www.bdniyog.com

$\therefore \Delta ADE + \Delta BDE = \Delta ADE + \Delta DEC$

বা, $\Delta ABE = \Delta ADC$

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta ADC} = \frac{\Delta ABC}{\Delta ABE}$ [১ নং ও ২ নং হতে]

৪। $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ [১ নং, ২ নং ও ৩ নং হতে]

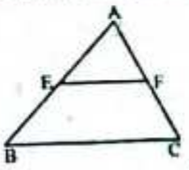
৫। $\frac{AB}{AB - AD} = \frac{AC}{AC - AE}$

বা, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ (প্রমাণিত)

অনুসিদ্ধান্ত-২। ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের কোনো বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অপর এক বাহুর সমান্তরাল রেখা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু E। E বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল EF সরলরেখা AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AF = FC।

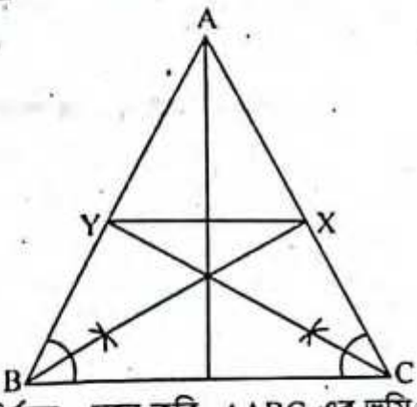


প্রধান : ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔABC এ EF ∥ BC $\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$	[ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]
২। $\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{AE}$	[AE = BE]
৩। AF = FC (প্রমাণিত)	

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১৪.১

১। কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY ভূমির সমান্তরাল হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর ভূমি সংলগ্ন ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে অর্থাৎ AC ও AB-কে যথাক্রমে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY ভূমি BC-এর সমান্তরাল। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC সমদ্বিবাহু অর্থাৎ AB = AC।

প্রমাণ : ΔABC-এ ∠B এর সমদ্বিখণ্ডক BX।

$\therefore AB : BC = AX : XC$ ..... (i)

আবার, ΔABC-এ ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক CY

$\therefore AC : BC = AY : YB$ ..... (ii)

যেহেতু XY ∥ BC

সেহেতু $AX : XC = AY : YB$ ..... (iii)

[∵ ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে বা তাদের বর্ধিতাংশকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

সমীকরণ (i) ও (iii) থেকে পাই,

$AB : BC = AY : YB$ ..... (iv)

আবার সমীকরণ (ii) ও (iv) নং হতে পাই,

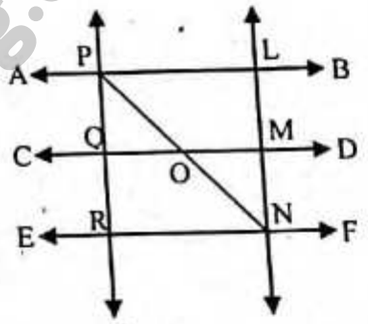
$AB : BC = AC : BC$.

$\therefore AB = AC$

অর্থাৎ ΔABC সমদ্বিবাহু (প্রমাণিত)

২। প্রমাণ কর যে; কতকগুলো পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাকে দুইটি সরলরেখা ছেদ করলে অনুরূপ অংশগুলো সমানুপাতিক হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB, CD, EF তিনটি সমান্তরাল সরলরেখা। PQR ও LMN দুইটি সরলরেখা উক্ত সরলরেখাগুলোকে যথাক্রমে P,L; Q,M; R,N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ : QR = LM : MN.

অঙ্কন : P,N যোগ করি। PN সরলরেখা QM সরলরেখাকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : ΔPRN-এ QO ∥ RN

$\therefore PQ : QR = PO : ON$ .....(i)

[∵ ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

আবার, ΔNPL-এ OM ∥ PL

$\therefore PO : ON = LM : MN$ ..... (ii) [একই কারণে]

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

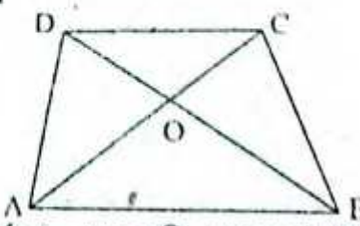
PQ : QR = LM : MN (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৩। প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয় তাদের ছেদ বিন্দুতে একই অনুপাতে বিভক্ত হয়।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB ও DC বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং এর কর্ণদ্বয় AC ও BD, O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, OA : OC = OB : OD

প্রমাণ : যেহেতু AB||DC এবং AC ছেদক।

∴ ∠BAC = ∠ACD [একান্তর কোণ বলে]

আবার AB||DC এবং BD তাদের ছেদক,

∴ ∠ABD = ∠BDC [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔAOB ও COD-এ,

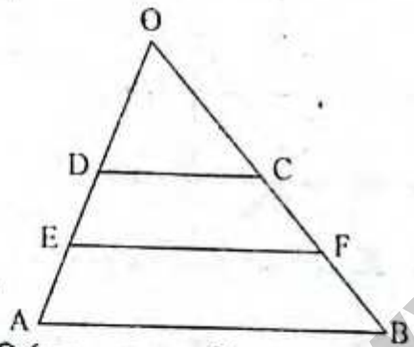
∠OAB = ∠OCD এবং ∠OBA = ∠ODC

∴ ΔAOB ও ΔCOD সদৃশ

সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হওয়ায়, OA : OC = OB : OD (প্রমাণিত)

১। প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, E ও F যথাক্রমে ABCD ট্রাপিজিয়ামে তির্যক বাহু AD ও BC-এর মধ্যবিন্দু। E, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, EF রেখাংশ AB ও DC -এর সমান্তরাল।

অঙ্কন : AD ও BC বাহুদ্বয়কে বর্ধিত করি যে বর্ধিত AD ও BC, O বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রমাণ : OAB ত্রিভুজে, DC||AB

∴ $\frac{OD}{DA} = \frac{OC}{CB}$ [যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অণুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{OD}{2DE} = \frac{OC}{2CF}$ [∵ E ও F যথাক্রমে AD ও BC-এর মধ্যবিন্দু]

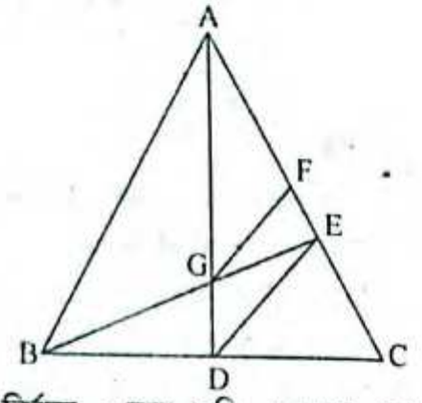
বা, $\frac{OD}{DE} = \frac{OC}{CF}$ [উভয়পক্ষকে ২ দ্বারা গুণ করে]

∴ EF||DC কিন্তু DC||AB

∴ EF রেখাংশটি DC ও AB উভয় বাহুরই সমান্তরাল। (প্রমাণিত)

৫। ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = 6EF.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এর AD ও BE মধ্যমদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল GF রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 6EF.

প্রমাণ : ΔADE-এ GF||DE

∴ $\frac{AG}{GD} = \frac{AF}{EF}$ [যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল রেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

অর্থাৎ $\frac{2GD}{GD} = \frac{AF}{EF}$ [∵ ত্রিভুজের মধ্যমত্রয় পরস্পরকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{2}{1} = \frac{AF}{EF}$

বা, $\frac{2+1}{1} = \frac{AF+EF}{EF}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{3}{1} = \frac{AF+EF}{EF}$

বা, $\frac{3}{1} = \frac{AE}{EF}$

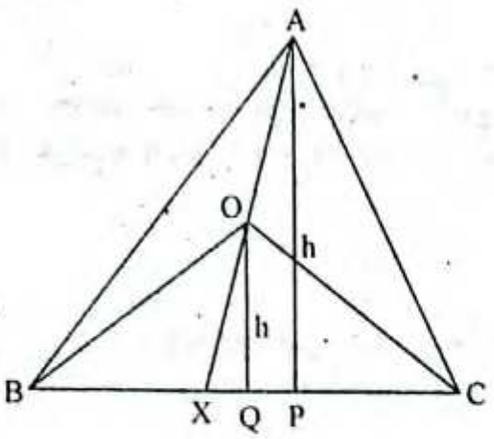
বা, AE = 3EF

বা, $\frac{1}{2}AC = 3EF$ [∵ E, AC-এর মধ্যবিন্দু]

∴ AC = 6EF (প্রমাণিত)

৬। ΔABC এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখাস্থ O একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, ΔAOB : ΔAOC = BX : XC.

সমাধান :



www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুস্থ যে কোনো বিন্দু X এবং AX রেখাস্থ O একটি বিন্দু। O,B ও O,C যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAOB : ΔAOC = BX : XC.

অঙ্কন : A এবং O বিন্দু থেকে BC এর উপর যথাক্রমে AP ও OQ লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : ΔABX এবং ΔACX-এর উচ্চতা AP

∴ ΔABX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. BX. AP ..... (1)

এবং ΔACX এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. CX. AP..... (2)

আবার, ΔBOX ও ΔCOX-এর উচ্চতা OQ

∴ ΔBOX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. BX. OQ ..... (3)

এবং ΔCOX-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$. CX. OQ ..... (4)

এখন, (1) – (3) করে পাই,

$\Delta ABX - \Delta BOX = \frac{1}{2}$. BX. AP $- \frac{1}{2}$ BX. OQ

$\therefore \Delta AOB = \frac{1}{2} BX (AP - OQ)$ ..... (5)

আবার, (2) – (5) করে পাই,

$\Delta ACX - \Delta COX = \frac{1}{2}$. CX. AP $- \frac{1}{2}$. CX. OQ

$\therefore \Delta AOC = \frac{1}{2} CX (AP - OQ)$ ..... (6)

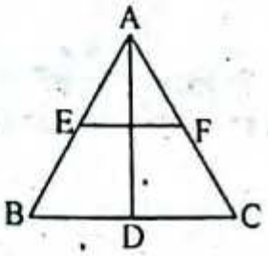
∴ 5 নং কে 6 নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\frac{1}{2}. BX. (AP - OQ)}{\frac{1}{2}. CX (AP - OQ)}$$

∴ ΔAOB : ΔAOC = BX : XC (প্রমাণিত)

৭। ΔABC এর ∠A এর সমদ্বিখণ্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, BD : DC = BE : CF

সমাধান :



দেওয়া আছে, ΔABC-এর ∠A-এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC-এর সমান্তরাল EF রেখাংশ AB ও AC-কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BE : CF.

অঙ্কন : ΔABC-এর AD, ∠BAC-এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ..... (i)

[যেহেতু ত্রিভুজের যে কোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

আবার, ΔABC-এ EF∥BC [কল্পনা অনুসারে]

$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$ [∵ ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

বা, $\frac{AE + BE}{BE} = \frac{AF + CF}{CF}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CF}$

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$ ..... (ii) [একান্তরকরণ করে]

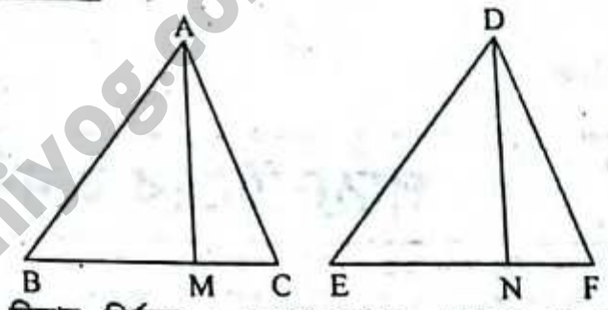
সমীকরণ (i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$

অর্থাৎ BD : DC = BE : CF (প্রমাণিত)

৮। ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN হলে প্রমাণ কর যে, AM : DN = AB : DE.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী এবং উহাদের উচ্চতা যথাক্রমে AM ও DN অর্থাৎ AM ভূমি BC- এর ওপর এবং DN ভূমি EF-এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, AM : DN = AB : DE.

প্রমাণ : ΔABM ও ΔDEN-এ

∠AMB = ∠DNE = 90°

[∵ AM, BC-এর উপর এবং DN, EF এর উপর লম্ব]

∠ABM = ∠DEN [ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী বলে ∠B = ∠E]

এবং অবশিষ্ট ∠BAM = অবশিষ্ট ∠EDN

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং এরা সদৃশ।

আবার, আমরা জানি, দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে, উহাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$

অর্থাৎ AM : DN = AB : DE (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

❑ অনুশীলনী- ১৪.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ-:

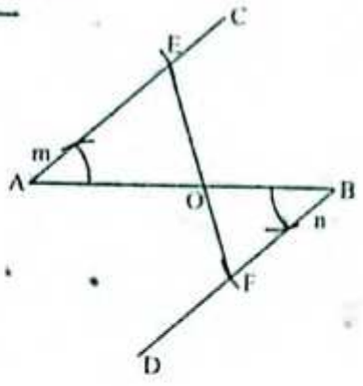
১। বিকল্প পদ্ধতিতে কোনো রেখাংশকে নির্দিষ্ট অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত কর। [পৃষ্ঠা-২৩৫]

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, m ও n দুইটি রেখাংশ এবং AB অন্য একটি রেখাংশ।

AB রেখাংশকে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করতে হবে।

m ——————

n ——————



অঙ্কনের বিবরণ :

১। A বিন্দুতে যেকোনো কোণ ∠BAC আঁকি।

২। B বিন্দুতে ∠BAC এর সমান করে ∠ABD আঁকি।

৩। AC হতে m এর সমান করে AE এবং BD হতে n এর সমান করে BF অংশ কেটে নিই।

৪। E ও F যোগ করি। EF, AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে AB রেখাংশ O বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলো।

প্রমাণ : ΔAOE ও ΔBOF এ ∠OAE = ∠OBF [অঙ্কনানুসারে]

এবং ∠AOE = ∠BOF [বিপ্রতীপ কোণ]

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AE}{BF} = \frac{m}{n}$

∴ AB রেখাংশ O বিন্দুতে m : n অনুপাতে ভাগ হলো।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১৪.২

১। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i) দুইটি রাশির তুলনা করার জন্য তাদের অনুপাত বিবেচনা করা হয়।

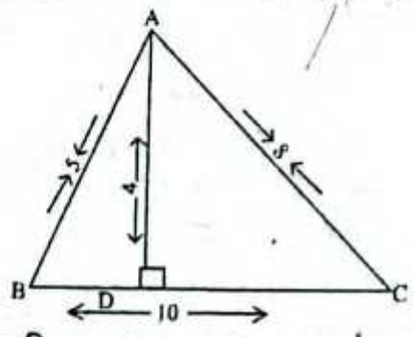
ii) অনুপাত নির্ণয়ের জন্য রাশি দুইটি একই এককে পরিমাপ করতে হয়।

iii) অনুপাত নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাশি দুটি একই জাতীয় হতে হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii ⓚ

গ i ও iii ঘ i, ii ও iii



ওপরের চিত্রের তথ্যানুসারে (২ ও ৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২. ΔABC এর উচ্চতা ও ভূমির অনুপাত কত?

ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{4}{5}$ ⓖ

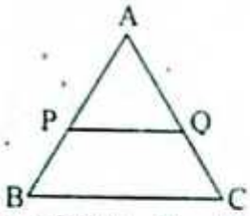
গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$

৩. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক 6 খ 20 ⓖ

গ 40 ঘ 50

৪. ΔABC-এ PQ||BC হলে নিচের কোনটি সঠিক?



ক AP:PB = AQ:QC খ AB:PQ = AC:PQ ⓚ

গ AB:AC = PQ:BC ঘ PQ:BC = BP:BQ

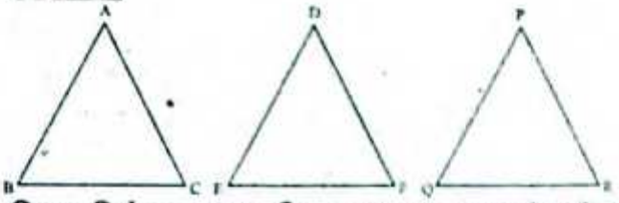
৫. একটি বর্গের সর্বোচ্চ (মোট) কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?

ক ১০টি খ ৮টি ⓖ

গ ৬টি ঘ ৪টি

৬। প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি যদি অপর তৃতীয় একটি ত্রিভুজের সদৃশ হয়, তবে তারা পরস্পর সদৃশ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC ও ΔDEF উভয়ই অপর তৃতীয় ত্রিভুজ ΔPQR এর সদৃশ। অর্থাৎ ΔABC ও ΔPQR-এ ∠A = ∠P, ∠B = ∠Q, ∠C = ∠R এবং ΔDEF ও ΔPQR-এ ∠D = ∠P, ∠E = ∠Q এবং ∠F = ∠R প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC ও ΔDEF পরস্পর সদৃশ।

www.bdniyog.com

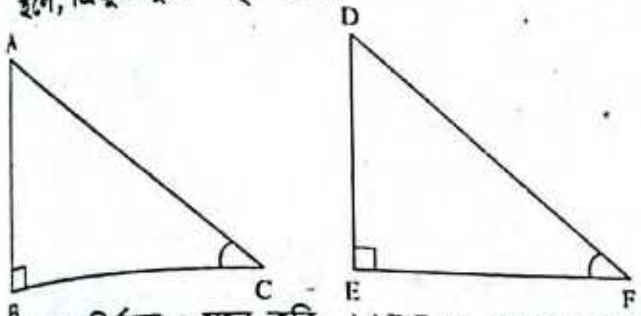
www.bdniyog.com

প্রমাণ : ΔABC ও ΔPQR-এ $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$ ..... (i) [কল্পনা অনুসারে]
এবং ΔDEF ও ΔPQR-এ
$\angle D = \angle P$, $\angle E = \angle Q$ এবং $\angle F = \angle R$ ..... (ii) [কল্পনা অনুসারে]
$\therefore$ (i) ও (ii) হতে পাই,
$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$,
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF সদৃশকোণী।
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF সদৃশ। (প্রমাণিত)

৭। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।

সমাধান :

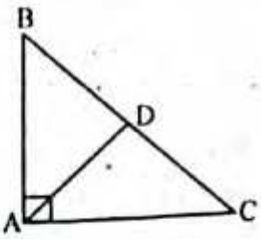
সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC ও ΔDEF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের $\angle B$ ও $\angle E$ সমকোণ এবং সূক্ষ্মকোণ $\angle C$ = সূক্ষ্মকোণ $\angle F$. প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC ও ΔDEF সদৃশ।
প্রমাণ : ΔABC ও ΔDEF-এ
$\angle B = \angle E$ [উভয়ই সমকোণ বলে]
$\angle C = \angle F$ [কল্পনা অনুসারে]
$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle A$ = অবশিষ্ট $\angle D$
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF সদৃশকোণী
অর্থাৎ ΔABC ও ΔDEF সদৃশ (প্রমাণিত)

৮। প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌনিক শীর্ষ থেকে অতিভুজের উপর লম্ব আঁকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।

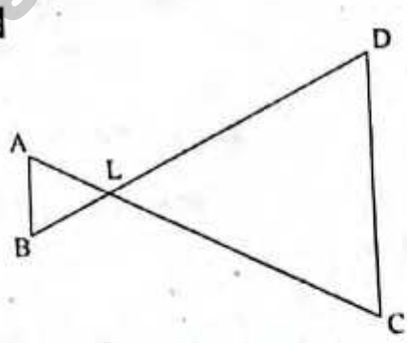
সমাধান :



সাধারণ নির্বচন : সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌনিক শীর্ষ হতে অতিভুজের উপর লম্ব টানলে যে দুইটি ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় এরা পরস্পর সমান এবং মূল ত্রিভুজের সদৃশ।
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী ΔABC-এ $\angle BAC$ = একসমকোণ। এটির অতিভুজ BC। শীর্ষ A হতে অতিভুজ BC এর উপর AD লম্ব টানি। ফলে দুইটি ত্রিভুজ ΔABD এবং ΔADC উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABD এবং ΔADC পরস্পর সমান এবং মূল ΔABC-এর সদৃশ।
প্রমাণ : ΔABC ও ΔABD-এ
$\angle BAC = \angle ADB$ [$\because$ প্রত্যেকে এক সমকোণ]
এবং $\angle ABC = \angle ABD$ [সাধারণ কোণ বলে]
$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle ACB$ = অবশিষ্ট $\angle BAD$
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔABD পরস্পর সদৃশকোণী।
সুতরাং $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ ..... (i) [$\because$ দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে উহারা পরস্পর সদৃশ হয়]
আবার, ΔABC ও ΔABD-এ
$\angle BAC$ ও $\angle ADC$ [$\because$ প্রত্যেকে এক সমকোণ]
এবং $\angle ACB = \angle ACD$ [সাধারণ কোণ বলে]
$\therefore$ অবশিষ্ট $\angle ABC$ = অবশিষ্ট $\angle CAD$
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔACD পরস্পর সদৃশকোণী।
$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ACD$ ..... (ii) [$\because$ দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে উহারা পরস্পর সদৃশ হয়।]
সুতরাং (i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,
$\therefore \Delta ABD \sim \Delta ACD$ পরস্পর সমান এবং মূল ABC-এর সদৃশ। (প্রমাণিত)

৯। পাশের চিত্রে $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$. প্রমাণ কর যে, $BD = 5BL$.

সমাধান :



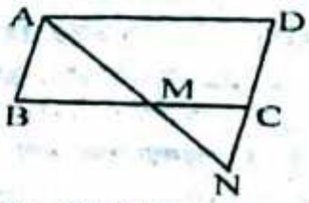
বিশেষ নির্বচন : চিত্রে দেওয়া আছে, $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$ প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = 5BL$.
প্রমাণ : ΔABL এবং ΔCDL-এ
$\angle B = \angle D$ দেওয়া আছে,
$\therefore \angle ALB = \angle DLC$ (বিপ্রতীপ কোণ বলে)
এবং অবশিষ্ট $\angle BAL$ = অবশিষ্ট $\angle DCL$
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী তথা সদৃশ।
$\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{LD}{BL}$ [$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]
বা, $\frac{DC + AB}{AB} = \frac{LD + BL}{BL}$ [যোজন করে পাই]
বা, $\frac{4AB + AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$ [$\because$ দেওয়া আছে $CD = 4AB$]
বা, $\frac{5AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$
বা, $5 = \frac{BD}{BL}$
$\therefore BD = 5BL$ (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১০। ABCD সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত একটি রেখাংশ BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহু বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, BM × DN একটি ধ্রুবক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত AN রেখাংশ BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহুর বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BM × DN একটি ধ্রুবক।

প্রমাণ : ΔABM ও ΔADN -এর মধ্যে $\angle BAM = \angle AND$ [একান্তর কোণ বলে]

$\angle ABM = \angle ADN$ [সামান্তরিকের বিপরীত কোণ বলে]

এবং অবশিষ্ট $\angle AMB =$ অবশিষ্ট $\angle DAN$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং তারা সদৃশ।

$\therefore$ তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{BM}{AD} = \frac{AB}{DN}$

বা, $BM \times DN = AB \times AD$

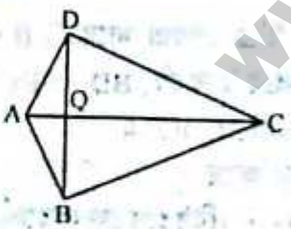
কিন্তু AB ও AD, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিত দুটি বাহু। সুতরাং AB ও AD নির্দিষ্ট এবং তাদের গুণফলও নির্দিষ্ট অর্থাৎ ধ্রুবক।

অর্থাৎ $BM \times DN$ একটি ধ্রুবক (প্রমাণিত)

১১। পাশের চিত্রে $BD \perp AC$ এবং $DQ = BA = 2AQ = \frac{1}{2}QC$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AD \perp DC$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : প্রদত্ত চিত্রে $BD \perp AC$ এবং $DQ = BQ = 2AQ = \frac{1}{2}QC$. প্রমাণ করতে হবে যে, $DA \perp DC$.

প্রমাণ : যেহেতু $DQ = BQ = 2AQ = \frac{1}{2}QC$

সুতরাং $QC = 2DQ = 2.2AQ = 4AQ$

আবার, $AC = AQ + QC$

$= AQ + 4AQ \quad [\because QC = 4AQ]$

$= 5AQ$

এখন ADQ সমকোণী ত্রিভুজ-এ

$AD^2 = AQ^2 + DQ^2$

$= AQ^2 + (2AQ)^2 \quad [\because DQ = 2AQ]$

$= AQ^2 + 4AQ^2$

$= 5AQ^2$ ..... (i)

এবং CDQ সমকোণী ত্রিভুজ-এ

$CD^2 = QC^2 + DQ^2$

$= (4AQ)^2 + (2AQ)^2$

$= 16AQ^2 + 4AQ^2$

$= 20AQ^2$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$AD^2 + CD^2 = 5AQ^2 + 20AQ^2$

$= 25AQ$

$= (5AQ)^2 \quad [\because AC = 5AQ]$

$= (AC)^2$

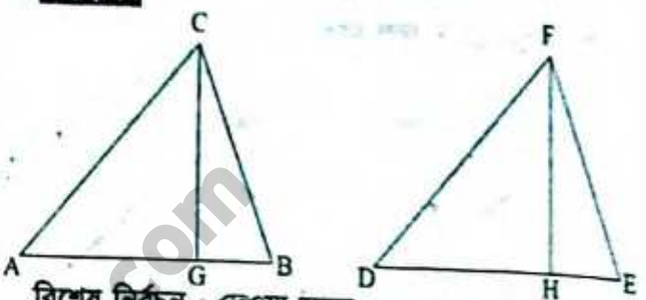
$= AC^2$

$\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2$

$\therefore AD \perp DC$ (পীথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুযায়ী) (প্রমাণিত)

১২। ΔABC ও ΔDEF এর $\angle A = \angle D$. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC ও ΔDEF-এ $\angle A = \angle D$, প্রমাণ করতে হবে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$.

অঙ্কন : C ও F থেকে AB এর DE এর উপর যথাক্রমে CG ও FH লম্ব আঁকি। তাহলে, CG ও FH হবে ত্রিভুজ দুটির উচ্চতা।

প্রমাণ : ΔACG ও ΔDFH-এ $\angle A = \angle D$ [দেওয়া আছে] এবং $\angle AGC = \angle DHF$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

অবশিষ্ট $\angle ACG =$ অবশিষ্ট $\angle DFH$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং তারা সদৃশ।

$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{CG}{FH}$

এখন Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}AB.CG$ এবং Δ ক্ষেত্র DEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}DE.FH$

$[\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা$]$

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}AB.CG}{\frac{1}{2}DE.FH}$

$= \frac{AB.CG}{DE.FH}$

$= \frac{AB.AC}{DE.DF} \quad [\because \frac{CG}{FH} = \frac{AC}{DF}]$

$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$ (প্রমাণিত)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৩। ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

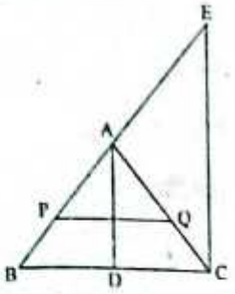
ক) তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ) প্রমাণ কর যে, BD : DC = BA : AC

গ) BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, BD : DC = BP : CQ.

সমাধান :

ক) তথ্য অনুসারে চিত্রটি হলো–



খ) প্রমাণ করতে হবে যে, BD ঃ DC = BA ঃ AC.

প্রমাণ : ΔBAD ও ΔCAD–এর সাধারণ বাহু AD যা ΔABC–এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক। তাহলে, $\angle BAD = \angle CAD$ এবং $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

অবশিষ্ট $\angle ABD$ = অবশিষ্ট $\angle ACD$

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং এরা প্রমাণ হলে উহাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।

$\therefore \frac{BA}{BO} = \frac{AC}{DC}$

বা, $\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$

বা, BA ঃ AC = BD ঃ DC

∴ BD ঃ DC = BA ঃ AC (প্রমাণিত)

গ) BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। এখন প্রমাণ করতে হবে যে, BD ঃ DC = BP ঃ CQ.

প্রমাণ : ΔABC–এর AD, $\angle BAC$–এর সমদ্বিখণ্ডক।

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ..... (i)

[∵ ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন PQ||BC (কল্পনা)]

$\therefore \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ}$

বা, $\frac{AP + BP}{BP} = \frac{AQ + CQ}{CQ}$ [যোজন করে]

বা, $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CQ}$

বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CQ}$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$\frac{BD}{DC} = \frac{BP}{CQ}$

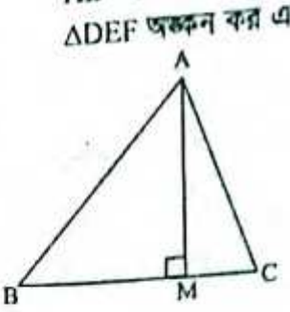
∴ BD ঃ DC = BP ঃ CQ (প্রমাণিত)

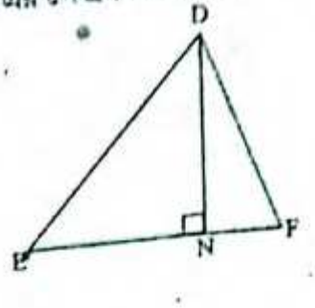
১৪। চিত্রে, ABC এবং DEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ।

ক) ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলোর নাম লিখ।

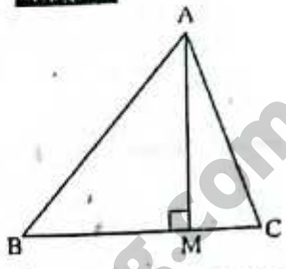
খ) প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

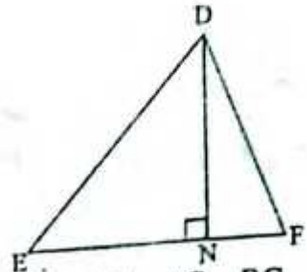
গ) BC = 3 সে.মি., EF = 8 সে.মি., $\angle B = 60°$, $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$ এবং ΔABC = 3 বর্গ সে.মি. হয়, তবে ΔDEF অঙ্কন কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।





সমাধান :





ক) ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু হলো, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ এবং অনুরূপ কোণগুলো হলো, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$.

খ) প্রমাণ : $\Delta ABC = \frac{1}{2} BC.AM$ এবং $\Delta DEF = \frac{1}{2} EF.DN$

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} BC.AM}{\frac{1}{2} EF.DN} = \frac{BC.AM}{EF.DN} = \frac{AM}{DN} \times \frac{BC}{EF}$

আবার, ΔABM ও ΔDEN এর মধ্যে $\angle B = \angle E$

$\angle AMB = \angle DNE$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle BAM = \angle EDN$

সুতরাং ΔABM ও ΔDEN সদৃশকোণী, তাই এরা সদৃশ।

এখন, $\frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ [কারণ ΔABC ও ΔDEF সদৃশ]

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AM}{DN} \times \frac{BC}{EF} = \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \frac{BC^2}{EF^2}$

একই ভাবে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$

অতএব, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$ (প্রমাণিত)

গ) দেওয়া আছে,

BC = 3 সে.মি.

এবং $\frac{BC}{AB} = 3/2$

বা, $\frac{3}{AB} = \frac{3}{2}$ [∵ BC = 3 সে.মি.]

∴ AB = 2 সে.মি.

যেহেতু, ΔABC ও ΔDEF সদৃশ

www.bdniyog.com