www.bdniyog.com

২০। এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছুসংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান : প্রশ্নের বর্ণনা অনুযায়ী ধারাটি হবে একটি সমান্তর ধারা। আর তা হলো—

$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2500, যেখানে n এর মানই হবে নির্ণেয় কিস্তির পরিমাণ।

এখন, মনে করি ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 3 - 1 = 2$

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

অর্থাৎ $2500 = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

বা, $2500 = \frac{n}{2}\{2.1 + (n-1)2\}$

বা, $2500 = \frac{n}{2}\{2 + 2n - 2\}$

বা, $2500 = \frac{n}{2}\{2n\}$

বা, $2500 = \frac{n}{2} \times 2n$

বা, $2500 = n^2$

বা, $n^2 = 2500$

বা, $n = \sqrt{2500}$

$\therefore \quad n = 50$

অতএব, 50টি কিস্তিতে ঐ ব্যক্তির ঋণ শোধ করতে পারবেন। **(Ans.)**

❑ অনুশীলনী- ১৩.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ :** পৃষ্ঠা : ২২৩

১। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি S_n

অর্থাৎ $S_n = 2 + 4 + 6 + \ldots\ldots + n$

এখানে, প্রথম পদ $a = 2$

সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2.2 + (n-1)2\}$

$= \frac{n}{2}\{4 + 2n - 2\}$

$= \frac{n}{2}\{2n + 2\}$

$= \frac{n}{2}.2(n+1)$

$= n(n+1)$

$\therefore$ n সংখ্যক স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সমষ্টি $= n(n+1)$ **(Ans.)**

২। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার বর্গের সমষ্টি, S_n।

অর্থাৎ, $S_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots\ldots + n^2$

আমরা জানি, $(r-2)^3 = r^3 - 6r^2 + 12r - 8$

বা, $r^3 - (r-2)^3 = 6r^2 - 12r + 8$

উপরের অভেদটিতে $r = 1, 3, 5 \ldots\ldots$ n বসিয়ে পাই,

$1^3 - (1-2)^3 = 6.1^2 - 12.1 + 8$

$3^3 - 1^3 = 6.3^2 - 12.3 + 8$

$5^3 - 3^3 = 6.5^2 - 12.5 + 8$

$\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots$

$n^3 - (n-2)^3 = 6.n^2 - 12.n + 8$

যোগ করে পাই, $n^3 - (-1)^3 = 6(1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots\ldots + n^2) - 12(1 + 3 + 5 + \ldots\ldots) + 8(1 + 1 + 1 + \ldots\ldots + n)$

বা, $n^3 + 1 = 6.S_n - 12.\frac{n(n+1)}{2} + 8.n$

বা, $6.S_n = n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1$

বা, $S_n = \frac{n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1}{2}$

$\therefore S_n = \frac{n^3 + 6n(n+1) - 8n + 1}{2}$ **(Ans.)**

❑ **কাজ :** [পৃষ্ঠা- ২২৩]

নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে গুণোত্তর ধারাগুলো লেখ :

(i) প্রথম পদ 4, সাধারণ অনুপাত 10 (ii) প্রথম পদ 9, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$ (iii) প্রথম পদ 7, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{10}$ (iv) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত 1 (v) প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত $-\frac{1}{2}$ (vi) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত -1.

সমাধান :

i) প্রথম পদ 4, সাধারণ অনুপাত 10

মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r

দেওয়া আছে, প্রথম পদ, $a = 4$, সাধারণ অনুপাত $r = 10$

$\therefore$ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 4.10 = 40$ $[\because a = 4, r = 10]$

ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 4.10^2 = 400$

ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 4.10^3 = 4000$

$\ldots\ldots$

$\ldots\ldots$

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি $= 4 + 40 + 400 + 4000 + \ldots$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

প্রথম পদ 9, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে, $a = 9; r = \frac{1}{3}$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 9.\frac{1}{3} = 3$

ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 9\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9\frac{1}{9} = 1$

ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 9.\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 9.\frac{1}{27} = \frac{1}{3}$

.....

.....

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি $= 9 + 3 + 1\frac{1}{3} +$ .....

(ii) প্রথম পদ 7, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{10}$

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে, $a = 7; r = \frac{1}{10}$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = ar = 7.\frac{1}{10} = \frac{7}{10}$

ধারাটির তৃতীয় পদ, $= ar^{3-1} = ar^2 = 7.\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{7}{100}$

ধারাটির চতুর্থ পদ, $= ar^{4-1} = ar^3 = 7.\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{7}{1000}$

.....

.....

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি $= 7 + \frac{7}{10} = \frac{7}{100} + \frac{7}{1000} +$

.....

(iii) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত 1

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে, $a = 3; r = 1$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 3.1 = 3$

ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 3.1^2 = 3$

ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 3.1^3 = 3$

.....

.....

অতএব, নির্ণেয় ধারাটির $= 3 + 3 + 3 + 3 +$

.....

(iv) প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত $\frac{-1}{2}$

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে, $a = 1; r = \frac{-1}{2}$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 1.\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 1.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 1.\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

.....

.....

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} +$ .....

(vi) প্রথম পদ 3, সাধারণ অনুপাত –1.

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

দেওয়া আছে, $a = 3; r = -1$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= ar^{2-1} = ar = 3(-1) = -3$

ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2 = 3.(-1)^2 = 3.1 = 3$

ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 3.(-1)^3 = 3(-1) = -3$

.....

.....

অতএব, নির্ণেয় ধারাটি $= 3 - 3 + 3 - 3 +$

.....

❑ কাজ : [পৃষ্ঠা– ২২৫]

ক তার ছেলেকে স্কুলে নেয়া–আনার জন্য এক ব্যক্তিকে ১লা এপ্রিল থেকে এক মাসের জন্য নিয়োগ করলেন। তার পারিশ্রমিক ঠিক করা হলো– প্রথম দিন এক পয়সা, দ্বিতীয় দিন প্রথম দিনের দ্বিগুণ অর্থাৎ দুই পয়সা, তৃতীয় দিন দ্বিতীয় দিনের দ্বিগুণ অর্থাৎ চার পয়সা। এই নিয়মে পারিশ্রমিক দিলে সাপ্তাহিক ছুটির দিনসহ এক মাস পর ঐ ব্যক্তি কত টাকা পাবেন?

সমাধান :

প্রথম দিনের পারিশ্রমিক = 1 পয়সা,

দ্বিতীয় দিনের পারিশ্রমিক $= 1 \times 2 = 2$ পয়সা

তৃতীয় দিনের পারিশ্রমিক $= 2 \times 2 = 4$ পয়সা

এটি গুণোত্তর ধারা, যার প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{2}{1} = 2$

পদসংখ্যা বা দিনের সংখ্যা, $n = 30$

n টি পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

30 " " $S_{30} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{1(1073741824 - 1)}{1}$

$= 1073741823$ পয়সা

$= 10737418.23$ টাকা (An

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যখন $r < 1$

সুতরাং, ধারাটির 8টি পদের সমষ্টি

$$S_8 = \frac{1 \times \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{256}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 2\left(\frac{256 - 1}{256}\right) = \frac{255}{128} = 1\frac{127}{128} \text{ (Ans.)}$$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১৩.২

১। a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $b = \frac{c+d}{2}$ খ) $a = \frac{b+c}{2}$

গ) $c = \frac{b+d}{2}$ ঘ) $d = \frac{a+c}{2}$

উত্তর : গ) $c = \frac{b+d}{2}$

২। i) $a + (a + d) + (a + 2d)$ ..... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

ii) $1 + 2 + 3$ ..... $+ n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

iii) $1 + 3 + 5 +$ ..... $+ (2n - 1) = n^2$

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর : খ) i ও iii

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 +$.....

৩। ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক) ২ খ) 4

গ) log 2 ঘ) 2 log2

উত্তর : গ) log2

৪। ধারাটির 7ম পদ কত?

ক) log 32 খ) log 64

গ) log 128 ঘ) log 256

উত্তর : গ) log 128

৫। $64 + 32 + 16 + 8 +$ ..... ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধারাটি একটি গুনোত্তর ধারা,

এর প্রথম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

পদ সংখ্যা $n = 8$

$\therefore$ ধারাটির অষ্টম পদ $= ar^{8-1}$

$= ar^7$

$= 64.\left(\frac{1}{2}\right)^7$

$= \frac{64}{27} = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

অতএব, নির্ণেয় অষ্টম পদ $= \frac{1}{2}$ (Ans.)

৬। $3 + 9 + 27 +$ ..... ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা, এর প্রথম পদ, $a = 3$ সাধারণ অনুপাত $q = \frac{9}{3} = 3$ এবং পদ সংখ্যা $n = 14$

যেহেতু সাধারণ অনুপাত, $3 > 1$

সুতরাং $s = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ সূত্র প্রয়োগ করে পাই

$\therefore$ প্রথম 14 পদের সমষ্টি $s = \frac{3(3^{14} - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{3(4782969 - 1)}{2}$

$= \frac{3 \times 4782968}{2}$

$= 7174452$ (Ans.)

৭। $128 + 64 + 32 +$ ..... ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$?

সমাধান : ধরি, ধারাটির n তম পদ $= \frac{1}{2}$

এখানে ধারাটির প্রথম পদ $a = 128$

সাধারণ অনুপাত $q = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, n তম পদ $= q^{n-1}$

প্রশ্নমতে $aq^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $128\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \times 128}$

বা, $\frac{1}{(2)^{n-1}} = \frac{1}{256}$

বা, $\frac{1}{(2)^{n-1}} = \frac{1}{28}$

বা, $\frac{1}{n-1} = \frac{1}{8}$

বা, $n \div 1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

$\therefore$ $n = 9$

অতএব, ধারাটির নবম পদ $\frac{1}{2}$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৮। একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অনুপাত = r
তাহলে, পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$
এবং দশম পদ = $ar^{10-1} = ar^9$

প্রশ্নানুসারে, $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ..... (i)

এবং $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ..... (ii)

এখন, (i)নং সমীকরণকে (ii)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

বা, $r^5 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}}$

বা, $r^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

এখন, সমীকরণ (ii)নং এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

বা, $a\cdot\frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

[$\because (\sqrt{2})^4 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2\cdot 2 = 4$]

$\therefore a = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1}$
$= ar^2$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$ [a ও r এর মান বসিয়ে]
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$
$= \frac{1}{\sqrt{3}}$

অতএব, ধারাটির তৃতীয় পদ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Ans.)**

৯। $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \ldots\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

সমাধান : ধরি, ধারাটির n তম পদ = $8\sqrt{2}$
এখানে, প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$
সাধারণ অনুপাত, $q = -\sqrt{2}$
আমরা জানি, n তম পদ = aq^{n-1}
$\therefore$ প্রশ্নমতে, $aq^{n-1} = 8\sqrt{2}$
বা, $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$
বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$
বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$
বা, $\frac{(-\sqrt{2})^n}{-\sqrt{2}} = 16$
বা, $(-\sqrt{2})^n = -16 \times \sqrt{2}$
বা, $(-\sqrt{2})^n = (-\sqrt{2})^9$
$\therefore n = 9$
$\therefore$ ধারাটির নবম পদ = $8\sqrt{2}$ **(Ans.)**

১০। $15 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, a = 5
মনে করি, সাধারণ অনুপাত = r
তাহলে, দ্বিতীয় পদ, $ar = x$
তৃতীয় পদ, $ar^2 = y$
এবং চতুর্থ পদ, $ar^3 = 135$
বা, $5.r^3 = 135$ [$\because a = 5$]
বা, $r^3 = 27$ [উভয় পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $r^3 = 3^3$
$\therefore r = 3$
$\therefore$ দ্বিতীয় পদ, $x = ar = 5.3 = 15$
এবং তৃতীয় পদ, $y = ar^2 = 5(3)^2 = 5.9 = 45$
অতএব, x ও y এর নির্ণেয় মান যথাক্রমে 15 ও 45.

১১। $3 + x + y + z + 243$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ a = 3
মনে করি, সাধারণ অনুপাত = r
তাহলে, দ্বিতীয় পদ $ar = x$
তৃতীয় পদ $ar^2 = y$
চতুর্থ পদ $ar^3 = z$
এবং পঞ্চম পদ $ar^4 = 243$
বা, $3\cdot r^4 = 243$
বা, $r^4 = \frac{243}{3}$
বা, $r^4 = 81$
বা, $r^4 = 34$
$\therefore r = 3$
অতএব, দ্বিতীয় পদ $3\cdot 3 = x$ বা, $9 = x$
তৃতীয় পদ $3\cdot(3)^2 = y$
বা, $3\cdot 9 = y$
বা, $27 = y$
চতুর্থ পদ $3\cdot(3)^3 = z$
বা, $3\cdot 27 = z$
বা, $81 = z$
সুতরাং x, y ও z এর নির্ণেয় মান যথাক্রমে 9, 27 ও 81. **(Ans.)**

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১২। 2 − 4 + 8 − 16 + ... ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা, এর প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-4}{2} = -2$

পদসংখ্যা, $n = 7$

যেহেতু সাধারণ অনুপাত $-2 < 1$,

সুতরাং, $S = a\frac{(1-r^n)}{1-r}$ সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি, $S = 2.\frac{1-(-2)^7}{1-(-2)}$ [মান বসিয়ে]

$= 2.\frac{1+2^7}{1+2}$

$= 2.\frac{1+128}{3}$

$= 2.\frac{129}{3}$

$= \frac{258}{3} = 86$

অতএব, ধারাটির প্রথম সাতটি পদের নির্ণেয় সমষ্টি = 86. (Ans.)

১৩। 1 − 1 + 1 − 1 + ... ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা,

এখানে, প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{1} = -1$

পদ সংখ্যা $= 2n + 1$

যেহেতু সাধারণ অনুপাত $-1 < 1$, সুতরাং $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

$(2n+1)$ পদের সমষ্টি $= 1.\frac{1-(-1)^{2n+1}}{1-(-1)}$

$= \frac{1-(-1)}{1+1}$

[এখানে $2n + 1$ বিজোড় সংখ্যা]

$= \frac{1+1}{2}$

$= \frac{2}{2} = 1$

অতএব, ধারাটির $(2n + 1)$ পদের নির্ণেয় সমষ্টি = 1. (Ans.)

১৪। log2 + log4 + log8 + ... ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S

তাহলে, S = log2 + log4 + log8 + ... 10টি পদ।

= log2 + log4 + log8 + ... দশম পদ

= $\log2 + \log2^2 + \log2^3 + ... + \log2^{10}$

= log2 + 2log2 + 3log2 + ... + 10log2

[$\because \log a^n = n\log a$]

= log2 [1 + 2 + 3 + ... + 10]

= [1 + 2 + 3 + ... + 10] × log2

$\therefore S = [1 + 2 + 3 + ... + 10] \times \log2$

$= \frac{10(10+1)}{2} \times \log2$

[$1 + 2 + 3 + ... n = \frac{n(n+1)}{2}$ সূত্র প্রয়োগ করে]

= 55 × log2

= 55log2

অতএব, ধারাটির প্রথম দশটি পদের নির্ণেয় সমষ্টি = 55log2. (Ans.)

১৫। log2 + log16 + log512 + ... ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি ধারাটির সমষ্টি = S

তাহলে, S = log2 + log16 + log512 + ... 12টি পদ

= log2 + log16 + log512 + ... 12তম পদ

= $\log2 + \log2^4 + \log2^9 + ...$ 12তম পদ

= log2 + 4log2 + 9log2 + ... 12তম পদ

[$\because \log a^n = n\log a$]

= (1 + 4 + 9 + ... 12তম পদ) × log2

= $(1^1 + 2^2 + 3^2 + ... 12^2) \times \log2$

= $\left\{\frac{12(12+1)(2\times12+1)}{6}\right\}\log2$

= $\frac{12\times13\times25}{6} \times \log2$

$\left[\because 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right]$

= 650log2

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার প্রথম বার পদের সমষ্টি = 650log2 (Ans.)

১৬। 2 + 4 + 8 + 16 + ... ধারাটির n-সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n এর মান কত?

সমাধান : দেয়া আছে, 2 + 4 + 8 + 16 + ...

এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$

এবং সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{4}{2} = 2$

দেয়া আছে, n তম পদের সমষ্টি = 254

আমরা জানি, n তম পদের সমষ্টি $= \frac{a(q^n-1)}{q-1}$

বা, $254 = \frac{2(2^n-1)}{2-1}$

বা, $254 = \frac{2(2^n-1)}{1}$

বা, $2(2^n - 1) = 254$

বা, $2^n - 1 = 127$

বা, $2^n = 127 + 1$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

$\therefore n = 7$ (Ans.)

১৭। 2 − 2 + 2 − 2 + ... ধারাটির (2n + 2) সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা,

এখানে, প্রথম পদ $a = 2$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-2}{2} = -1$

পদ সংখ্যা $= 2n + 2$

যেহেতু সাধারণ অনুপাত $-1 < 1$ সুতরাং $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

$(2n+2)$ পদের সমষ্টি $= \frac{2\{1-(-1)^{2n+2}\}}{1-(-1)}$

$= \frac{2\{1-(1)\}}{1+1}$

[এখানে, $2n+2$ জোড় সংখ্যা]

$= \frac{2(1-1)}{2}$

$= \frac{0}{2}$

$= 0$

অতএব, ধারাটির $(2n+2)$ পদের সমষ্টি $= 0$ (Ans.)

১৮। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নানুসারে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 441$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 21^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 21$

বা, $n(n+1) = 42$

বা, $n^2 + n = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n+7) - 6(n+7) = 0$

বা, $(n+7)(n-6) = 0$

বা, $n + 7 = 0$ অথবা $n - 6 = 0$

$\therefore n = -7 \quad \therefore n = 6$

কিন্তু n এর ঋণাত্মক মান হতে পারে না

$\therefore n = 6$ (Ans.)

২য় অংশ : আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{6(6+1)}{2}$ [$n = 6$ বসিয়ে]

$= \frac{6 \times 7}{2}$

$= \frac{42}{2}$

$= 21$ (Ans.)

১৯। প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন-এর সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

প্রশ্নানুসারে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 225$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (15)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$ [বর্গমূল করে]

বা, $n(n+1) = 30$

বা, $n^2 + n = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$

বা, $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা, $n(n+6) - 5(n+6) = 0$

বা, $(n+6)(n-5) = 0$

বা, $n + 6 = 0$ অথবা $n - 5 = 0$

$\therefore n = -6$ অথবা 5

কিন্তু n এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore n = 5$

দ্বিতীয় অংশ : আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

এখানে, $n = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $= \frac{5(5+1)(2.5+1)}{6}$

$= 5 \times 6(10+1)$

$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$

$= 55.$

অতএব, n এর নির্ণেয় মান 5 এবং ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের নির্ণেয় সমষ্টি = 55

২০। দেখাও যে, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 10)^2$

সমাধান : বামপক্ষ $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + 10^3$

আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন এর সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

এখানে, পদ সংখ্যা, $n = 10$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি $= \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$

$= (5 \times 11)^2$

$= (55)^2$

$= 3025$

আবার, ডানপক্ষ $= (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 10)^2$

আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

অর্থাৎ, $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

এখানে, ধারাটির পদসংখ্যা, $n = 10$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি $= \left\{\frac{10(10+1)}{2}\right\}^2$

$= (5 \times 11)^2$

$= (55)^2$

$= 3025$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো।)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

২১। $\frac{1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots+n^3}{1+2+3+\ldots\ldots+n} = 210$ হলে n এর মান কত?

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ, $\frac{1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots+n^3}{1+2+3+\ldots\ldots+n} = 210$

বা, $\frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210$

বা, $\frac{\frac{n^2(n+1)(n+1)}{4}}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210$

বা, $\frac{n^2(n+1)(n+1)}{4} \times \frac{2}{n(n+1)} = 210$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 210$

বা, $n^2+n = 420$

বা, $n^2+n-420 = 0$

বা, $n^2+21n-20n-420 = 0$

বা, $n(n+21)-20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

বা, $n+21 = 0$ বা, $n-20 = 0$

$\therefore n = -21$ বা, $n = 20$

এক্ষেত্রে n-এর ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore n = 20$

অতএব, n- এর নির্ণেয় মান = 20. (Ans.)

২২। মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহ দন্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘের আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে লোহার দন্ডের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য s = 1 মিটার = 1000 মিলিমিটার

ধরি, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য = a

দশম টুকরার দৈর্ঘ্য = ar^9, যেখানে r সাধারণ অনুপাত।

প্রশ্নমতে, $ar^9 = 10a$

বা, $r^9 = 10$

বা, $r = 10^{1/9}$

$\therefore r = 1.29$ প্রায় [ক্যালকুলেটরের সাহায্যে]

$\therefore$ দশ পদের সমষ্টি, $S = \frac{a(r^{10}-1)}{r-1}$ [$\because r > 1$]

বা, $100 = \frac{\{a(1.29)^{10}-1\}}{(1.29-1)}$ [S ও r এর মান বসিয়ে]

বা, $1000 = \frac{a(12.76-1)}{.29}$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

বা, $1000 = \frac{a \times 11.76}{.29}$

বা, $a \times 11.76 = 1000 \times .29$

বা, $a = \frac{1000 \times .29}{11.76}$

বা, $a = \frac{290}{11.76}$

বা, $a = 24.6598$

$\therefore a = 24.66$ (প্রায়)

ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার

Ans. 24.66 মিলিমিটার।

২৩। একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির ৪র্থ পদ -2 এবং ৯ম পদ $8\sqrt{2}$.

ক) উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ) ধারাটির 12তম পদ নির্ণয় কর।

গ) ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, গুণোত্তর ১ম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

সুতরাং ৪র্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3$

এবং ৯ম পদ = $ar^{9-1} = ar^8$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = -2$ ..... (i)

$ar^8 = 8\sqrt{2}$ ..... (ii)

খ) সমাধান ক এর (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$

বা, $r^{8-3} = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = -\{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}\}$

বা, $r^5 = -\{\sqrt{2^5}\}$

বা, $r^5 = -\sqrt{2^5}$

$\therefore r = -\sqrt{2}$

r এর মান (ii)নং বসিয়ে পাই

$a(-\sqrt{2})^8 = 8\sqrt{2}$

বা, $a \cdot \sqrt{2^8} = 8\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2^8}}$

বা, $a = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}}$ [$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2$]

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ ধারাটির 12তম পদ = ar^{12-1}

$= ar^{11}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (-\sqrt{2})^{11}$

$= \frac{-\sqrt{2^{11}}}{\sqrt{2}}$

$= -\sqrt{2^{11-1}}$

$= -\sqrt{2^{10}}$

$= -32$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

গ) যেহেতু $r < 1$ তাই $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ সূত্রটি প্রয়োগ করে পাই,

গুণোত্তর ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1-(-\sqrt{2})^7)}{1-(-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}^7)}{1+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\frac{1+\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1+\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{1+\sqrt{2}}$$ (Ans.)

২৪। কোনো ধারার n তম পদ $2n - 4$

ক) ধারাটির নির্ণয় কর।

খ) ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ) প্রাপ্ত ধারাটি প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, ধারার n তম পদ $2n - 4$

এখন $n = 1, 2, 3$ ..... বসিয়ে ধারাটি নির্ণয় করা হলো

অর্থাৎ $n = 1$ হলে $2n - 4 = 2\cdot1 - 4 = -2$

$n = 2$ হলে $2n - 4 = 2\cdot2 - 4 = 0$

$n = 3$ হলে $2n - 4 = 3\cdot2 - 4 = 2$

সুতরাং ধারাটি হলো, $-2 + 0 + 2 +$ .....

এটি একটি সমান্তর ধারা।

খ) মনে করি সমান্তর ধারার প্রথম পদ $a = -2$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 0 - (-2) = 2$

$\therefore$ 10 তম পদ $= a + (10 - 1)d$

$= -2 + 9d$

$= -2 + 9 \times 2$

$= 16$ (Ans.)

এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি $S_{10} = \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

$= 10\{2a + 19 \times 2\}$

$= 10\{2.(-2) + 38\}$

$= 10\{-4 + 38\}$

$= 10 \times 34$

$= 340$ (Ans.)

গ) গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $a = -2$

" " সা: অনুপাত $r = 2$

" " ২য় পদ $= ar^{2-1}$

$= ar$

$= -2 \times 2$

$= -4$

" " ৩য় পদ $= ar^{3-1}$

$= ar^2$

$= -2 \times (2)^2$

$= -8$

$\therefore$ ধারাটি $-2 - 4 - 8$.....

গুণোত্তর ধারার 8 পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^8-1)}{r-1}$

$= \frac{-2(28-1)}{2-1}$

$= -2(256-1)$

$= -2 \times 255$

$= -510$ (Ans.)

www.bdniyog.com

সৃজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১. $3 + 6 + 12 +$ ..... ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? [বরগুনা জিলা স্কুল]

ক 3 খ 2 ✓

গ 4 ঘ 12

২. $7 + 12 + 17 +$ ..... ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি কত? [শহীদ বীর উত্তম লে: আনোয়ার গার্লস কলেজ]

ক 1075 খ 1675 ✓

গ 1225 ঘ 1600

৩. $\log 2 + \log 4 + \log 8 +$ ..... ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত? [ভিক্টোরিয়া উচ্চ বিদ্যালয়, শ্রীমঙ্গল]

ক $55\log 2$ খ $211\log 2$ ✓

গ $42\log 2$ ঘ $36\log 2$

৪. যদি কতগুলো সংখ্যাকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ..... এভাবে পরপর সাজানো হয়, তাহলে তাকে কী বলে?

ক ধারা খ অনুরাশি ✓

গ অনুক্রম ঘ অভিসৃত

৫. অনুক্রমের পদগুলোকে কোন চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা পাওয়া যায়?

ক '+' যোগ খ '−' বিয়োগ ✓

গ '×' গুণন ঘ '÷' ভাগ

৬. কোনো ধারার শেষ পদ না থাকলে তাকে কোন ধারা বলা হয়?

ক সসীম ধারা খ অসীম ধারা ✓

গ সমান্তর ধারা ঘ গুণোত্তর ধারা

৭. $20 + 18 +$ ..... $+ 6 + 4 + 2$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক -2 খ -1 ✓

গ 4 ঘ 5

www.bdniyog.com