www.bdniyog.com

❑ অনুশীলনী- ১১.১

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ : [পৃষ্ঠা-১৮০]

১। 3.5 : 5.6 কে 1 : a এবং b : 1 আকারে প্রকাশ কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, 3.5 : 5.6

$= 1 : \frac{5.6}{3.5}$ [3.5 দ্বারা ভাগ করে]

$= 1 : 1.6$

$= 1 : a$ [যখন a = 1.6]

∴ 3.5 : 5.6 কে 1 : a আকারে প্রকাশ করা হলো।

আবার, 3.5 : 5.6

$= \frac{3.5}{5.6} : 1$ [5.6 দ্বারা ভাগ করে]

$= 0.625 : 1$

$= b : 1$ [যখন b = 0.625]

∴ 3.6 : 5.6 কে b : 1 আকারে প্রকাশ করা হলো।

❑ কাজ : ২। x : y = 5 : 6 হলে 3x : 5y = কত? [পৃষ্ঠা-১৮০]

সমাধান :

দেওয়া আছে, x : y = 5 : 6

বা, $\frac{x}{y} = \frac{5}{6}$

বা, $\frac{3x}{y} = \frac{15}{6}$

বা, $\frac{3x}{5y} = \frac{15}{30}$

বা, 3x : 5y = 15 : 30

∴ 3x : 5y = 1 : 2 **(Ans.)**

❑ কাজ : [পৃষ্ঠা-১৮২]

৩। মাতা ও কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি s বছর। তাদের বয়সের অনুপাত t বছর পূর্বে ছিল r : p, x বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান : মনে করি, মাতার বর্তমান বয়স a বছর এবং কন্যার বর্তমান বয়স b বছর। তাহলে

প্রশ্নানুসারে, a + b = s ..... (i)

$\frac{a-t}{b-t} = \frac{r}{p}$ ..... (ii)

এখন, ii নং থেকে পাই,

$\frac{a-t}{r} = \frac{b-t}{p} = \frac{a+b-2t}{r+p} = \frac{s-2t}{r+p}$ [i নং থেকে]

$\therefore a - t = \frac{(s-2t)r}{r+p}$

বা, $a = \frac{(s-2t)r}{r+p} + t$

এবং $b - t = \frac{(s-2t)p}{r+p}$

বা, $b = \frac{(s-2t)p}{r+p} + t$

∴ x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত

$= \frac{a+x}{b+x}$

$= \frac{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x}{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x}$

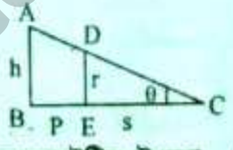
∴ x বছর পরে মাতা ও কন্যার বয়সের অনুপাত হবে,

$\left\{\frac{(s-2t)r}{r+p} + t + x\right\} : \left\{\frac{(s-2t)p}{r+p} + t + x\right\}$ **(Ans.)**

❑ কাজ :

৪। একটি ল্যাম্পপোস্ট থেকে p মিটার দূরে দাঁড়ানো r মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট এক ব্যক্তির ছায়ার দৈর্ঘ্য s মিটার। ল্যাম্পপোস্টের উচ্চতা h মিটার হলে, ঐ ব্যক্তি ল্যাম্পপোস্ট থেকে কত দূরে দাঁড়ানো ছিলেন? [পৃষ্ঠা-১৮২]

সমাধান :



মনে করি, ল্যাম্পপোস্টটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ব্যক্তির উচ্চতা, DE = r মিটার

ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্ব, BE = p মিটার

ব্যক্তির ছায়া, EC = s মিটার

∴ ল্যাম্পপোস্ট থেকে ছায়ার শেষ বিন্দুর দূরত্ব, BC = (p + s) মিটার

যেহেতু, ছায়া উচ্চতার সমানুপাতিক

সুতরাং, $r \propto s$

বা, r = ks [k একটি ধ্রুবক]

বা, $\frac{r}{s} = k$ ..... (i)

আবার, চিত্র থেকে $h \propto (p + s)$

বা, h = k (p + s)

বা, $\frac{h}{p+s} = k$ ..... (ii)

এখন (i) ও (ii)নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{h}{p+s} = \frac{r}{s}$

বা, hs = r(p + s)

বা, hs = rp + rs

বা, rp = hs - rs

বা, $p = \frac{s(h-r)}{r}$

$\therefore p = \left(\frac{h}{r} - 1\right)s$ মিটার

∴ ল্যাম্পপোস্ট থেকে ব্যক্তির দূরত্ব, $p = \left(\frac{h}{r} - 1\right)s$ মিটার।

উত্তর : $\left(\frac{h}{r} - 1\right)s$ মিটার।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $\frac{a^2 - ab + b^2}{a - b + c} = a$ [উভয়পক্ষকে (a+b) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 - ab + b^2 = a(a - b + c)$ [আড়গুণন করে]

বা, $a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ac$

বা, $a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ac$

বা, $b^2 = ac$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore a : b = b : c$

$\therefore$ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী। (প্রমাণিত)

উদাহরণ– ৯॥ যদি $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ হয়, তবে প্রমাণ কর, c = a অথবা a + b + c + d = 0.

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

বা, $\frac{a+b}{b+c} - 1 = \frac{c+d}{d+a} - 1$

বা, $\frac{a+b-b-c}{b+c} - \frac{c+d-d-a}{d+a} = 0$

বা, $\frac{a-c}{b+c} + \frac{a-c}{d+a} = 0$

বা, $(a-c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{d+a}\right) = 0$

বা, $(a-c)\frac{(d+a+b+c)}{(b+c)(d+a)} = 0$

বা, $(a-c)(d+a+b+c) = 0$

হয় $a - c = 0$

বা, $a = c$

অর্থাৎ, $c = a$

অথবা, $a + b + c + d = 0$ (প্রমাণিত)

উদাহরণ– ১০॥ যদি $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y}$ এবং x, y, z সকলে পরস্পর সমান না হয়, তবে প্রমাণ কর যে, প্রতিটি অনুপাতের মান –1 অথবা $\frac{1}{2}$ এর সমান হবে।

সমাধান : মনে করি, $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = k$

অতএব, $\frac{x}{y+z} = k$

$\therefore x = k(y + z)$ ..... (i)

অনুরূপভাবে, $y = k(z + x)$ ..... (ii)

এবং $z = k(x + y)$ .... (iii)

এখন, সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$x - y = k(y + z) - k(z + x)$

বা, $x - y = k(y + z - z - x)$

বা, $x - y = k(y - x)$

বা, $x - y = -k(x - y)$

$\therefore k = -1$; [$\because x - y \neq 0$]

অর্থাৎ, প্রতিটি অনুপাতের মান = –1

আবার, সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) যোগ করে পাই,

$x + y + z = k(y + z) + k(z + x) + k(x + y)$

বা, $x + y + z = k(y + z + z + x + x + y)$

বা, $x + y + z = k(2x + 2y + 2z)$

বা, $x + y + z = 2k(x + y + z)$

বা, $2k = 1$ [$\because x + y + z \neq 0$]

$\therefore k = \frac{1}{2}$

$\therefore$ প্রতিটি অনুপাতের মান –1 অথবা $\frac{1}{2}$ এর সমান। (প্রমাণিত)

উদাহরণ– ১১॥ যদি ax = by = cz হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$

সমাধান : দেওয়া আছে, ax = by = cz

মনে করি, ax = by = cz = k;

তাহলে, ax = k by = k এবং cz = k

$\therefore x = \frac{k}{a} \therefore y = \frac{k}{b} \therefore z = \frac{k}{c}$.

অতএব,

বামপক্ষ $= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$= \frac{\left(\frac{k}{a}\right)^2}{\frac{k}{b}\frac{k}{c}} + \frac{\left(\frac{k}{b}\right)^2}{\frac{k}{c}\frac{k}{a}} + \frac{\left(\frac{k}{c}\right)^2}{\frac{k}{a}\frac{k}{b}}$

$= \frac{k^2}{a^2} \times \frac{bc}{k^2} + \frac{k^2}{b^2} \times \frac{ca}{k^2} + \frac{k^2}{c^2} \times \frac{ab}{k^2}$

$= \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$ (দেখানো হলো)

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান ১১.১

১। দুইটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার ও b মিটার হলে, তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান :

ধরি, ১ম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

এবং ২য় " " " = b

$\therefore$ ১ম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গমিটার

এবং ২য় " " = b^2 "

অতএব, দুইটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের নির্ণেয় অনুপাত = $a^2 : b^2$

২। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত নির্ণয় কর?

সমাধান : আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2,

এখানে r = ব্যাসার্ধ

এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2,

এখানে a = বর্গক্ষেত্রের বাহু।

প্রশ্নমতে, $a^2 = \pi r^2$

বা, $a = \sqrt{\pi r^2} = r\sqrt{\pi}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

এখন, বৃত্তের পরিসীমা = $2\pi r$
এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $4a$
∴ বৃত্তের পরিসীমা : বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $2\pi r : 4a$
= $2\pi r : 4.r\sqrt{\pi}$; [a এর মান বসিয়ে]
= $\frac{2\pi r}{2r} : \frac{2.2r\sqrt{\pi}}{2r} = \pi : 2\sqrt{\pi}$
= $\sqrt{\pi} : 2$ **(Ans.)**

৩। দুইটি সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 এবং তাদের ল. সা. গু. 180; সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, সংখ্যা দুটির অনুপাত = 3: 4
মনে করি, একটি সংখ্যা = $3x$
∴ অপর সংখ্যা = $4x$
এখন, $3x$ এবং $4x$ এর ল. সা. গু = $12x$
প্রশ্নমতে, $12x = 180$
∴ $x = \frac{180}{12}$
∴ $x = 15$
∴ একটি সংখ্যা = $3x = 3 \times 15 = 45$
এবং অপর সংখ্যাটি = $4x = 4 \times 15 = 60$
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা দুটি হলো, 45 এবং 60

৪। একদিন তোমাদের ক্লাসে দেখা গেল অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্রসংখ্যা অনুপাত 1 : 4. অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যাকে মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরায় প্রকাশ কর।

সমাধান :
অনুপস্থিত ও উপস্থিত ছাত্র সংখ্যার অনুপাত = 1 : 4
∴ ধরি অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = x
এবং উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা = $4x$
∴ মোট ছাত্রসংখ্যা = $x + 4x = 5x$
∴ অনুপস্থিত ছাত্র, মোট ছাত্র সংখ্যার = $\frac{x}{5x}$ অংশ
∴ অনুপস্থিত ছাত্র সংখ্যা, মোট ছাত্র সংখ্যার শতকরা হার
= $\frac{x}{5x} \times 100 = 20$
∴ নির্ণেয় অনুপস্থিত ছাত্রসংখ্যা মোট ছাত্র সংখ্যার 20%

৫। একটি দ্রব্য ক্রয় করে 28% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য ও ক্রয়মূল্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ক্রয় মূল্য = 100 টাকা।
∴ 28% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য = (100–28) টাকা
= 72 টাকা।
এখন বিক্রয় মূল্য : ক্রয় মূল্য = 72 : 100
= $\frac{72}{4} : \frac{100}{4}$ [4 দ্বারা ভাগ করে]
= 18 : 25
∴ নির্ণেয় অনুপাত = 18 : 25

৬। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 70 বছর। তাদের বয়সের অনুপাত 7 বছর পূর্বে ছিল 5 : 2। 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে ?

সমাধান :
মনে করি,
7 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = $5x$ বছর
7 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = $2x$ বছর
∴ বর্তমানে পিতার বয়স হবে = $(2x + 7)$ বছর
∴ বর্তমানে পুত্রের বয়স হবে = $(2x + 7)$ বছর
প্রশ্নমতে,
$(5x + 7) + (2x + 7) = 70$
বা, $5x + 7 + 2x + 7 = 70$
বা, $7x + 14 = 70$
বা, $7x = 70 - 14$
বা, $7x = 56$
বা, $x = \frac{56}{7}$
∴ $x = 8$
∴ পিতার বর্তমান বয়স = $5x + 7 = 40 + 7 = 47$ বছর
∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = $2x + 7 = 16 + 7 = 23$ বছর
5 বছর পর পিতার বয়স হবে = 47 + 5 = 52 বছর
5 বছর পর পুত্রের বয়স হবে = 23 + 5 = 28 বছর
∴ 5 বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে
= 52 : 28
= 13 : 7 **(Ans.)**

৭। যদি $a : b = b : c$ হয়, তবে নিম্নলিখিত দাবি গুলো প্রমাণ কর যে,

i) $\frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

সমাধান :
দেয়া আছে, $a : b = b : c$
মনে করি $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$; [এখানে k একটি ধ্রুবক]
এখন $\frac{b}{c} = k$ ∴ $b = ck$
এবং $\frac{a}{b} = k$ ∴ $a = bk$
= $ck.k$ [b এর মান বসিয়ে]
= ck^2
∴ বামপক্ষ = $\frac{a}{c} = \frac{ck^2}{c} = k^2$; [∵ $a = ck^2$]
এবং ডানপক্ষ = $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2 + c^2}$
[a ও b এর মান বসিয়ে]
= $\frac{c^2k^4 + c^2k^2}{c^2k^2 + c^2}$
= $\frac{c^2k^2(k^2+1)}{c^2(k^2+1)} = k^2$
∴ বামপক্ষ = k^2 = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

ii) $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right) = a^3 + b^3 + c^3$

সমাধান : দেয়া আছে, $a : b = b : c$
∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
অর্থাৎ, $b^2 = ac$
এখন, বামপক্ষ = $a^2b^2c^2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)$
= $\frac{a^2b^2c^2}{a^3} + \frac{a^2b^2c^2}{b^3} + \frac{a^2b^2c^2}{c^3}$
= $\frac{a^2.ac.c^2}{a^3} + \frac{(ac)^2b^2}{b^3} + \frac{a^2.ac.c^2}{c^3}$
= $\frac{a^3.c^3}{a^3} + \frac{(b^2)^2b^2}{b^3} + \frac{a^3c^3}{c^3}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$= \frac{a^3c^3}{a^3} + \frac{b^6}{b^3} + \frac{a^3c^3}{c^3}$

$= \frac{a^3c^3}{a^3} + \frac{b^3.b^3}{b^3} + \frac{a^3c^3}{c^3} = c^3 + b^3 + a^3$

অর্থাৎ, $a^3 + b^3 + c^3$ = ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

iii) $\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

ধরি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$

এখন, $\frac{b}{c} = k$ ∴ $b = ck$

এবং $\frac{a}{b} = k$ ∴ $a = bk$

$= ck.k$; [∵ $b = ck$]

$= ck^2$

এখন, বামপক্ষ $= \frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3}$

$= \frac{ck^2.ck.c(ck^2+ck+c)^3}{(ck^2.ck+ck.c+c.ck^2)^3}$; [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= \frac{c^3k^3(ck^2+ck+c)^3}{(c^2k^3+c^2k+c^2k^2)^3}$

$= \frac{\{ck(ck^2+ck+c)\}^3}{(c^2k^3+c^2k+c^2k^2)^3}$

$= \frac{(c^2k^3+c^2k^2+c^2k)^3}{(c^2k^3+c^2k+c^2k^2)^3}$

$= \frac{(c^2k^3+c^2k^2+c^2k)^3}{(c^2k^3+c^2k^2+c^2k)^3}$

$= 1$ = ডানপক্ষ

বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

iv) $a - 2b + c = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(b-c)^2}{c}$

সমাধান : দেয়া আছে, $a : b = b : c$

∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$

∴ $a = bk$, $b = ck$

অর্থাৎ, $a = ck.k = ck^2$

এখন, ১ম অংশ $= a - 2b + c$

$= ck^2 - 2ck + c$

$= c(k^2 - 2k + 1)$ k^2-2k+1

$= c(k-1)^2$

২য় অংশ $= \frac{(a-b)^2}{a}$

$= \frac{(ck^2-ck)^2}{ck^2} = \frac{\{ck(k-1)\}^2}{ck^2}$

$= \frac{c^2k^2(k-1)^2}{ck^2} = c(k-1)^2$

এবং ৩য় অংশ $= \frac{(b-c)^2}{c} = \frac{(ck-c)^2}{c}$

$= \frac{\{c(k-1)\}^2}{c} = \frac{c^2(k-1)^2}{c} = c(k-1)^2$

∴ ১ম অংশ = ২য় অংশ = ৩য় অংশ (প্রমাণিত)

৮। সমাধান কর :

i) $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{1-\sqrt{1-x}}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1-\sqrt{1-x}+1+\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}-1-\sqrt{1-x}} = \frac{1+3}{1-3}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2}{-2\sqrt{1-x}} = \frac{4}{-2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 2$; [উভয়পক্ষকে (−2) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2\sqrt{1-x} = 1$

বা, $(2\sqrt{1-x})^2 = (1)^2$; [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $4(1-x) = 1$

বা, $4 - 4x = 1$

বা, $-4x = 1 - 4$

বা, $-4x = -3$

∴ $x = \frac{3}{4}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান : $\frac{3}{4}$

ii) $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = b$

সমাধান : $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} = b$

বা, $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}-\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\sqrt{a+x}}{2\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$

বা, $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$

বা, $\left(\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}}\right)^2 = \left(\frac{b+1}{b-1}\right)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+1)^2}{(b-1)^2}$

বা, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+2b+1}{b^2-2b+1}$

বা, $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{b^2+2b+1+b^2-2b+1}{b^2+2b+1-b^2+2b-1}$

[পুনঃ যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2a}{2x} = \frac{2b^2+2}{2.2b}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{2(b^2+1)}{2.2b}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{b^2+1}{2b}$

বা, $x(b^2+1) = 2ab$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $x = \frac{2ab}{b^2+1}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{2ab}{b^2+1}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

iii) $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{b}{x}$ $2a>b>0$ এবং $x\neq 0$

সমাধান : এখানে, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}}{a+x+\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{b}{x}$.

বা, $\frac{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})+(a+x+\sqrt{a^2-x^2})}{(a+x-\sqrt{a^2-x^2})-(a+x+\sqrt{a^2-x^2})}=\frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{a+x-\sqrt{a^2-x^2}+a+x+\sqrt{a^2-x^2}}{a+x-\sqrt{a^2-x^2}-a-x-\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{2a+2x}{-2(\sqrt{a^2-x^2})}=\frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{2(a+x)}{2(-\sqrt{a^2-x^2})}=\frac{b+x}{b-x}$

বা, $\frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{b+x}{b-x}$

বা, $\left(\frac{a+x}{-\sqrt{a^2-x^2}}\right)^2=\left(\frac{b+x}{b-x}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{a^2+2ax+x^2}{a^2-x^2}=\frac{b^2+2bx+x^2}{b^2-2bx+x^2}$

বা, $\frac{(a^2+2ax+x^2)+(a^2-x^2)}{(a^2+2ax+x^2)-(a^2-x^2)}=\frac{(b^2+2bx+x^2)+(b^2-2bx+x^2)}{(b^2+2bx+x^2)-(b^2-2bx+x^2)}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{a^2+2ax+x^2+a^2-x^2}{a^2+2ax+x^2-a^2+x^2}=\frac{b^2+2bx+x^2+b^2-2bx+x^2}{b^2+2bx+x^2-b^2+2bx-x^2}$

বা, $\frac{2a^2+2ax}{2ax+2x^2}=\frac{2b^2+2x^2}{4bx}$

বা, $\frac{2(a^2+ax)}{2(ax+x^2)}=\frac{2(b^2+x^2)}{2.2bx}$

বা, $\frac{a^2+ax}{ax+x^2}=\frac{b^2+x^2}{2bx}$

বা, $\frac{a(a+x)}{x(a+x)}=\frac{b^2+x^2}{2bx}$

বা, $a=\frac{b^2+x^2}{2b}$

বা, $2ab=b^2+x^2$

বা, $x^2=2ab-b^2$

বা, $x=\pm\sqrt{2ab-b^2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $x=\pm\sqrt{2ab-b^2}$

iv. $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}=5$

সমাধান : $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}=\frac{5}{1}$

বা, $\frac{(\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6})+(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6})}{(\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6})-(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6})}=\frac{5+1}{5-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+6}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x-6}}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}-\sqrt{x-1}+\sqrt{x-6}}=\frac{6}{4}$

বা, $\frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-6}}=\frac{3}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-6}}=\frac{3}{2}$

বা, $\frac{x-1}{x-6}=\frac{9}{4}$ [উভয় পক্ষে বর্গ করে]

বা, $9x-54=4x-4$

বা, $9x-4x=-4+54$

বা, $5x=50$

বা, $x=\frac{50}{5}$ $\therefore x=10$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $x=10$

v. $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}}=c$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমাধান : $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}} = \frac{C}{1}$

বা, $\frac{(\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b})+(\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b})}{(\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b})-(\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b})} = \frac{c+1}{c-1}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}+\sqrt{ax+b}-\sqrt{ax-b}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}-\sqrt{ax+b}+\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$

বা, $\frac{2\sqrt{ax+b}}{2\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$

বা, $\frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{ax-b}} = \frac{c+1}{c-1}$

বা, $\frac{ax+b}{ax-b} = \frac{(c+1)^2}{(c-1)^2}$ [বর্গ করে]

বা, $\frac{ax+b}{ax-b} = \frac{c^2+2c+1}{c^2-2c+1}$

বা, $(ax+b)(c^2-2c+1) = (ax-b)(c^2+2c+1)$

বা, $axc^2 - 2acx + ax + bc^2 - 2bc + b$
$= axc^2 + 2acx + ax - bc^2 - 2bc - b$

বা, $\cancel{axc^2} - 2acx + \cancel{ax} + bc^2 - \cancel{2bc} + b - \cancel{axc^2}$
$- 2acx - \cancel{ax} + bc^2 + \cancel{2bc} + b = 0$

বা, $-4acx + 2bc^2 + 2b = 0$

বা, $-2acx + bc^2 + b = 0$

বা, $-2acx = -bc^2 - b$ [(–) দ্বারা গুণ করে]

বা, $2acx = bc^2 + b$

$\therefore x = \frac{b(c^2+1)}{2ac}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{b(c^2+1)}{2ac}$

vi. $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

সমাধান : $81\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^3 = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $81\frac{(1-x)^3}{(1+x)^3} = \frac{1+x}{1-x}$

বা, $81 = \frac{1+x}{1-x}\cdot\frac{(1+x)^3}{(1-x)^3}$

[উভয় পক্ষকে $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^3$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $3^4 = \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4}$

বা, $3^4 = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$

বা, $\pm 3 = \frac{1+x}{1-x}$

এখন, যদি $\frac{1+x}{1-x} = 3$ হয় তবে

$1+x = 3(1-x)$
বা, $1+x = 3-3x$
বা, $x+3x = 3-1$
বা, $4x = 2$
বা, $x = \frac{2}{4}$

$\therefore x = \frac{1}{2}$

আবার,

$\frac{1+x}{1-x} = -3$ হলে,

$1+x = -3(1-x)$
বা, $1+x = -3+3x$
বা, $1+3 = 3x-x$
বা, $4 = 2x$
$\therefore x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $x = \frac{1}{2}, 2$

৯। $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে দেখাও যে,

i) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2}$

সমাধান : দেয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore a = bk, c = dk$

এখন, বামপক্ষ $= \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}$

$= \frac{(bk)^2+bk.b+b^2}{(bk)^2-bk.b+b^2}$ [a-এর মান বসিয়ে]

$= \frac{b^2k^2+b^2k+b^2}{b^2k^2-b^2k+b^2}$

$= \frac{b^2(k^2+k+1)}{b^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$

এবং ডানপক্ষ $= \frac{c^2+cd+d^2}{c^2-cd+d^2}$

$= \frac{(dk)^2+dk.d+d^2}{(dk)^2-dk.d+d^2}$

$= \frac{d^2k^2+d^2k+d^2}{d^2k^2-d^2k+d^2}$

$= \frac{d^2(k^2+k+1)}{d^2(k^2-k+1)} = \frac{k^2+k+1}{k^2-k+1}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

ii) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$

সমাধান : দেয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\therefore a = bk, \quad c = dk$

বামপক্ষ $= \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(bk)^2+b^2}{(bk)^2-b^2}$

$= \frac{b^2k^2+b^2}{b^2k^2-b^2} = \frac{b^2(k^2+1)}{b^2(k^2-1)} = \frac{k^2+1}{k^2-1}$

মধ্যপক্ষ $= \frac{ac+bd}{ac-bd}$

$= \frac{bk.dk+bd}{bk.dk-bd}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{bdk^2+bd}{bdk^2-bd}$

$= \frac{bd(k^2+1)}{bd(k^2-1)} = \frac{k^2+1}{k^2-1}$

শেষ পক্ষ $= \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$

$= \frac{(dk)^2+d^2}{(dk)^2-d^2}$ [মান বসিয়ে]

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$= \frac{d^2k^2 + d^2}{d^2k^2 - d^2}$

$= \frac{d^2(k^2+1)}{d^2(k^2-1)} = \frac{k^2+1}{k^2-1}$

∴ বামপক্ষ = মধ্যপক্ষ = শেষপক্ষ

অর্থাৎ $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ac+bd}{ac-bd} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$ (দেখানো হলো)

১০। $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, দেখাও যে,

i) $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$

সমাধান :

দেয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$ =

∴ $a = bk$, $b = ck$, $c = dk$

অর্থাৎ $a = ck.k = dk.k^2 = dk^3$

এবং $b = ck = dk.k = dk^2$

এখন, বামপক্ষ, $\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3}$

$= \frac{(dk^3)^3 + (dk^2)^3}{(dk^2)^3 + (dk)^3} = \frac{d^3k^9 + d^3k^6}{d^3k^6 + d^3k^3}$

$= \frac{d^3k^6(k^3+1)}{d^3k^3(k^3+1)} = k^3$

এবং ডানপক্ষ, $\frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$

$= \frac{(dk^2)^3 + (dk)^3}{(dk)^3 + d^3} = \frac{d^3k^6 + d^3k^3}{d^3k^3 + d^3}$

$= \frac{d^3k^3(k^3+1)}{d^3(k^3+1)} = k^3$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

ii) $(a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) = (ab+bc+cd)^2$

সমাধান : দেয়া আছে, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

মনে করি, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$

∴ $a = bk$, $b = ck$, $c = dk$

অর্থাৎ $a = bk = ck.k = dk.k.k = dk^3$

এবং $b = ck = dk.k = dk^2$

এখন, বামপক্ষ

$= (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2)$

$= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\}\{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$

$= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$

$= d^2k^2(k^4+k^2+1).\ d^2(k^4+k^2+1)$

$= d^4k^2(k^4+k^2+1)^2$

আবার, ডানপক্ষ

$= (ab+bc+cd)^2$

$= (dk^3.dk^2 + dk^2.dk + dk.d)^2$

$= (d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)^2$

$= \{d^2k(k^4+k^2+1)\}^2 = d^4k^2(k^4+k^2+1)^2$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১১। $x = \frac{4ab}{a+b}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$, $a \neq b$

সমাধান : দেয়া আছে, $x = \frac{4ab}{a+b}$

∴ $\frac{x}{2a} = \frac{4ab}{2a(a+b)}$ [উভয় পক্ষকে 2a দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$ ------- (i)

আবার, $x = \frac{4ab}{a+b}$

বা, $\frac{x}{2b} = \frac{4ab}{2b(a+b)}$ [উভয় পক্ষকে 2b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$ --------- (ii)

এখন, (i) এবং (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

∴ $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a-3a-b}{b-a}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2b-2a}{b-a}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2(b-a)}{(b-a)}$

বা, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$

∴ $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$ (দেখানো হল)

১২। $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

সমাধান : দেয়া আছে, $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} + \sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1} - \sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}$

[যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt[3]{m+1}}{2\sqrt[3]{m-1}}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$

বা, $\frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{(\sqrt[3]{m+1})^3}{(\sqrt[3]{m-1})^3}$ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3-3x^2+3x-1} = \frac{m+1}{m-1}$

বা, $\frac{x^3+3x^2+3x+1+x^3-3x^2+3x-1}{x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1} = \frac{m+1+m-1}{m+1-m+1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^3+2.3x}{2.3x^2+2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{2(x^3+3x)}{2(3x^2+1)} = \frac{m}{1}$

বা, $\frac{x^3+3x}{3x^2+1} = \frac{m}{1}$

বা, $x^3+3x = m(3x^2+1)$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $x^3+3x = 3mx^2+m$

∴ $x^3-3mx^2+3x-m=0$ (প্রমাণিত)

১৩। $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$ হলে, দেখাও যে, $3bx^2-4ax+3b=0$

সমাধান : দেয়া আছে, $x = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}+\sqrt{2a+3b}-\sqrt{2a-3b}}{\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}-\sqrt{2a+3b}+\sqrt{2a-3b}}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2\sqrt{2a+3b}}{2\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a-3b}}$

বা, $\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{(\sqrt{2a+3b})^2}{(\sqrt{2a-3b})^2}$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1} = \frac{2a+3b}{2a-3b}$

বা, $\frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1}{x^2+2x+1-x^2+2x-1} = \frac{2a+3b+2a-3b}{2a+3b-2a+3b}$ [পুনঃ যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2x^2+2}{2.2x} = \frac{2.2a}{2.3b}$

বা, $\frac{2(x^2+1)}{2.2x} = \frac{2.2a}{2.3b}$

বা, $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{2a}{3b}$

বা, $3b(x^2+1) = 2a.2x$

বা, $3bx^2+3b = 4ax$

∴ $3bx^2-4ax+3b=0$ (দেখানো হলো)

১৪। $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

সমাধান : দেয়া আছে, $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $(a^2+b^2)(b+c)^2 = (b^2+c^2)(a+b)^2$

বা, $(a^2+b^2)(b^2+2bc+c^2) = (b^2+c^2)(a^2+2ab+b^2)$

বা, $a^2b^2+2a^2bc+a^2c^2+b^4+2b^3c+b^2c^2 = a^2b^2+2ab^3+b^4+a^2c^2+2abc^2+b^2c^2$

বা, $a^2b^2-a^2b^2+2a^2bc+a^2c^2-a^2c^2+b^4-b^4+2b^3c+b^2c^2-b^2c^2 = 2ab^3+2abc^2$

বা, $2a^2bc+2b^3c = 2ab^3+2abc^2$

বা, $a^2c+b^2c = ab^2+ac^2$ [উভয় পক্ষকে 2b দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2c-ac^2 = ab^2-b^2c$

বা, $ac(a-c) = b^2(a-c)$

বা, $ac = b^2$ [উভয় পক্ষকে $(a-c)$ দ্বারা ভাগ করে]

∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

অর্থাৎ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী (প্রমাণিত)

১৫। $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}$

সমাধান : মনে করি, $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$

∴ $x = k(b+c)$, $y = k(c+a)$, $z = k(a+b)$

১মপক্ষ $= \frac{a}{y+z-x} = \frac{a}{k(c+a)+k(a+b)-k(b+c)}$

$= \frac{a}{k(c+a+a+b-b-c)} = \frac{a}{2ak} = \frac{1}{2k}$

২য় পক্ষ $= \frac{b}{z+x-y}$

$= \frac{b}{k(a+b)+k(b+c)-k(c+a)}$

$= \frac{b}{k(a+b+b+c-c-a)} = \frac{b}{2bk} = \frac{1}{2k}$

৩য় পক্ষ $= \frac{c}{x+y-z}$

$= \frac{c}{k(b+c)+k(c+a)-k(a+b)}$

$= \frac{c}{k(b+c+c+a-a-b)} = \frac{c}{2ck} = \frac{1}{2k}$

∴ ১ম পক্ষ = ২য় পক্ষ = ৩য় পক্ষ (প্রমাণিত)

১৬। $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

সমাধান : ধরি, $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$

∴ $bz-cy = ak$ — (i)

$cx-az = bk$ — (ii)

$ay-bx = ck$ — (iii)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

সমীকরণ (i) কে a, (ii) কে b এবং (iii) কে c দ্বারা গুণ করে পাই,

$abz - acy = a^2k$
$bcx - abz = b^2k$
$acy - bcx = c^2k$

(+) করে $0 = a^2k + b^2k + c^2k$
বা, $a^2k + b^2k + c^2k = 0$
বা, $k(a^2 + b^2 + c^2) = 0$
$\therefore k = \frac{0}{a^2 + b^2 + c^2} = 0$

i) নং সমীকরণে $k = 0$ বসিয়ে পাই,
$bz - cy = a.0$
বা, $bz - cy = 0$
বা, $bz = cy$
বা, $\frac{z}{c} = \frac{y}{b}$ [উভয় পক্ষকে bc দ্বারা ভাগ করে]

ii) নং সমীকরণে $k = 0$ বসিয়ে পাই,
$cx - az = b.0$
বা, $cx - az = 0$
বা, $cx = az$
বা, $\frac{x}{a} = \frac{z}{c}$ [উভয় পক্ষকে ac দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ (প্রমাণিত)

১৭। $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a=b=c$.

সমাধান : এখানে আছে, $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c}$

বা, $\frac{a+b-c-a-b}{a+b} = \frac{b+c-a-b-c}{b+c}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{-c}{a+b} = \frac{-a}{b+c}$

বা, $\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c}$

বা, $\frac{c+a+b}{a+b} = \frac{a+b+c}{b+c}$ [যোজন করে]

যেহেতু, $a+b+c \neq 0$ সুতরাং $a+b+c$ দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে পাই, $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{b+c}$

বা, $a+b = b+c$
বা, $a+b-b = c$
$\therefore a = c$ ---------- (i)

আবার, $\frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$

বা, $\frac{b+c-a-b-c}{b+c} = \frac{c+a-b-c-a}{c+a}$ [বিয়োজন করে]

বা, $\frac{-a}{b+c} = \frac{-b}{c+a}$

বা, $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$

বা, $\frac{a+b+c}{b+c} = \frac{b+c+a}{c+a}$ [যোজন করে]

যেহেতু $a+b+c \neq 0$, সুতরাং $(a+b+c)$ দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে পাই, $\frac{1}{b+c} = \frac{1}{c+a}$

বা, $c+a = b+c$
বা, $c+a-c = b$
$\therefore a = b$ ---------- (ii)

(i) এবং (ii) থেকে পাই, $a = b = c$ (প্রমাণিত)

১৮। $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x+y+z \neq 0$ হলে, দেখাও যে, প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{a+b+c}$

সমাধান : মনে করি,

$\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc} = k$

$\therefore x = k(xa+yb+zc)$ .....(i)
$y = k(ya+zb+xc)$ .....(ii)
এবং $z = k(za+xb+yc)$ .....(iii)

সমীকরণ (i), (ii) এবং (iii) নং যোগ করে পাই,

$x+y+z = k(xa+yb+zc+ya+zb+xc+za+xb+yc)$
$= k(xa+xb+xc+ya+yb+yc+za+zb+zc)$
$= k\{x(a+b+c)+y(a+b+c)+z(a+b+c)\}$
$= k(a+b+c)(x+y+z)$

$\therefore x+y+z = k(a+b+c)(x+y+z)$

উভয় পক্ষকে $(x+y+z)$ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$1 = k(a+b+c)$
$\therefore k = \frac{1}{a+b+c}$

যেহেতু প্রতিটি অনুপাতের মান k ধরা হয়েছে
সেহেতু k এর মান $= \frac{1}{a+b+c}$

অতএব, প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{a+b+c}$. (দেখানো হল)

১৯। $(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{p}$

সমাধান : দেয়া আছে,

$(a+b+c)p = (b+c-a)q = (c+a-b)r = (a+b-c)s$

বা, $\frac{1}{(a+b+c)p} = \frac{1}{(b+c-a)q}$
$= \frac{1}{(c+a-b)r} = \frac{1}{(a+b-c)s}$ [বিপরীতকরণ করে]

মনে করি, $\frac{1}{(a+b+c)p} = \frac{1}{(b+c-a)q}$
$= \frac{1}{(c+a-b)r} = \frac{1}{(a+b-c)s} = k$

এখন, $\frac{1}{(a+b+c)p} = k$

বা, $\frac{1}{p} = k(a+b+c)$ ..... (i)

আবার, $\frac{1}{(b+c-a)q} = k$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$\therefore \frac{1}{q} = k(b + c - a)$

আবার, $\frac{1}{(c + a - b)r} = k$

$\therefore \frac{1}{r} = k(c + a - b)$

আবার, $\frac{1}{(a + b - c)s} = k$

$\therefore \frac{1}{s} = k(a + b - c)$

$\therefore$ বামপক্ষ $= \frac{1}{q} + \frac{1}{r} + \frac{1}{s}$

$= k(b + c - a) + k(c + a - b) + k(a + b - c)$ [q, r, s এর মান বসিয়ে]

$= k(b + c - a + c + a - b + a + b - c)$

$= k(a + b + c)$

$= \frac{1}{p}$ [(i) -এর সাহায্যে]

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)।

২০। যদি $lx = my = nz$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$

সমাধান : দেয়া আছে, $lx = my = nz$

$\therefore lx = my$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{m}{l}$ অথবা, $\frac{y}{x} = \frac{l}{m}$

আবার, $my = nz$

$\therefore \frac{y}{z} = \frac{n}{m}$ অথবা, $\frac{z}{y} = \frac{m}{n}$

এবং $lx = nz$

বা, $\frac{x}{z} = \frac{n}{l}$ অথবা, $\frac{z}{x} = \frac{l}{n}$

এখন, বাম পক্ষ $= \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}$

$= \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \cdot \frac{y}{x} + \frac{z}{x} \cdot \frac{z}{y}$

$= \frac{m}{l} \cdot \frac{n}{l} + \frac{n}{m} \cdot \frac{l}{m} + \frac{l}{n} \cdot \frac{m}{n}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{mn}{l^2} + \frac{nl}{m^2} + \frac{lm}{n^2}$ = ডান পক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

২১। যদি $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{p}{q} = \frac{a^2}{b^2}$ ..... (i)

এবং $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$

বা, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\sqrt{a+q}}{\sqrt{a-q}}$ ..... (ii)

(i) ও (ii) নং থেকে পাই, $\frac{p}{q} = \frac{\left(\sqrt{a+q}\right)^2}{\left(\sqrt{a-q}\right)^2}$

বা, $\frac{p}{q} = \frac{a+q}{a-q}$

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-(a-q)}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{a+q+a-q}{a+q-a+q}$

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{2a}{2q}$

বা, $\frac{p+q}{p-q} = \frac{a}{q}$

বা, $\frac{p+q}{a} = \frac{p-q}{q}$ (দেখানো হলো)

❑ অনুশীলনী- ১১.২

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ : [পৃষ্ঠা-১৯১]

১। তোমাদের শ্রেণিতে 35 জন ছাত্র ও 25 জন ছাত্রী আছে। বনভোজনে খিচুরি খাওয়ার জন্য প্রত্যেক ছাত্র ও ছাত্রীর প্রদত্ত চাল ও ডালের অনুপাত যথাক্রমে 3 : 1 এবং 5 : 2 হলে, মোট চাল ও মোট ডালের অনুপাত বের কর।

সমাধান : মনে করি, প্রত্যেক ছাত্রের চালের পরিমাণ 3x একক

$\therefore$ 35 জন ছাত্রের চালের পরিমাণ $(35 \times 3x)$ বা 105x একক

প্রত্যেক ছাত্রের ডালের পরিমাণ x একক

$\therefore$ 35 জন ছাত্রের ডালের পরিমাণ $(35 \times x)$ বা 35x একক

আবার, মনে করি, প্রত্যেক ছাত্রীর চালের পরিমাণ 5x একক

$\therefore$ 25 জন ছাত্রীর চালের পরিমাণ $(25 \times 5x)$ বা 125x একক

এবং ডালের পরিমাণ 2x একক

25 ছাত্রীর ডালের পরিমাণ $(25 \times 2x)$ বা 50x একক

$\therefore$ মোট চালের পরিমাণ $(105x + 125x)$ বা 230x একক

মোট ডালের পরিমাণ $(35x + 50x)$ বা 85x একক

$\therefore$ মোট চাল : মোট ডাল $= 230x : 85x = 46 : 17$ [5x দ্বারা ভাগ করে]

www.bdniyog.com