www.bdniyog.com

১৪। একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান মনে করি, নৌকার বেগ ঘণ্টায় x কি.মি.
এবং স্রোতের বেগ = y কি.মি.

প্রথম শর্তানুসারে, $x + y = 15$ ..... (i)
দ্বিতীয় " $x - y = 5$ ..... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করিয়া পাই

$x + y = 15$
$x - y = 5$
$(+)\ 2x = 20$

বা, $x = \frac{20}{2}$

$\therefore x = 10$

এখন x এর মান (i)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$10 + y = 15$
বা, $y = 15 - 10$
$\therefore y = 5$

অতএব নৌকার বেগ ঘণ্টায় 10 কি.মি
এবং স্রোতের " " 5 কি.মি (Ans.)

৫। একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতন বৃদ্ধি পান তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তাঁর চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান মনে করি, গার্মেন্টস শ্রমিকের মাসিক বেতন x টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি y টাকা।

$\therefore$ 4 বছর পর ঐ শ্রমিকের বেতন হবে $(x + 4y)$ টাকা
8 " " " " " " $(x + 8y)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $x + 4y = 4500$ ..... (i)
$x + 8y = 5000$ ..... (ii)

এখন (i)নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii)নং এর সাথে বিয়োগ করে পাই

$2x + 8y = 9000$
$x + 8y = 5000$
$(-)\ x + 0 = 4000$

$\therefore x = 4000$ টাকা

x এর মান (i)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$4000 + 4y = 4500$
বা, $4y = 4500 - 4000$
বা, $4y = 500$
বা, $y = \frac{500}{4}$
$\therefore y = 125$ টাকা

অতএব, মাসিক বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধি 125 টাকা। (Ans.)

১৬। একটি সরল সমীকরণজোটি

$x + y = 10$
$3x - 2y = 0$

ক) দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ। এর কয়টি সমাধান আছে? ২
খ) সমীকরণজোটটি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪
গ) সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

সমাধান

ক) $x + y = 10$ ..... (i)
$3x - 2y = 0$ ..... (ii)

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{1}{3}$

y " " " $= -\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$

সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ। এর সমাধান আছে মাত্র একটি।

খ) সমীকরণ (i) নং থেকে পাই,

$x = 10 - y$ ..... (iii)

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$3(10 - y) - 2y = 0$
বা, $30 - 3y - 2y = 0$
বা, $-5y = -30$
$\therefore y = 6$

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই

$x = 10 - 6$
$\therefore x = 4$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান (4, 6)

গ) $x + y = 10$ ..... (i)
$3x - 2y = 0$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $y = 10 - x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান বের করি।

x	0	10	5
y	10	0	5

সমীকরণটির লেখের তিনটি বিন্দু হলো (0, 10), (10, 0), (5, 5)।

আবার, সমীকরণ (2) থেকে পাই,

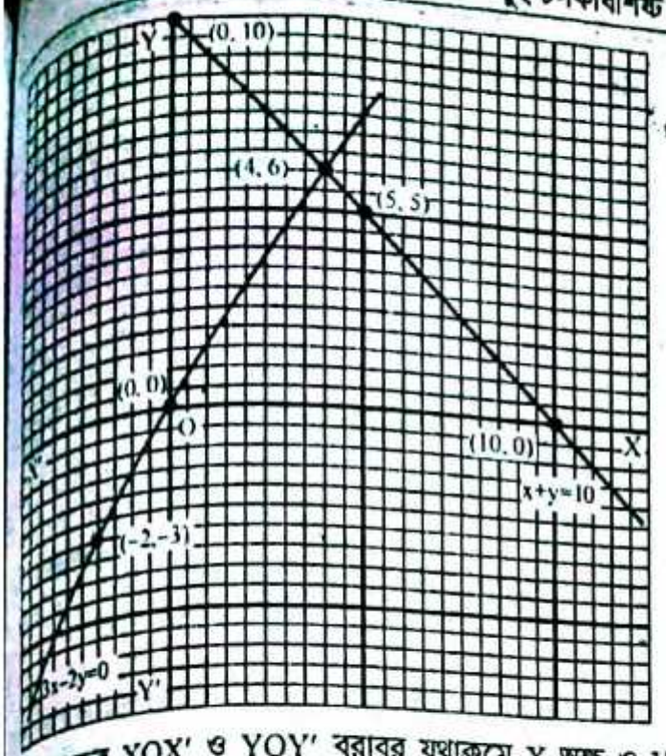
$-2y = -3x$
বা, $y = \frac{3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর মান বের করি।

x	0	4	−2
y	0	6	−3

সমীকরণটির রেখের তিনটি বিন্দু হলো
(0, 0), (4, 6) এবং (−2, −3).

www.bdniyog.com



ছক কাগজের XOX' ও YOY' বরাবর যথাক্রমে X অক্ষ ও Y অক্ষ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে সমীকরণ (i) হতে প্রাপ্ত লেখের কিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে পরপর যোগ করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।

আবার, একই অক্ষযুগল ও একক ধরে iiনং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত লেখ কিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি। এটিও একটি সরলরেখা।

সরল রেখা দুটি পরস্পরকে P(4,6) কিন্দুতে ছেদ করেছে। মনে করি, $x + y = 10$ ও $3x - 2y = 0$ সমীকরণ দুটির লেখ x অক্ষকে যথাক্রমে R(10, 0) ও O(0, 0) কিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে ΔOPR-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে। ছক কাগজ হতে দেখা যায়, উক্ত ΔOPR–এর ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

∴ Δক্ষেত্র OPR ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$ বর্গ একক

১১। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে, 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

ক) ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন কর।

খ) সমীকরণ জোটটি আড়গুনন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত?

গ) সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান :

ক) যেহেতু ভগ্নাংশটি ধরা হয়েছে $\frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x+7}{y} = 2$

বা, $x + 7 = 2y$

বা, $x - 2y + 7 = 0$

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y-2} = 1$

বা, $x = y - 2$

বা, $x - y + 2 = 0$

সুতরাং $x - 2y + 7 = 0$ এবং $x - y + 2 = 0$ সমীকরণ দুইটি সমীকরণজোট।

খ) "ক" থেকে সমীকরণ জোট দুইটি হলো

$x - 2y + 7 = 0$ ..... (i)

$x - y + 2 = 0$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) নং থেকে আড়গুণন করে পাই

$$\frac{x}{(-2)\times 2-(-1)\times 7} = \frac{y}{7\times 1-1\times 2} = \frac{1}{1\times(-1)-1\times(-2)}$$

বা, $\frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$

এখন, $\frac{x}{3} = 1$ এবং $\frac{y}{5} = 1$

$\therefore x = 3$ $\therefore y = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 5)$

অতএব ভগ্নাংশটি হলো $= \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

গ) সমীকরণজোট দুইটি হলো

$x - 2y + 7 = 0$ ..... (i)

$x - y + 2 = 0$ ..... (ii)

(i) নং থেকে পাই, $x = 2y - 7$.

এই সমীকরণের কয়েকটি কিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি

x	-5	-3	-1
y	1	2	3

আবার (ii)নং থেকে পাই,

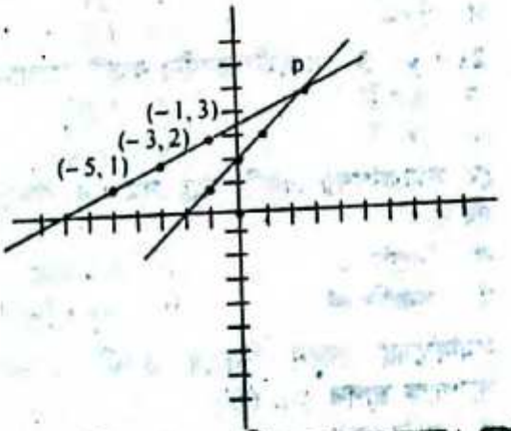
$x = y - 2$

অতএব এই সমীকরণের কয়েকটি কিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি।

x	-1	0	1
y	1	2	3

একটি ছক কাগজে Ox' ও Oy' রেখা দুইটি টানি। রেখা দুটি o কিন্দুতে ছেদ করে। O হলো মূল কিন্দু। ধরি, ছক কাগজের এক ঘর = 1 একক প্রথমে (i)নং সমীকরণের লেখের (– 5, 1), (– 3, 2) , (– 1, 3) কিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। দেখা যায় তারা একটি সরলরেখা উৎপন্ন করেছে। সরলরেখাটি উভয় দিকে বর্ধিত করি।

আবার দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, প্রদত্ত কিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। কিন্দুগুলো যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এখন সরলরেখাটিকে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন প্রথমোক্ত রেখাকে ছেদ করে।



ধরি, সরলরেখা দুটি পরস্পর p কিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে p কিন্দুর ভুজও কোটি যথাক্রমে (3 ও 5)

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 5)$ (সত্যতা যাচাই হলো)

(Ans.)

www.bdniyog.com