www.bdniyog.com

$= \frac{99}{2}\{2 \times 1 + (99-1)1\} = \frac{99}{2}(2+98)$

$= \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950$ (Ans.)

উদাহরণ–৪। 7 + 12 + 17 + ... ধারাটির 30টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : ধারাটির প্রথম পদ a = 7, সাধারণ অন্তর d = 12 – 7 = 5

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা। এখানে পদ সংখ্যা n = 30

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n–সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

তাহলে, 30টি পদের সমষ্টি S_{30}

$= \frac{30}{2}\{2.7 + (30-1)5\} = 15(14 + 29 \times 5)$

$= 15(14 + 145) = 15 \times 159$

$= 2385$ (Ans.)

উদাহরণ–৫। ক তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী মাসগুলোর প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

i. তিনি n তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?

ii. উপরোক্ত সমস্যাটিকে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।

iii. তিনি প্রথম n সংখ্যক মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?

iv. এক বছরে তিনি কত টাকা সঞ্চয় করেন?

সমাধান :

i. প্রথম মাসে সঞ্চয় করেন 1200 টাকা

দ্বিতীয় মাসে সঞ্চয় করেন (1200 + 100) টাকা = 1300 টাকা

তৃতীয় মাসে সঞ্চয় করেন (1300 + 100) টাকা = 1400 টাকা

চতুর্থ মাসে সঞ্চয় করেন (1400 + 100) টাকা = 1500 টাকা

সুতরাং, এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ a = 1200

সাধারণ অন্তর d = 1300 – 1200 = 100

ধারাটির n তম পদ = a + (n – 1)d

= 1200 + (n – 1) 100

= 1200 + 100n – 100

= 100n + 1100

অতএব, তিনি nতম মাসে সঞ্চয় করেন (100n + 1100) টাকা।

ii. এক্ষেত্রে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারাটি হবে 1200 + 1300 + 1400 + ... + (100n + 1100)

iii. তিনি প্রথম n সংখ্যক মাসে সঞ্চয় করেন

$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ টাকা

$= \frac{n}{2}\{2 \times 1200 + (n-1)100\}$ টাকা

$= \frac{n}{2}(2400 + 100n - 100)$ টাকা

$= \frac{n}{2}(2300 + 100n)$ টাকা

$= \frac{n}{2} \times 2(1150 + 50n)$ টাকা

$= n(50n + 1150)$ টাকা।

iv. আমরা জানি, এক বছর = 12 মাস। এক্ষেত্রে, n = 12.

অতএব, [উপরের (iii) হতে] ক এক বছরে সঞ্চয় করেন 12 (50 × 12 + 1150) টাকা

= 12 (600 + 1150) টাকা = 12 × 1750 টাকা

= 21000 টাকা। (Ans.)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১৩.১

১। 2 – 5 – 12 – 19 – ..... ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, এর প্রথম পদ a = 2

সাধারণ অন্তর d = দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ

= (– 5) – (2)

= – 5 – 2

= – 7

আমরা জানি, সমান্তর ধারার, n তমপদ = a + (n – 1) d

∴ ধারাটির 12 তম পদ = a + (12 – 1)d

= 2 + (11) (– 7)

= 2 – 77

= – 75

অতএব, ধারাটির সাধারণ অন্তর – 7 এবং 12 তম পদ – 75. (Ans.)

২। 8 + 11 + 14 + 17 + ... ধারাটির কোন পদ 392?

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ a = 2

সাধারণ অন্তর d = 11 – 8 = 3

মনে করি, r তম পদ = 392

∴ a + (r – 1)d = 392

বা, 8 + (r – 1)3 = 392

বা, 8 + 3r – 3 = 392

বা, 5 + 3r = 392

বা, 3r = 387

বা, $r = \frac{387}{3}$

∴ r = 129

অতএব ধারাটির 129 তম পদ 392. (Ans.)

৩। 4 + 7 + 10 + 13 + ... ধারাটির কোন পদ 301?

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ a = 4

সাধারণ অন্তর d = 7 – 4 = 3

মনে করি, r তম পদ = 301

∴ a + (r – 1)3 = 301

বা, 4 + 3r – 3 = 301

বা, 3r + 1 = 301

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$= \frac{99}{2}\{2 \times 1 + (99-1)1\} = \frac{99}{2}(2+98)$

$= \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950$ (Ans.)

উদাহরণ–৪। 7 + 12 + 17 + ... ধারাটির 30টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : ধারাটির প্রথম পদ a = 7, সাধারণ অন্তর d = 12 – 7 = 5

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা। এখানে পদ সংখ্যা n = 30

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n–সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

তাহলে, 30টি পদের সমষ্টি S_{30}

$= \frac{30}{2}\{2.7 + (30-1)5\} = 15(14 + 29 \times 5)$

$= 15(14 + 145) = 15 \times 159$

$= 2385$ (Ans.)

উদাহরণ–৫। ক তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করেন এবং পরবর্তী মাসগুলোর প্রতিমাসে এর পূর্ববর্তী মাসের তুলনায় 100 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

i. তিনি n তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?

ii. উপরোক্ত সমস্যাটিকে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারায় প্রকাশ কর।

iii. তিনি প্রথম n সংখ্যক মাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন?

iv. এক বছরে তিনি কত টাকা সঞ্চয় করেন?

সমাধান :

i. প্রথম মাসে সঞ্চয় করেন 1200 টাকা

দ্বিতীয় মাসে সঞ্চয় করেন (1200 + 100) টাকা = 1300 টাকা

তৃতীয় মাসে সঞ্চয় করেন (1300 + 100) টাকা = 1400 টাকা

চতুর্থ মাসে সঞ্চয় করেন (1400 + 100) টাকা = 1500 টাকা

সুতরাং, এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ a = 1200

সাধারণ অন্তর d = 1300 – 1200 = 100

ধারাটির n তম পদ = a + (n – 1)d

= 1200 + (n – 1) 100

= 1200 + 100n – 100

= 100n + 1100

অতএব, তিনি nতম মাসে সঞ্চয় করেন (100n + 1100) টাকা।

ii. এক্ষেত্রে n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারাটি হবে 1200 + 1300 + 1400 + ... + (100n + 1100)

iii. তিনি প্রথম n সংখ্যক মাসে সঞ্চয় করেন

$= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ টাকা

$= \frac{n}{2}\{2 \times 1200 + (n-1)100\}$ টাকা

$= \frac{n}{2}(2400 + 100n - 100)$ টাকা

$= \frac{n}{2}(2300 + 100n)$ টাকা

$= \frac{n}{2} \times 2(1150 + 50n)$ টাকা

$= n(50n + 1150)$ টাকা।

iv. আমরা জানি, এক বছর = 12 মাস। এক্ষেত্রে, n = 12.

অতএব, [উপরের (iii) হতে] ক এক বছরে সঞ্চয় করেন 12 (50 × 12 + 1150) টাকা

= 12 (600 + 1150) টাকা = 12 × 1750 টাকা

= 21000 টাকা। (Ans.)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১৩.১

১। 2 – 5 – 12 – 19 – ..... ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা, এর প্রথম পদ a = 2

সাধারণ অন্তর d = দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ

= (– 5) – (2)

= – 5 – 2

= – 7

আমরা জানি, সমান্তর ধারার, n তমপদ = a + (n – 1) d

∴ ধারাটির 12 তম পদ = a + (12 – 1)d

= 2 + (11) (– 7)

= 2 – 77

= – 75

অতএব, ধারাটির সাধারণ অন্তর – 7 এবং 12 তম পদ – 75. (Ans.)

২। 8 + 11 + 14 + 17 + ... ধারাটির কোন পদ 392?

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ a = 2

সাধারণ অন্তর d = 11 – 8 = 3

মনে করি, r তম পদ = 392

∴ a + (r – 1)d = 392

বা, 8 + (r – 1)3 = 392

বা, 8 + 3r – 3 = 392

বা, 5 + 3r = 392

বা, 3r = 387

বা, $r = \frac{387}{3}$

∴ r = 129

অতএব ধারাটির 129 তম পদ 392. (Ans.)

৩। 4 + 7 + 10 + 13 + ... ধারাটির কোন পদ 301?

সমাধান : ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এর প্রথম পদ a = 4

সাধারণ অন্তর d = 7 – 4 = 3

মনে করি, r তম পদ = 301

∴ a + (r – 1)3 = 301

বা, 4 + 3r – 3 = 301

বা, 3r + 1 = 301

www.bdniyog.com

বা, $3r = 300$

বা, $r = \frac{300}{3}$

$\therefore r = 100$

অতএব প্রদত্ত ধারাটির 100 তম পদ 301 (Ans.)

৬। কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ p^2 এবং q তম পদ q^2 হলে, ধারাটির $(p+q)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$\therefore$ p তম পদ $= a + (p-1)d = a + pd - d$

$\therefore$ q " " $= a + (q-1)d = a + qd - d$

প্রশ্নমতে, $a + pd - d = p^2$ .....(i)

এবং $a + qd - d = q^2$ .....(ii)

$(-)\ pd - qd = p^2 - q^2$

বা, $d(p-q) = (p+q)(p-q)$

$\therefore d = p + q$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a + p(p+q) - (p+q) = p^2$

বা, $a + p^2 + pq - p - q - p^2 = 0$

$\therefore a = p + q - pq$

এখন, $(p+q)$ তম পদ $= a + (p+q-1)d$

$= p + q - pq + (p+q-1)(p+q)$ [মান বসিয়ে]

$= p + q - pq + p^2 + pq - p + pq + q^2 - q$

$= p^2 + pq + q^2$

অতএব ধারাটির $(p+q)$ তম পদ $= (p^2 + pq + q^2)$ (Ans.)

৫। কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে, $(m+n)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

$\therefore$ m তম পদ $= a + (m-1)d = a + md - d$

$\therefore$ n " " $= a + (n-1)d = a + nd - d$

প্রশ্নানুসারে, $a + md - d = n$ ..... (i)

এবং $a + nd - d = m$ ..... (ii)

$(-)\ md - nd = n - m$

বা, $d(m-n) = n - m$

বা, $d(m-n) = -(m-n)$

$\therefore d = -1$

d এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a + m(-1) - (-1) = n$

বা, $a - m + 1 = n$

বা, $a = n + m - 1$

এখন, $(m+n)$ তম পদ $= a + (m+n-1)d$

$= m + n - 1 + (m+n-1)(-1)$

$= m + n - 1 - m - n + 1$

$= 0$

অতএব ধারাটির $(m+n)$ তম পদ 0 (Ans.)

৬। $1 + 3 + 5 + 7 + ...$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি সমান্তর ধারা,

এখানে, প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

পদসংখ্যা $= n$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2\cdot1 + (n-1)\cdot2\}$

$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2)$

$= \frac{n}{2}\cdot 2n$

$= n^2$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির n পদের নির্ণেয় সমষ্টি n^2. (Ans.)

৭। $8 + 16 + 24 + ...$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান :

এখানে,

সমান্তর ধারার ১ম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর $d = 16 - 8 = 8$

পদ সংখ্যা $n = 9$

n পদের সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ 9 পদের সমষ্টি $S_9 = \frac{9}{2}\{2\cdot8 + (9-1)8\}$

$= \frac{9}{2}\{16 + 64\}$

$= \frac{9}{2} \times 80$

$= 9 \times 40$

$= 360$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 9টি পদের সমষ্টি 360। (Ans.)

৮। $5 + 11 + 17 + 23 + ... + 59 =$ কত?

সমাধান : এটি একটি সমান্তর ধারা,

এখানে প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 5 = 6$

মনে করি,

n তম পদ $= 59$

$\therefore a + (n-1)d = 59$

বা, $5 + (n-1)6 = 59$ [মান বসিয়ে]

বা, $(n-1)6 = 59 - 5$

বা, $(n-1)6 = 54$

বা, $n - 1 = 9$

বা, $n = 9 + 1$

$\therefore n = 10$

$\therefore$ ধারাটির পদ সংখ্যা $= 10$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{10}{2}\{2\cdot5 + (10-1)\cdot6\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{10}{2}\{10 + 9\cdot6\}$

$= 5(10 + 54)$

$= 5 \times 64$

$= 320$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি $= 320$ (Ans.)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৯। $29 + 25 + 21 + \ldots\ldots - 23 =$ কত?

সমাধান : এটি একটি সমান্তর ধারা,
এখানে, প্রথম পদ, $a = 29$
সাধারণ অন্তর, $d = 25 - 29 = -4$
মনে করি, n-তম পদ $= -23$
$\therefore a + (n-1)d = -23$
বা, $29 + (n-1).(-4) = -23$ [মান বসিয়ে]
বা, $29 - 4n + 4 = -23$
বা, $33 - 4n = -23$
বা, $-4n = -23 - 33$
বা, $-4n = -56$
$\therefore n = 14$

$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{14}{2}\{2.29 + (14-1).(-4)\}$ [মান বসিয়ে]
$= 7\{58 + 13.(-4)\}$
$= 7\{58 - 52\}$
$= 7 \times 6$
$= 42$

অতএব, ধারাটির সমষ্টি = 42 **(Ans.)**

১০। কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d
$\therefore$ 12 তম পদ $= a + (12-1)d$
$= a + 11d$
প্রশ্নানুসারে, $a + 11d = 77$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,

$S = \frac{23}{2}\{2a + (23-1)d\}$

$= \frac{23}{2}\{2a + 22d\}$

$= \frac{23}{2}.2(a + 11d)$

$= 23(a + 11d)$

$= 23 \times 77$ [$\because a + 11d = 77$]
$= 1771$

অতএব, প্রথম 23 পদের নির্ণেয় সমষ্টি 1771.

১১। একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ – 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d
$\therefore$ 16 তম পদ $= a + (16-1)d$
$= a + 15d$
প্রশ্নানুসারে, $a + 15d = -20$

$\therefore$ ধারাটির – 20 তম পদের সমষ্টি

$S = \frac{31}{2}\{2a + (31-1)d\}$

$= \frac{31}{2}\{2a + 30d\}$

$= \frac{31}{2} \times 2\{a + 15d\}$

$= 31 \times (-20)$
$= -620$

অতএব, প্রথম 31 পদের নির্ণেয় সমষ্টি – 620।

১২। $19 + 7 + 5 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল – 144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 9$
সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$
সমষ্টি, $S = -144$
পদ সংখ্যা, $n = ?$
আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

বা, $-144 = \frac{n}{2}\{2.9 + (n-1).-2\}$

বা, $-144 = \frac{n}{2}(18 - 2n + 2)$

বা, $-144 = \frac{n}{2}(20 - 2n)$

বা, $-144 = \frac{n}{2}.2(10 - n)$

বা, $n(10 - n) = -144$
বা, $10n - n^2 + 144 = 0$
বা, $-n^2 + 10n + 144 = 0$
বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$
বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$
বা, $n(n-18) + 8(n-18) = 0$
বা, $(n-18)(n+8) = 0$
$\therefore$ হয়, $n - 18 = 0$ অথবা, $n + 8 = 0$
$\therefore n = 18$ $\therefore n = -8$
[এখন, $n = -8$
গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না
$\therefore n = 18$ **(Ans.)**

১৩। $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$
সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$
সমষ্টি $S = 2550$
পদ সংখ্যা $n = ?$
আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ $\therefore$

বা, $2550 = \frac{n}{2}\{2.2 + (n-1)2\}$

বা, $2550 = \frac{n}{2}\{4 + 2n - 2\}$

বা, $2550 = \frac{n}{2}\{2 + 2n\}$

বা, $2550 = \frac{n}{2}.2\{n + 1\}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৯। $29 + 25 + 21 + \ldots\ldots - 23 =$ কত?

সমাধান : এটি একটি সমান্তর ধারা,
এখানে, প্রথম পদ, $a = 29$
সাধারণ অন্তর, $d = 25 - 29 = -4$
মনে করি, n-তম পদ $= -23$
$\therefore \quad a + (n-1)\,d = -23$
বা, $29 + (n-1).(-4) = -23$ [মান বসিয়ে]
বা, $29 - 4n + 4 = -23$
বা, $33 - 4n = -23$
বা, $-4n = -23 - 33$
বা, $-4n = -56$
$\therefore \quad n = 14$
$\therefore$ ধারাটির সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)\,d\}$
$= \frac{14}{2}\{2.29 + (14-1).(-4)\}$ [মান বসিয়ে]
$= 7\{58 + 13.(-4)\}$
$= 7\{58 - 52\}$
$= 7 \times 6$
$= 42$
অতএব, ধারাটির সমষ্টি $= 42$ **(Ans.)**

১০। কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ 12 তম পদ $= a + (12-1)\,d$
$= a + 11d$
প্রশ্নানুসারে, $a + 11d = 77$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,
$S = \frac{23}{2}\{2a + (23-1)\,d\}$
$= \frac{23}{2}\{2a + 22d\}$
$= \frac{23}{2}.2(a + 11d)$
$= 23\,(a + 11d)$
$= 23 \times 77$ [$\because a + 11d = 77$]
$= 1771$
অতএব, প্রথম 23 পদের নির্ণেয় সমষ্টি 1771.

১১। একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ -20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ 16 তম পদ $= a + (16-1)\,d$
$= a + 15d$
প্রশ্নানুসারে, $a + 15d = -20$
$\therefore$ ধারাটির -20 তম পদের সমষ্টি
$S = \frac{31}{2}\{2a + (31-1)d\}$
$= \frac{31}{2}\{2a + 30d\}$
$= \frac{31}{2} \times 2\{a + 15d\}$
$= 31 \times (-20)$
$= -620$
অতএব, প্রথম 31 পদের নির্ণেয় সমষ্টি -620।

১২। $19 + 7 + 5 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 9$
সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 9 = -2$
সমষ্টি, $S = -144$
পদ সংখ্যা, $n = ?$
আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি,
$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)\,d\}$
বা, $-144 = \frac{n}{2}\{2.9 + (n-1).-2\}$
বা, $-144 = \frac{n}{2}(18 - 2n + 2)$
বা, $-144 = \frac{n}{2}(20 - 2n)$
বা, $-144 = \frac{n}{2}.2(10 - n)$
বা, $n(10 - n) = -144$
বা, $10n - n^2 + 144 = 0$
বা, $-n^2 + 10n + 144 = 0$
বা, $n^2 - 10n - 144 = 0$
বা, $n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$
বা, $n(n-18) + 8(n-18) = 0$
বা, $(n-18)\,(n+8) = 0$
$\therefore$ হয়, $n - 18 = 0$ অথবা, $n + 8 = 0$
$\therefore \quad n = 18 \quad \therefore \quad n = -8$
[এখন, $n = -8$
গ্রহণযোগ্য নয় কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না
$\therefore \quad n = 18$ **(Ans.)**

১৩। $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ $a = 2$
সাধারণ অন্তর $d = 4 - 2 = 2$
সমষ্টি $S = 2550$
পদ সংখ্যা $n = ?$
আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি,
$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$
বা, $2550 = \frac{n}{2}\{2.2 + (n-1)2\}$
বা, $2550 = \frac{n}{2}\{4 + 2n - 2\}$
বা, $2550 = \frac{n}{2}\{2 + 2n\}$
n

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $2550 = n(n+1)$
বা, $2550 = n^2 + n$
বা, $n^2 + n = 2550$
বা, $n^2 + n - 2550 = 0$
বা, $n^2 + 52n - 51n - 2550 = 0$
বা, $n(n+52) - 51(n+52) = 0$
বা, $(n+52)(n-51) = 0$
হয়, $n + 52 = 0$ অথবা, $n - 51 = 0$
$\therefore n = -52$ $\therefore n = 51$
[পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]
$\therefore n = 51$ **(Ans.)**

১৪। কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেয়া আছে, n পদের সমষ্টি $= n(n+1)$
$= n^2 + n$
এখন,
$n = 1$ হলে, প্রথম পদ $= 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$
$n = 2$ হলে, প্রথম দুই পদের সমষ্টি $= 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$
$n = 3$ হলে, প্রথম তিন পদের সমষ্টি $= 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$
$\therefore$ প্রথম পদ $= 2$
দ্বিতীয় পদ = দুই পদের সমষ্টি − প্রথম পদ $= 6 - 2 = 4$
তৃতীয় পদ = তিন পদের সমষ্টি − দুই পদের সমষ্টি $= 12 - 6 = 6$
অতএব, নির্ণেয় ধারাটি হবে, $2 + 4 + 6$ ..... **(Ans.)**

১৫। কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= n(n+1) = n^2 + n$
$\therefore$ ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি হবে $= 10^2 + 10$
$= 100 + 10$
$= 110$
অতএব, ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 110 **(Ans.)**

১৬। একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম পদ $= a$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ 12তম পদের সমষ্টি $= \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$
অর্থাৎ $\frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\} = 144$
বা, $6\{2a + 11d\} = 144$
বা, $2a + 11d = \frac{144}{6}$
$\therefore 2a + 11d = 24$ ..... (i)
আবার 20তম পদের সমষ্টি $= \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$
অর্থাৎ $\frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\} = 560$
বা, $10\{2a + 19d\} = 560$
বা, $2a + 19d = \frac{560}{10}$
$\therefore 2a + 19d = 56$ ..... (ii)
এখন, (ii)নং থেকে (i)নং বিয়োগ করে পাই,
$2a + 19d = 56$
$2a + 11d = 24$
(−) $8d = 32$
বা, $d = \frac{32}{8}$
$\therefore d = 4$
d এর মান (i)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
$2a + 11.4 = 24$
বা, $2a + 44 = 24$
বা, $2a = 24 - 44$
বা, $2a = -20$
বা, $a = \frac{-20}{2}$
$\therefore a = -10$
$\therefore$ প্রথম 6 পদের সমষ্টি $= \frac{6}{2}\{2a + (6-1)d\}$
$= \frac{6}{2}\{2(-10) + 5 \times 4\}$
$= 3\{-20 + 20\}$
$= 3 \times 0$
$= 0$
অতএব প্রথম 6 পদের সমষ্টি 0 **(Ans.)**

১৭। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ m তম পদের সমষ্টি $= \frac{m}{2}\{2a + (m-1)d\}$
অর্থাৎ $n = \frac{m}{2}\{2a + (m-1)d\}$
বা, $2n = m\{2a + (m-1)d\}$
বা, $m\{2a + md - d\} = 2n$
$\therefore 2a + md - d = \frac{2n}{m}$ ..... (i)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

অর্থাৎ $m = \frac{n}{2}\{2a + nd - d\}$

বা, $2m = n\{2a + nd - d\}$

বা, $n\{2a + nd - d\} = 2m$

$\therefore \quad 2a + nd - d = \frac{2m}{n}$ ..... (ii)

এখন (i) থেকে (ii)নং বিয়োগ করে পাই

$$2a + md - d = \frac{2n}{m}$$

$$2a + nd - d = \frac{2m}{n}$$

$$md - nd = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

বা, $d(m - n) = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$

বা, $d(m - n) = \frac{2\{(n + m)(n - m)\}}{mn}$

বা, $d = -\frac{2(m + n)(m - n)}{mn(m - n)}$

$\therefore \quad d = -\frac{2(m + n)}{mn}$

d এর মান (i)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$2a + m\left\{\frac{-2(m + n)}{mn}\right\} - \left\{\frac{-2(m + n)}{mn}\right\} = \frac{2n}{m}$$

বা, $2a - \frac{2(m + n)}{n} + \frac{2(m + n)}{mn} = \frac{2n}{m}$

বা, $a - \frac{(m + n)}{n} + \frac{m + n}{mn} = \frac{n}{m}$

বা, $a = \frac{n}{m} + \frac{m + n}{n} - \frac{m + n}{mn}$

বা, $a = \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}$

$\therefore \quad a = \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}$

এখন, m + n পদের সমষ্টি $= \frac{m + n}{2}\{2a + (m + n - 1)d\}$

$$= \frac{m + n}{2}\left\{2\left(\frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}\right) + (m + n - 1)\left(\frac{-2(m + n)}{mn}\right)\right\}$$

$$= \frac{m + n}{2}\left\{2\left(\frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn} - \frac{(m + n - 1)2(m + n)}{mn}\right)\right\}$$

$$= \frac{m + n}{2}\left\{2\left(\frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn} - \frac{-m^2 + mn - m + mn + n^2 - n}{mn}\right)\right\}$$

$$= \frac{m + n}{2} \times 2\left(\frac{n^2 + m^2 - m + mn - n - m^2 - mn + m - mn - n^2 + n}{mn}\right)$$

$$= (m + n)\left(\frac{-mn}{m}\right)$$

$$= (m + n)(-)$$

$$= -(m + n) \text{ (Ans.)}$$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

১৫। কোনো সমান্তর ধারার p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$

সমাধান : মনে করি প্রথম পদ = x

সাধারণ অন্তর = d

p তম পদ = $x+(p-1)d$

∴ অর্থাৎ $x+(p-1)d=a$

বা, $x+pd-d=a$ ..... (i)

q তম পদ = $x+(q-1)d$

অর্থাৎ $x+(q-1)d=b$

বা, $x+qd-d=b$ ..... (ii)

এবং r তম পদ = $x+(r-1)d$

অর্থাৎ $x+(r-1)d=c$

বা, $x+rd-d=c$ ..... (iii)

এখন, (i) নং (–) (ii)নং করে পাই,

$pd-d-qd+d=a-b$

বা, $pd-qd=a-b$ ..... (iv)

(ii)নং (–) (iii)নং করে পাই,

$qd-d-rd+d=b-c$

বা, $qd-rd=b-c$ ..... (v)

এবং (iii)নং (–) (i)নং করে পাই,

$rd-d-pd+d=c-a$

বা, $rd-pd=c-a$ ..... (vi)

∴ L.H.S = $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)$

= $aq-ar+br-bp+cp-cq$

= $-aq+ar-br+bp-cp+cq$ [– দ্বারা গুণ করে]

= $q(c-a)+p(b-c)+r(a-b)$

= $q(rd-pd)+p(qd-pd)+r(pd-qd)$

[∴ iv, v, vi নং ব্যবহার করে]

= $qrd-pdd+pqd-prd+prd-qrd$

= 0

= R.H.S

∴ $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$ **(Showed)**

বিকল্প পদ্ধতি

সমাধান : সমান্তর ধারাটির ১ম পদ = x

এবং " " সাধারণ অন্তর = d

এখন, p –তম পদ = a

বা, $x+(p-1)d=a$ ..... (i)

∴ q–তম পদ = b

বা, $x+(q-1)d=b$ ..... (ii)

এবং r–তম পদ = c

বা, $x+(r-1)d=c$ ..... (iii)

এখন, L.H.S = $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)$

= $\{x+(p-1)d\}(q-r)+\{x+(q-1)d\}(r-p)+\{x+(r-1)d\}(p-q)$

= $x(q-r)+(p-1)(q-r)d+x(r-p)+(q-1)(r-p)d+x(p-q)+(r-1)(p-q)d$

= $x(q-r+r-p+p-q)+d\{(p-1)(q-r)+(q-1)(r-p)+(r-1)(p-q)\}$

= $x\times0+d\{pq-pr-q+r+qr-pq+p-r+pr-p+q\}$

= $0+d\times0$

= $0+0=0$

= R.H.S

∴ L.H.S = R.H.S **(Showed)**

১৬। দেখাও যে, $1+3+5+7+\ldots\ldots+125=169+171+173+\ldots\ldots+209$

সমাধান : L.H.S = $1+3+5+7+\ldots\ldots+125$

এখানে, প্রথম পদ a = 1

সাধারণ অন্তর d = 3 – 1 = 2

∴ n তম পদ, $a+(n-1)d=125$

বা, $1+(n-1)2=125$

বা, $1+2n-2=125$

বা, $2n-1=125$

বা, $2n=125+1$

বা, $2n=126$

বা, $n=\frac{126}{2}$

∴ $n=63$

∴ ধারাটির সমষ্টি $S=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

$=\frac{63}{2}\{2\cdot1+(63-1)2\}$

$=\frac{63}{2}\{2+62\times2\}$

$=\frac{63}{2}\{2+124\}$

$=\frac{63}{2}\times126$

$=63\times63$

$=3969$

R.H.S = $169+171+173+\ldots\ldots+209$

এখানে, প্রথম পদ a = 169

সাধারণ অন্তর d = 171 – 169 = 2

∴ n তম পদ, $a+(n-1)d=209$

বা, $169+(n-1)2=209$

বা, $169+2n-2=209$

বা, $167+2n-2=209$

বা, $167+2n=209$

বা, $2n=209-167$

বা, $2n=42$

বা, $n=\frac{42}{2}$

∴ $n=21$

∴ ধারাটির সমষ্টি $S=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

$=\frac{21}{2}\{2\cdot169+(21-1)2\}$

$=\frac{21}{2}\{338+40\}$

$=\frac{21}{2}\times378$

$=21\times189$

$=3969$

∴ L.H.S = R.H.S **(Showed)**

www.bdniyog.com