন, (i) এবং (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PD^2 + 2PE^2$

$= 2(PD^2 + PE^2)$

আবার, $\angle E = \angle A = \angle D =$ এক সমকোণ হওয়ায় ADPE একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore PE = AD$

$\therefore PC^2 + PB^2 = 2(PD^2 + AD^2)$ ..... (iii)

ADP সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়,

$PA^2 = PD^2 + AD^2$ ..... (iv)

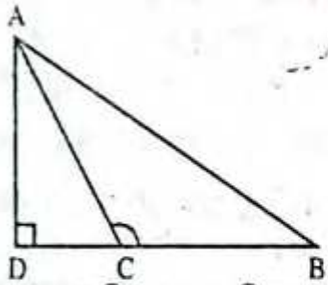
এখন, (iii) নং সমীকরণে (iv) নং এর মান বসিয়ে পাই,

$PC^2 + PB^2 = 2PA^2$

$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. (প্রমাণিত)

১৬। ΔBAC এর $\angle C$ স্থূলকোণ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC ত্রিভুজে $\angle C$ স্থূলকোণ। AD.BC এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব অর্থাৎ $\angle ADB = 90°$। দেখাতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

প্রমাণ : ΔACD এ $\angle ADC$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AC.

সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ ..... (i)

আবার, ΔABD এ $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AB.

সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$= AD^2 + (BC + CD)^2$ [$\because BD = BC + CD$]

$= AD^2 + BC^2 + 2BC.CD + CD^2$

$= AD^2 + CD^2 + BC^2 + 2BC.CD$

$= AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

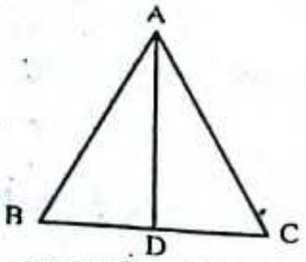
সুতরাং $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$ (দেখানো হল)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৭। ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

প্রমাণ : AD লম্ব হওয়ায় ADB একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AB অতিভুজ।

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$

$= AD^2 + (BC - CD)^2$ $[\because BD = BC - CD]$

$= AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$ ..... (i)

আবার, ADC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ।

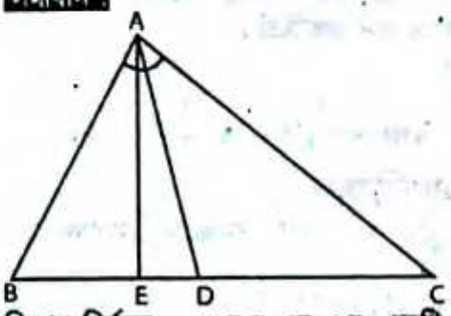
$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$

এখন সমীকরণ (i) এ $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বসিয়ে পাই,

$AB^2 = AC^2 + AD^2 - 2BC.CD$ (প্রমাণিত)

১৮। ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন : A বিন্দু হতে BC-এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : যেহেতু ΔADC-এর $\angle ADB$ = সূক্ষকোণ,

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ ..... (ii)

[AD, BC-এর উপর মধ্যমা বলে, BD = CD]

$\therefore$ (i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE + AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$

$= 2AD^2 + 2BD^2$

$= 2(BD^2 + AD^2)$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$ (প্রমাণিত)

সৃজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তার হতে কোন উপপাদ্যটি বর্ণিত হয়েছে? [জয়পাড়া পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়]

ক টলেমির খ ব্রহ্মগুপ্তের ✓

গ অ্যাপোলোনিয়াসের ঘ নিউটনের

২. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 208 বর্গমিটার। এর প্রস্থ 13 মিটার হলে দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক 10 খ 15 ✓

গ 16 ঘ 30

[ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ;

দৈর্ঘ্য = $\frac{208}{13}$ = 16 মিটার]

৩. বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 16 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক 100 খ 156

গ 236 ঘ 256 ✓

৪. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 36 মিটার হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

ক 6 খ 9 ✓

গ 9.5 ঘ 10

[ব্যাখ্যা : বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{36}{4}$ = 9 মি.]

৫. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার যখন পরিসীমা 20 মিটার?

ক 36 খ 25 ✓

গ 16 ঘ 9

[ব্যাখ্যা : বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{পরিসীমা}}{4} = \frac{20}{4} = 5$ মিটার

সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল = $(5)^2 = 25$ বর্গমিটার।]

৬. ত্রিভুজের ভূমি $\frac{2}{3}$ মিটার ও উচ্চতা 3 মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

ক 1 খ 2 ✓

গ 3 ঘ 9

[ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ভূমি $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 3 = 1$ বর্গমিটার।]

৭. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার এবং এর উচ্চতা 6 মিটার হলে ভূমি কত মিটার হবে?

ক 2 খ 4 ✓

গ 8 ঘ 12

[ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times 6 = 24$ ভূমি $= \frac{2 \times 24}{6} = 8$ মিটার।]

৮. নিচের কোন বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য হলে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে?

ক 4, 3 ও 5 খ 4, 5 ও 7 ✓

গ 6, 7 ও 9 ঘ 6, 8 ও 9

[ব্যাখ্যা : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = (10)^2$]

www.bdniyog.com