www.bdniyog.com

অধ্যায় ১২ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সঙ্গতি যাচাই করতে পারবে।
- দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সমীকরণের পরস্পর নির্ভরশীলতা যাচাই করতে পারবে।
- সমাধানের আড়গুণন পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বাস্তবভিত্তিক গাণিতিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।
- লেখচিত্রের সাহায্যে দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ সমাধান করতে পারবে।

I am here
MyMahbub.Com

যা মনে রাখতে হবে...

দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট : যদি দুই চলক বা অজ্ঞাত রাশি বিশিষ্ট দুইটি সমীকরণ এরূপ হয় যে, চলকদ্বয়ের এক বা একাধিক কোনো মান দ্বারা সমীকরণদ্বয় সিদ্ধ হয়, তবে এদেরকে দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট বলে। যেমন–

$4x + y = 2$ ..... (i)

এবং $2x + 3y = -4$ ..... (ii)

সমীকরণদ্বয় দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট। $x = 1, y = -2$ এর জন্য সমীকরণদ্বয় সিদ্ধ হয় অর্থাৎ উভয় পার্শ্ব সমান হয়।

সঙ্গতিপূর্ণ ও অসঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ জোট :

কোনো সমীকরণের এক বা একাধিক সমাধান থাকলে, সমীকরণ জোটকে সঙ্গতিপূর্ণ বলা হয়।

কোনো সমীকরণ জোটের কোনো সমাধান না থাকলে এদেরকে অসঙ্গতিপূর্ণ সমীকরণ জোট বলে।

কোনো সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ ও অসঙ্গতিপূর্ণ হওয়ার শর্ত :

ক. $a_1x + b_1y = c_1$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ হবে যদি

i) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ [এক্ষেত্রে একটি সমাধান আছে]

ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়, [এক্ষেত্রে অসংখ্য সমাধান আছে]

খ. $a_1x + b_1y = c_1$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ জোট অসঙ্গতিপূর্ণ হবে যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হয়। [এরূপ ক্ষেত্রে কোনো সমাধান নেই]

দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধান :

দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধানের অনেক পদ্ধতি রয়েছে। যেমন–

1. প্রতিস্থাপন পদ্ধতি
2. অপনয়ন পদ্ধতি
3. বজ্রগুণন পদ্ধতি
4. নির্ণায়ক পদ্ধতি
5. লৈখিক পদ্ধতি।

দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধানের ক্ষেত্রে পরীক্ষায় কোনো পদ্ধতির উল্লেখ করা না থাকলে নিজের সুবিধামতো উপরোল্লিখিত পদ্ধতিগুলোর যে কোনো একটি পদ্ধতি অনুসরণ করে অংকের সমাধান করলেই চলবে।

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি : এ পদ্ধতিতে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের যে কোনো একটি থেকে একটি অজ্ঞাত রাশির মান অপরটিতে প্রতিস্থাপন করা হয়।

যেমন– $4x + y = 2$..... (i)

$2x + 3y = -4$ .....(ii)

ওপরের সমীকরণদ্বয়ের যেকোনো একটি যেমন (i) থেকে যে কোনো একটি অজ্ঞাত রাশি যেমন y এর মান বের করলে দাঁড়ায় $y = 2 - 4x$. এই y এর মান অপর সমীকরণ যেমন (ii) এ প্রতিস্থাপন করে সমাধান করা হয়।

অপনয়ন পদ্ধতি

অপনয়ন পদ্ধতি : এ প্রক্রিয়ায় যোগ বা বিয়োগ করে দুটি অজ্ঞাত রাশির যে কোনো একটিকে অপসারণ করতে হয়। অজ্ঞাত রাশিদ্বয়ের যে কোনো একটিকে সমান করার জন্য সমীকরণকে কোনো সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হয়। যেমন–

$4x + y = 2$ .....(i)

$2x + 3y = -4$ .....(ii)

এই সমীকরণদ্বয়ের ক্ষেত্রে (i) সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করলে উভয় সমীকরণের y এর সহগ সমান হয়। এর পর বিয়োগ করে সহজেই y কে অপসারণ করা যায়। যেমন–

$12x + 3y = 6$

$2x + 3y = -4$

বিয়োগ করে, $10x = 10$

$\therefore x = 1$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

❖ বজ্রগুণন বা আড়গুণন পদ্ধতি

বজ্রগুণন পদ্ধতি : $a_1x + b_1y + c_1 = 0$
এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধানের ক্ষেত্রে বজ্রগুণন সূত্রটি হল :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

অর্থাৎ, $\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ .....(i)

এবং $\frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$ .....(ii)

(i) এবং (ii) সমীকরণদ্বয় থেকে সমাধান করে x ও y এর মান পাওয়া যায়।

❖ লৈখিক পদ্ধতি

❑ **লৈখিক পদ্ধতি** : লৈখিক পদ্ধতির মাধ্যমে দুই চলক বা অজ্ঞাত রাশি x ও y বিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় করা যায়। সমীকরণ জোটের প্রতিটি একটি সরল সমীকরণ। এই সমীকরণ জোটের লেখ অংকন করলে দুটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি প্রদত্ত সমীকরণের জোটের বীজ। ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্কের ভুজ x এর মান এবং কোটি y এর মান নির্দেশ করে।

❑ **লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয়ের পদ্ধতি :**
লেখ অংকন করে দুটি সমীকরণের সমাধান নির্ণয়ের ধাপগুলো নিম্নরূপ–

❍ প্রথমে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে $y = mx + c$ আকারে প্রকাশ করতে হবে।
যেমন : $ax + by + c = 0$ কে নিম্নরূপে প্রকাশ করতে হবে,
$ax + by + c = 0$
বা, $by = -ax - c$
বা, $y = \frac{-ax - c}{b}$

❍ প্রতিটি সমীকরণে x-এর কমপক্ষে 3 টি সুবিধাজনক মান বসিয়ে y-এর অনুরূপ মানসমূহ বের করতে হবে। প্রাপ্ত x ও y এর মানসমূহ নিম্নোক্ত টেবিলে স্থাপন করতে হবে।

x			
y			

❍ প্রাপ্ত বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করতে হবে।

❍ ভগ্নাংশের জটিলতা পরিহারের জন্য ছক কাগজে বিন্দুগুলো স্থানের জন্য সুবিধা হতে এক একককে এক ঘর, বা দুই ঘর, বিশেষ ক্ষেত্রে ঘর ধরতে হবে।

❍ প্রথম সমীকরণের জন্য বিন্দু তিনটিকে যুক্ত করে একটি [illegible] করতে হবে।

❍ অনুরূপে দ্বিতীয় সমীকরণ নির্দেশক সরলরেখাটিও ঐ কাগজে অংকন করতে হবে।

❍ প্রদত্ত সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় করতে হবে।

❍ নির্ণেয় ভুজ ও কোটিই প্রদত্ত সমীকরণ জোটের বীজ।

❍ অংকিত সরলরেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে, প্রদত্ত সমীকরণ জোটের কোনো বীজ বা সমাধান নেই এবং সমীকরণ জোটটি অসংগতিপূর্ণ।

MyMahbub.com

❑ অনুশীলনী- ১২.১

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ **কাজ : $x - 2y + 1 = 0$ ও $2x + y - 3 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের প্রত্যেকটির পাঁচটি করে সমাধান লেখ যেন তন্মধ্যে সাধারণ সমাধানটিও থাকে।** [পৃষ্ঠা–১৯৫]

সমাধান : প্রথমে আমরা, $x - 2y + 1 = 0$ সমীকরণটি বিবেচনা করি।
এখন, $x - 2y + 1 = 0$ সমীকরণটি থেকে নিচের ছকটি পূরণ করি :

x এর মান	y এর মান	বামপক্ষ $(x - 2y + 1)$ এর মান	ডানপক্ষ
1	1	$1 - 2 + 1 = 0$	0
–1	0	$-1 - 0 + 1 = 0$	0
3	2	$3 - 4 + 1 = 0$	0
5	3	$5 - 6 + 1 = 0$	0
7	4	$7 - 8 + 1 = 0$	0
.....		..... $= 0$	0

সমীকরণটির অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে পাঁচটি সমাধান (–1, 0), (1, 1), (3, 2), (5, 3) (7, 4)।

আবার অন্য একটি সমীকরণ $2x + y - 3 = 0$ নিয়ে নিচের ছকটি পূরণ করি :

x এর মান	y এর মান	বামপক্ষ $(2x + y - 3)$ এর মান	ডানপক্ষ
–2	7	$-4 + 7 - 3 = 0$	0
0	3	$0 + 3 - 3 = 0$	0
1	1	$2 + 1 - 3 = 0$	0
2	–1	$4 - 1 - 3 = 0$	0
3	–3	$6 - 3 - 3 = 0$	0
.....		..... $= 0$	0

সমকরণটিতে অসংখ্য সমাধান আছে। তার মধ্যে পাঁচটি সমাধান (–2, 7), (0, 3), (1, 1), (2, –1), (3, –3)।
যদি আলোচ্য সমীকরণ দুটিকে একত্রে জোট হিসেবে ধরা হয় তবে একমাত্র (1, 1) দ্বারা উভয় সমীকরণ যুগপৎ সিদ্ধ হয়।
∴ সমীকরণ জোট $x - 2y + 1 = 0$ এবং $2x + y - 3 = 0$ এর সাধারণ সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

www.bdniyog.com

ক) $x-2y+1=0, 2x+y-3=0$ সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ/অসঙ্গতিপূর্ণ, পরস্পর নির্ভরশীল কিনা যাচাই কর এবং সমীকরণজোটটির কটি সমাধান থাকতে পারে তা নির্দেশ কর। [পৃষ্ঠা—১৯৮]

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণজোট

$$\left.\begin{aligned} x-2y+1&=0 \\ \text{বা, } x-2y&=-1 \\ \text{এবং } 2x+y-3&=0 \\ \text{বা, } 2x+y&=3 \end{aligned}\right\}$$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $=\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $=\frac{-2}{1}$ বা, -2

আমরা পাই, $\frac{1}{2}\neq\frac{-2}{1}$

∴ সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল এবং সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

পাঠ্যবইয়ের উদাহরণসমূহ

উদাহরণ : নিচের সমীকরণ জোটগুলো সঙ্গতিপূর্ণ/অসঙ্গতিপূর্ণ, নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না ব্যাখ্যা কর এবং এদের সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর।

ক) $x+3y=1$
$2x+6y=2$

খ) $2x-5y=3$
$x+3y=1$

গ) $3x-5y=7$
$6x-10y=15$

সমাধান :

ক) প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{aligned} x+3y&=1 \\ 2x+6y&=2 \end{aligned}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

অতএব, সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল।
সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

খ) প্রদত্ত সমীকরণজোট : $\left.\begin{aligned} 2x-5y&=3 \\ x+3y&=1 \end{aligned}\right\}$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{1}$

y " " " $\frac{-5}{3}$

আমরা পাই, $\frac{2}{1}\neq\frac{-5}{3}$

∴ সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।
সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।
অতএব, সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরশীল।
সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

গ) প্রদত্ত সমীকরণজোট : $3x-5y=7$
$6x-10=15$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{-3}{-10}$ বা $\frac{3}{10}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{15}$

আমরা পাই, $\frac{3}{6}\neq\frac{-3}{-10}\neq\frac{7}{15}$

∴ সমীকরণজোটটি সঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভরশীল।
সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

I am here
MyMahbub.Com
www.bdniyog.com

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১২.১

নিম্নে সরল সহসমীকরণগুলো সঙ্গতিপূর্ণ/অসঙ্গতিপূর্ণ পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

১। $x-y=4$
$x+y=10$

সমাধান : $x-y=4$ ..... (i)
$x+y=10$ ..... (ii)

(i) নং সমীকরণকে $a_1x+b_1y=c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x+b_2y=c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a_1=1, b=-1, c_1=4$ এবং $a^2=1, b^2=1$ এবং $c_2=10$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{1}=1$

$\frac{b_1}{b_2}=\frac{-1}{1}=-1$

$\frac{c_1}{c_2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং সমাধান একটি।

www.bdniyog.com

২। $2x + y = 3$
$4x + 2y = 6$

সমাধান : $2x + y = 3$ ..... (i)
$4x + 2y = 6$ ..... (ii)

(i)নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $a_1 = 2, b_1 = 1, c_1 = 3$ এবং $a_2 = 4, b_2 = 2$ এবং $c_2 = 6$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$

এবং $\frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

অর্থাৎ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

সুতরাং সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ, নির্ভরশীল এবং অসংখ্য সমাধান বিদ্যমান।

৩। $x - y - 4 = 0$
$3x - 3y - 10 = 0$

সমাধান : $x - y - 4 = 0$ বা, $x - y = 4$ ..... (i)
$3x - 3y - 10 = 0$ বা, $3x - 3y = 10$ ..... (ii)

(i)নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 1, b_1 = -1, c_1 = 4$ এবং $a_2 = 3, b_2 = -3$ এবং $c_2 = 10$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

এবং $\frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

অর্থাৎ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore$ সমীকরণ জোট অসঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল, সমাধান নেই।

৪। $3x + 2y = 0$
$6x + 4y = 0$

সমাধান : $3x + 2y = 0$ ..... (i)
$6x + 4y = 0$ ..... (ii)

(i)নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 0$ এবং $a_2 = 6, b_2 = 4, c_2 = 0$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{0}{0} = 0$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

অর্থাৎ সমীকরণ জোট অসঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং এর কোনো সমাধান নেই।

৫। $3x + 2y = 0$
$9x - 6y = 0$

সমাধান : $3x + 2y = 0$ ..... (i)
$9x - 6y = 0$ ..... (ii)

(i)নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 0$ এবং $a_2 = 9, b_2 = -6$ এবং $c_2 = 0$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-6} = \frac{1}{-3}$

এবং $\frac{c_1}{c_2} = \frac{0}{0} = 0$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

অতএব, সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল এবং একটি মাত্র সমাধান আছে।

৬। $5x - 2y - 16 = 0$
$3x - \frac{6}{5}y = 2$

সমাধান : $5x - 2y - 16 = 0$ বা, $5x - 2y = 16$ .... (i)

$3x - \frac{6y}{5} = 2$

বা, $\frac{15x - 6y}{5} = 2$ বা, $15x - 6y = 10$ ..... (ii)

(i) নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii) নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = 5, b_1 = -2, c_1 = 16$ এবং $a_2 = 15, b_2 = -6, c_2 = 10$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

$\frac{c_1}{c_2} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

অর্থাৎ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

অতএব সমীকরণ জোট অসঙ্গতিপূর্ণ, পরস্পর অনির্ভরশীল এবং কোনো সমাধান নেই।

৭। $-\frac{1}{2}x + y = -1$
$x - 2y = 2$

সমাধান : $-\frac{1}{2}x + y = -1$ ..... (i)
$x - 2y = 2$ ..... (ii)

(i) নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = -\frac{1}{2}, b_1 = 1, c_1 = -1$ এবং $a_2 = 1, b_2 = -2, c_2 = 2$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

এবং $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-1}{2}$

যেহেতু $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

অতএব, সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ এবং এরূপ জোটের প্রত্যেক সংখ্যার অসংখ্য সমাধান রয়েছে।

$\frac{-1}{2}x - y = 0$

$x - 2y = 0$

সমাধান $-\frac{1}{2}x - y = 0$ ..... (i)

$x - 2y = 0$ ..... (ii)

(i)নং কে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং (ii)নং কে $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a_1 = \frac{-1}{2}, b_1 = -1, c_1 = 0$ এবং $a_2 = 1, b_2 = -2, c_2 = 0$

সুতরাং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{-1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

এবং $\frac{c_1}{c_2} = \frac{0}{0} = 0$

যেহেতু $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণ জোট সঙ্গতিপূর্ণ এবং এর সমাধান অনন্য।

৯। $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

সমাধান $-\frac{1}{2}x + y = -1$ ..... (i)

$x + y = 5$ ..... (ii)

এই সমীকরণ জোটে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{-1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{1} = 1$

∴ এখানে, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণ জোটের সমাধান অনন্য।

১০। $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

সমাধান $ax - cy = 0$ ..... (i)

$cx - ay = c^2 - a^2$ .....(ii)

প্রদত্ত সমীকরণে x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{a}{c}$

এবং y " " " $= \frac{-c}{-a} = \frac{c}{a}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $= \frac{0}{c^2 - a^2}$

সুতরাং $\frac{a}{c} \neq \frac{c}{a}$

অতএব সমীকরণটি সঙ্গতিপূর্ণ, অনির্ভরশীল, যার একটি মাত্র সমাধান আছে।

www.bdniyog.com

❑ অনুশীলনী- ১২.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ-৩ : $\left.\begin{matrix} 4x - y - 7 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটকে

$\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{matrix}\right\}$ সমীকরণজোটের আকারে প্রকাশ করে $a_1, b_1, c_1, a_1, b_1, c_2$ এর মান বের কর। [পৃষ্ঠা ২০১]

সমাধান প্রদত্ত সমীকরণজোট $\left.\begin{matrix} 4x - y - 7 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{matrix}\right\}$

প্রদত্ত সমীকরণজোটকে $\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{matrix}\right\}$

সমীকরণজোটের আকারে প্রকাশ করলে পাওয়া যায়,

∴ $a_1 = 4, b_1 = -1, c_1 = -7,$

$a_2 = 3, b_2 = 1, c_2 = 0$ (Ans.)

I am here
MyMahbub.Com
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com
I am here
MyMahbub.Com

বা, $\frac{x}{-552} = \frac{y}{-276} = \frac{1}{-46}$

বা, $\frac{x}{552} = \frac{y}{276} = \frac{1}{46}$

$\therefore \frac{x}{552} = \frac{1}{46}$ বা, $x = \frac{552}{46} = 12$

আবার, $\frac{y}{276} = \frac{1}{46}$ বা, $y = \frac{276}{46} = 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (12, 6)$

প্রশ্ন-৬। আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর :

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $\left.\begin{matrix} ax - by = ab \\ bx - ay = ab \end{matrix}\right\}$ বা, $\left.\begin{matrix} ax - by - ab = 0 \\ bx - ay - ab = 0 \end{matrix}\right\}$

$\therefore \frac{x}{(-b) \times (-ab) - (-a)(-ab)} = \frac{y}{(-a) \times b - (-ab) \times a} = \frac{1}{a \times (-a) - b \times (-b)}$

বা, $\frac{-x}{ab^2 - a^2b} = \frac{y}{-ab^2 - a^2b} = \frac{1}{-a^2 + b^2}$

বা, $\frac{x}{-ab(a - b)} = \frac{y}{-ab(a + b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$

বা, $\frac{x}{ab(a - b)} = \frac{y}{-ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$

$\therefore \frac{x}{ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)} = \frac{ab}{a + b}$

আবার, $\frac{y}{-ab(a - b)} = \frac{1}{(a + b)(a - b)}$

বা, $y = \frac{-ab(a - b)}{(a + b)(a - b)} = \frac{-ab}{a + b}$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{-ab}{a + b}\right)$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১২.২

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ – ৩) :

১। $7x - 3y = 31$

$9x - 5y = 41$

সমাধান : $7x - 3y = 31$ ..... (i)

$9x - 5y = 41$ ..... (ii)

(i)নং হতে পাই, $7x = 31 + 3y$

বা, $x = \frac{31 + 3y}{7}$ ..... (iii)

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$9\left(\frac{31 + 3y}{7}\right) - 5y = 41$

বা, $\frac{279 + 27y}{7} - 5y = 41$

বা, $\frac{279 + 27y - 35y}{7} = 41$

বা, $279 - 8y = 287$

বা, $-8y = 287 - 279$

বা, $-8y = 8$

বা, $y = \frac{8}{-8}$

$\therefore y = -1$

এখন y এর মান (iii)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{31 + 3(-1)}{7}$

$= \frac{31 - 3}{7}$

$= \frac{28}{7}$

$= 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, -1)$

২। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

সমাধান : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

বা, $\frac{3x + 2y}{6} = 1$

বা, $3x + 2y = 6$ ..... (i)

এবং $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

বা, $\frac{2x + 3y}{6} = 1$

বা, $2x + 3y = 6$ .....(ii)

(i)নং হতে পাই, $3x = 6 - 2y$

$\therefore x = \frac{6 - 2y}{3}$ ..... (iii)

x এর মান (ii)নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2\left(\frac{6 - 2y}{3}\right) + 3y = 6$

বা, $\frac{12 - 4y}{3} + 3y = 6$

বা, $\frac{12 - 4y + 9y}{3} = 6$

বা, $12 + 5y = 18$

বা, $5y = 18 - 12$

বা, $5y = 6$

$\therefore y = \frac{6}{5}$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

এখন, $\frac{x}{-21} = \frac{1}{-7}$ আবার, $\frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

বা, $-7x = -21$ বা, $-7y = -14$

বা, $x = \frac{21}{7}$ $\therefore y = \frac{14}{7} = 2$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

শুদ্ধি পরীক্ষা :

$x + 2y = 7$ ---- (i)

$2x - 3y = 0$ ----- (ii)

(i) নং সমীকরণে $x = 3$ এবং $y = 2$ মান বসিয়ে পাই,

$x + 2y = 7$

বা, $3 + 2.2 = 7$

বা, $3 + 4 = 7$

বা, $7 = 7$

আবার, (ii) নং সমীকরণে x ও y এর মান বসিয়ে পাই,

$2x - 3y = 0$

বা, $2.3 - 3.2 = 0$

বা, $6 - 6 = 0$

বা, $0 = 0$

$\therefore$ সমাধানের শুদ্ধি পরীক্ষা প্রমাণিত হল।

১০। $4x + 3y = -12$

$2x = 5$

সমাধান : $4x + 3y = -12$

বা, $4x + 3y + 12 = 0$ ..... (i)

এবং $2x = 5$

বা, $2x + 0 - 5 = 0$ ..... (ii)

(i) ও (ii)নং কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{-15-(0\cdot12)} = \frac{y}{12\cdot2-(-5\cdot4)} = \frac{1}{(4\cdot0)-(2\cdot3)}$$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{24+20} = \frac{1}{-6}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$

এখন, $\frac{x}{-15} = \frac{1}{-6}$ এবং $\frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$

বা, $\frac{x}{15} = \frac{1}{6}$ বা, $y = \frac{44}{-6}$

বা, $x = \frac{15}{6}$ $\therefore y = -\frac{22}{3}$

$\therefore x = \frac{5}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, \frac{-22}{3}\right)$

১১। $-7x + 8y = 9$

$5x - 4y = -3$

সমাধান : দেয়া আছে,

$-7x + 8y = 9$

অর্থাৎ $-7x + 8y - 9 = 0$ ---- (i)

এবং $5x - 4y = -3$

অর্থাৎ $5x - 4y + 3 = 0$ ----- (ii)

বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{8\times3-(-9)\times(-4)} = \frac{y}{-9\times5-(-7)\times3} = \frac{1}{-7\times(-4)-5\times8}$$

বা, $\frac{x}{24-36} = \frac{y}{-45+21} = \frac{1}{28-40}$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$

এখন, $\frac{x}{-12} = \frac{1}{-12}$ আবার, $\frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$

বা, $-12x = -12$ বা, $-12y = -24$

$\therefore x = \frac{12}{12}$ বা, $y = \frac{24}{12}$

$\therefore x = 1$ $\therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 2)$

শুদ্ধি পরীক্ষা : সমীকরণ (i) এ বামপক্ষ $= -7x + 8y - 9$

$= -7\times1 + 8\times2 - 9$ [$\because x = 1, y = 2$ বসিয়ে]

$= -7 + 16 - 9 = -16 + 16 = 0$

= ডানপক্ষ

$\therefore -7x + 8y = 9$ সমীকরণটি (1, 2) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ $= 5x - 4y + 3$

$= 5\times1 - 4\times2 + 3$ [$\because x = 1, y = 2$ বসিয়ে]

$= 5 - 8 + 3 = 8 - 8 = 0$

= ডানপক্ষ

$\therefore 5x - 4y + 3 = 0$ সমীকরণটি (1,2) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

$\therefore$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুদ্ধ হয়েছে। (প্রমাণিত)

১২। $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

সমাধান : $3x - y - 7 = 0$ ..... (i)

$2x + y - 3 = 0$ ..... (ii)

(i)নং ও (ii)নং কে আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{(-1)\cdot(-3)-1(-7)} = \frac{y}{-7(2)-(-3)\cdot3} = \frac{1}{3\cdot1-2\cdot(-1)}$$

বা, $\frac{x}{3+7} = \frac{y}{-14+9} = \frac{1}{3+2}$

বা, $\frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

এখন, $\frac{x}{10} = \frac{1}{5}$ এবং $\frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

বা, $x = \frac{10}{5}$ বা, $y = \frac{-5}{5}$

$\therefore x = 2$ $\therefore y = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, -1)$

১৩। $ax + by = a^2 + b^2$

$2bx - ay = ab$

সমাধান : দেয়া আছে, $ax + by = a^2 + b^2$ .....(i)

$2bx - ay = ab$.....(ii)

(i) নং এবং (ii) নং সমীকরণকে পক্ষান্তর করে পাই,

$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$

$2bx - ay - ab = 0$

I am here
MyMahbub.Com
www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ে বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{b\times(-ab)-(-a)\{-(a^2+b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2+b^2)\times 2b-(-ab)\times a} = \frac{1}{-a\times a-2b\times b}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2-a^3-ab^2} = \frac{y}{-2a^2b-2b^3+a^2b} = \frac{1}{-a^2-2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a^3-2ab^2} = \frac{y}{-a^2b-2b^3} = \frac{1}{-a^2-2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a(a^2+2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2+2b^2)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)}$

বা, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{1}{1}$ [ত্রিপক্ষকে $-(a^2+2b^2)$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore x = \frac{a}{1} = a$ এবং $y = \frac{b}{1} = b$.

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a, b)$.

শুদ্ধি পরীক্ষা :

(i) নং সমীকরণ এর বামপক্ষ $= ax + by$

$= a\times a + b\times b$ [$x = a, y = b$ বসিয়ে]

$= a^2 + b^2$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore ax + by = a^2 + b^2$ সমীকরণটি (a, b) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ $= 2bx - ay$

$= 2b\times a - a\times b$ [$\because x = a, y = b$ বসিয়ে]

$= 2ab - ab = ab$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore 2bx - ay = ab$ সমীকরণটি (a, b) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

$\therefore$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

১৪। $y(3+x) = x(6+y)$

$3(3+x) = 5(y-1)$

সমাধান : দেয়া আছে,

$y(3+x) = x(6+y)$ .....(i)

$3(3+x) = 5(y-1)$.....(ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$3y + xy = 6x + xy$

বা, $6x + xy - 3y - xy = 0$

বা, $6x - 3y = 0$

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $9 + 3x = 5y - 5$

বা, $3x - 5y + 9 + 5 = 0$

বা, $3x - 5y + 14 = 0$

অর্থাৎ (i) নং এবং (ii) নং সমীকরণ দুটির ভিন্ন রূপ হল–

$6x - 3y + 0 = 0$ .....(iii)

$3x - 5y + 14 = 0$ .....(iv)

এখন, (iii) নং এবং (iv) নং-সমীকরণে বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-3)\times 14-(-5)\times 0} = \frac{y}{3\times 0-6\times 14} = \frac{1}{6\times(-5)-3(-3)}$$

বা, $\frac{x}{-42+0} = \frac{y}{0-84} = \frac{1}{-30+9}$

বা, $\frac{x}{-42} = \frac{y}{-84} = \frac{1}{-21}$

$\therefore x = \frac{-42}{-21} = 2$ এবং $y = \frac{-84}{-21} = 4$.

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 4)$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

সমীকরণ (i) ও (ii) এ x ও y এর মান যথাক্রমে 2 ও 4 বসালে যদি উভয়পক্ষ অর্থাৎ বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান হয়, তবে সমীকরণ দুইটি (2, 4) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

সমীকরণ (i) এর বামপক্ষ $= y(3+x)$

$= 4(3+2) = 4\times 5 = 20$

এবং ডানপক্ষ $= x(6+y)$

$= 2(6+4) = 2\times 10 = 20$

$\therefore y(3+x) = x(6+y)$ সমীকরণটি (2, 4) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

আবার, সমীকরণ (ii) এর বামপক্ষ $= 3(3+x)$

$= 3(3+2) = 3\times 5 = 15$

এবং ডানপক্ষ $= 5(y-1)$

$= 5(4-1)$

$= 5\times 3 = 15$

$\therefore 3(3+x) = 5(y-1)$ সমীকরণটি (2, 4) দ্বারা সিদ্ধ হয়।

$\therefore$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

১৫। $(x+7)(y-3)+7 = (y+3)(x-1)+5$

$5x - 11y + 35 = 0$

সমাধান : দেয়া আছে, $(x+7)(y-3)+7 = (y+3)(x-1)+5$ ----------(i)

$5x - 11y + 35 = 0$ ----------(ii)

সমীকরণ (i) হইতে পাই, $(x+7)(y-3)+7 = (y+3)(x-1)+5$

বা, $xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy + 3x - y - 3 + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 14 - xy - 3x + y - 2 = 0$

বা, $-6x + 8y - 16 = 0$

বা, $-2(3x - 4y + 8) = 0$

বা, $3x - 4y + 8 = 0$ ----- (iii) [উভয় পক্ষকে -2 দ্বারা ভাগ করে]

সমীকরণ (ii) ও (iii) হইতে পাই

$5x - 11y + 35 = 0$ ---- (ii)

$3x - 4y + 8 = 0$ ----- (iii)

বজ্রগুণন সূত্রানুসারে, $\frac{x}{-11\times 8-(-4)\times 35} = \frac{y}{3\times 35-5\times 8} = \frac{1}{-4\times 5-3\times(-11)}$

I am here
MyMahbub.Com
www.bdniyog.com