www.bdniyog.com

অধ্যায় ১০

দূরত্ব ও উচ্চতা

I ❤ MyMahbub

❑ অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা

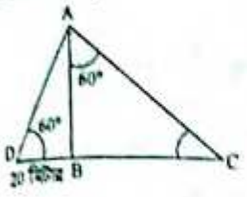
- ভূ-রেখা, উর্ধ্ব রেখা, অবনতি কোণ ও অবনতি কোণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ত্রিকোণমিতির সাহায্যে দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক গাণিতিক সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- ত্রিকোণমিতির সাহায্যে হাতে-কলমে দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক বিভিন্ন পরিমাপ করতে পারবে।

❑ অনুশীলনী- ১০

পাঠ্যবইয়ের কাজসমূহের সমাধান

❑ কাজ :

[পৃষ্ঠা- ১৭৫]

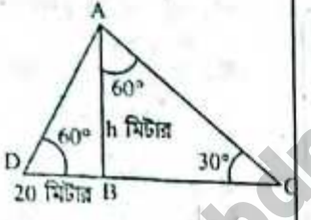


চিত্রে AB একটি গাছ। চিত্রে প্রদত্ত তথ্য থেকে–

১. গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

২. গাছটির পাদদেশে থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, গাছটির উচ্চতা, AB = h মিটার

BD = 20 মিটার

ΔABD এর ক্ষেত্রে,

উন্নতি কোণ ∠ADB = 60°

ΔABC-এর ক্ষেত্রে, ∠BAC = 60°

উন্নতি কোণ ∠ACB = (90° – 60°) = 30°

গাছটির পাদদেশ থেকে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব অর্থাৎ BC এর দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।

ΔABD-এ

$\tan\angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{20}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{20}$

বা, $h = 20\sqrt{3} = 34.641$ (প্রায়)

∴ গাছের উচ্চতা 34.641 মিটার (প্রায়)

আবার, ΔABC-এ

বা, $\tan\angle ACB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{20\sqrt{3}}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{BC}$

বা, $BC = 20(\sqrt{3})^2$

বা, $BC = 20 \times 3$

∴ $BC = 60$

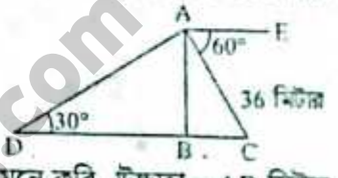
∴ দূরত্ব BC = 60 মিটার

উত্তর : গাছের উচ্চতা 34.641 (মিটার (প্রায়) এবং দূরত্ব 60 মিটার।

❑ কাজ :

[পৃষ্ঠা- ১৭৬]

১। চিত্রে অবনতি ∠CAE = 60°, উন্নতি ∠ADB = 30° AC = 36 মিটার এবং B, C, D একই সরলরেখায় অবস্থিত হলে, AB, AD এবং CD বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



সমাধান : মনে করি, উচ্চতা = AB মিটার

ΔABC এর ভূমি = BC মি.

ΔABD এর ভূমি = BD মি.

AC = 36 মিটার

ΔABC এর অবনতি কোণ ∠CAE = 60°

∴ উন্নতি কোণ ∠ACB = 60°

ΔABD এর উন্নতি কোণ ∠ADB = 30°

এখন, ΔABC এর ক্ষেত্রে,

$\sin\angle ACB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC}$

বা, $\sin 60° = \frac{AB}{36}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{36}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{18}$

বা, $AB = 18\sqrt{3}$

বা, $AB = 18 \times 1.732$

∴ AB = 31.177 (প্রায়)

আবার, $\cos\angle ACB = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC}$

বা, $\cos 60° = \frac{BC}{36}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{36}$

বা, $1 = \frac{BC}{18}$

∴ BC = 18

ΔABD-এর ক্ষেত্রে,

$\tan\angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{18\sqrt{3}}{}$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{BD}$

বা, $BD = 18(\sqrt{3})^2$

$\therefore BD = 54$

এবং $\sin\angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

বা, $\sin 30° = \frac{AB}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{AD}$

বা, $AD = 36\sqrt{3}$

$\therefore AD = 62.354$ (প্রায়)

$\therefore CD = (BC + BD)$ মিটার

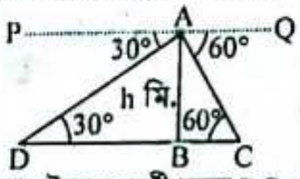
$= (18 + 54)$ মিটার $= 72$ মিটার

উত্তর : $AB = 31.177$ মিটার (প্রায়), $AD = 62.354$, মি. (প্রায়), $CD = 72$ মি.

❑ **কাজ :** [পৃষ্ঠা- ১৭৭]

দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপরে একটি বেলুন উড়ছে। বেলুনের স্থানে ঐ মাইল পোস্ট দুইটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° হলে, বেলনুটির উচ্চতা মিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বেলুনের উচ্চতা $AB = h$ মিটার।



দুইটি মাইল পোস্টের মধ্যবর্তী দূরত্ব $DC = 1000$ মিটার।

$BC = x$ মিটার, $BD = (1000 - x)$ মিটার।,

ΔABD এর অবনতি কোণ $\angle PAD = 30°$

উন্নত কোণ $\angle ADB = 30°$

আবার, ΔABC এর অবনতি কোণ $\angle QAC = 60°$

$\therefore$ উন্নতি কোণ $\angle ACB = 60°$

এখন, ΔABC এর ক্ষেত্রে,

$\tan\angle ACB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\therefore x = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ..... (i)

আবার, ΔABD-এর ক্ষেত্রে,

$\tan\angle ADB = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BD}$

বা, $\tan 30° = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{1000 - x}$

বা, $\sqrt{3}h = 1000 - x$

বা, $x = 1000 - \sqrt{3}h$ ..... (ii)

(i) নং ও (ii). নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{h}{\sqrt{3}} = 100 - \sqrt{3}h$

বা, $\sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)h = 1000$

বা, $\left(\frac{3+1}{\sqrt{3}}\right)h = 1000$

বা, $h = \frac{1000\sqrt{3}}{4}$

বা, $h = 250\sqrt{3}$

বা, $h = 250 \times 1.732$

$\therefore h = 433.013$ (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় বেলুনটির উচ্চতা 433.013 মিটার (প্রায়)।

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনীর সমাধান

১। ক) $\angle CAD$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

খ) AB ও BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ) A ও D এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

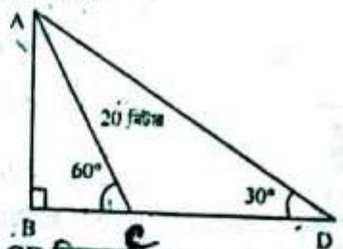
ক) দেওয়া আছে, $\angle ACB = 60°$

তাহলে, $\angle ACB + \angle ACD = 180°$

বা, $60° + \angle ACD = 180°$ - [$\because$ সরল কোণ বলে]

বা, $\angle ACD = 180° - 60°$

$\therefore \angle ACD = 120°$



এখন, ΔACD ত্রিভুজে -এ

$\angle ACD + \angle ADC + \angle CAD = 180°$

বা, $120° + 30° + \angle CAD = 180°$

বা, $150° + \angle CAD = 180°$

বা, $\angle CAD = 180° - 150°$

$\therefore \angle CAD = 30°$ (Ans.)

খ) দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ $AC = 20$ মিটার এবং অতিভুজ সংলগ্ন কোণ $\angle ACB = 60°$

$\therefore$ AB এর দৈর্ঘ্য $= \frac{AB}{AC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin\angle ACB$

বা, $\frac{AB}{20} = \sin 60°$

বা, $\frac{AB}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\frac{AB}{10} = \sqrt{3}$

বা, $AB = 10\sqrt{3}$

$\therefore AB = 17.321$ মিটার (প্রায়)

আবার, BC এর দৈর্ঘ্য $= \frac{BC}{AC} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \cos\angle ACB$

বা, $\frac{BC}{20} = \cos 60°$

বা, $\frac{BC}{20} = \frac{1}{2}$

বা, $BC = \frac{20}{2}$

$\therefore BC = 10$ মিটার।

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

অতএব, AB ও BC এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 17·321 মিটার ও 10 মিটার। (Ans.)

গ) আবার, আবার, ΔABD-এ

$\angle ADB = 30°$

$\therefore \Delta ABD$-এ

$\sin \angle ADB = \frac{AB}{AD}$

বা, $\sin 30° = \frac{17.321}{AD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{17.321}{AD}$

বা, $AD = 34.642$

$\therefore$ A ও D এর দূরত্ব 34.642 মিটার (Ans.)

২। দুটি কিলোমিটার পোস্ট A ও B এর মধ্যবর্তী কোনো স্থানের উপর O বিন্দুতে একটি হেলিকপ্টার হতে ঐ কিলোমিটার পোস্টদ্বয়ের অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°।

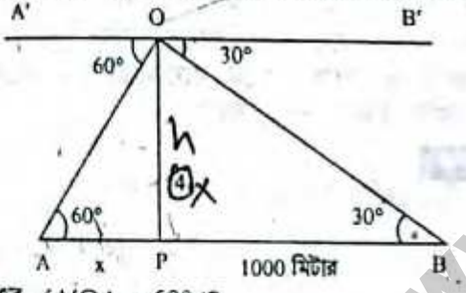
ক) সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর।

খ) হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে কত উঁচুতে অবস্থিত?

গ) A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, O বিন্দুতে হেলিকপ্টারের অবস্থান এবং ধরি, A ও B এক কিলোমিটার দূরবর্তী দুইটি পোস্টের চূড়া। O থেকে A ও B এর অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° এবং 30°।



এতএব $\angle A'OA = 60°$ ও

$\angle B'OB = 30°$

এখন, A'B' ও AB সমান্তরাল বলে

$\angle A'OA = \angle OAB = 60°$ ও

$\angle B'OB = \angle OBA = 30°$

এখানে, AB = 1000 মিটার। O থেকে AB এর উপর লম্ব OP = h মিটার।

মনেকরি, AP = x মিটার, OP = h মিটার।

অতএব, BP = AB − AP = (1000 − x) মিটার।

খ) মাটি থেকে হেলিকপ্টারে উচ্চতা নির্ণয় চিত্রে, AOP সমকোণী ত্রিভুজ, $\frac{OP}{AP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle OAB$

বা, $\frac{OP}{AP} = \tan 60°$

বা, $\frac{h}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore h = \sqrt{3}x$ ..... (i)

আবার, BOP সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{OP}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle OBA$

বা, $\frac{OP}{BP} = \tan 30°$

বা, $\frac{h}{1000 - x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}h$

বা, $1000 - x = \sqrt{3}.\sqrt{3}.x$

বা, $1000 - x = 3x$

বা, $1000 = 3x + x$

বা, $4x = 1000$

বা, $x = \frac{1000}{4}$

$\therefore x = 250$

এখন (i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$h = \sqrt{3} \times 250$

$= 1·732050807 \times 250$

$= 433·0127017$

$\therefore = 433·013$

অতএব হেলিকপ্টারটি মাটি থেকে 433.013 মিটার উঁচুতে অবস্থিত (Ans.)

গ) A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় :

A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব হলো AO এর দৈর্ঘ্যের সমান দূরত্ব।

এখন, OAP সমকোণী ত্রিভুজের OP = 433.013 মিটার এবং AP = 250 মিটার

(খ) হতে পাই,

$\therefore$ OAP সমকোণী ত্রিভুজে,

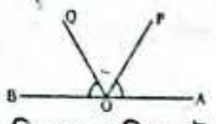
$OA = \sqrt{AP^2 + OP^2}$

$= \sqrt{(250)^2 + (433·013)^2}$

$= \sqrt{62500 + 187500·2582}$

$= 500$ মিটার।

অতএব, A বিন্দু থেকে হেলিকপ্টারের সরাসরি দূরত্ব 500 মিটার। (Ans.)



৩। ওপরের চিত্রের O বিন্দুতে P বিন্দুর উন্নতি কোন কোনটি ?

ক) $\angle QOB$ খ) $\angle POA$ গ) $\angle QOA$ ঘ) $\angle POB$

উত্তর : খ) $\angle POA$

৪। i) ভূ-রেখা হচ্ছে ভূমি তলে অবস্থিত যেকোনো সরলরেখা।

ii) ঊর্ধ্বরেখা হচ্ছে ভূমি তলের ওপর লম্ব যেকোনো সরলরেখা।

iii) ভূমিতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত পরস্পরচ্ছেদী ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখা একটি তল নির্দিষ্ট করে এ তলকে উলম্ব তল বলে।

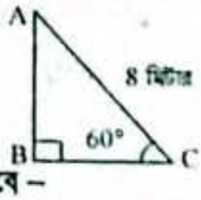
ওপরের বাক্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর : (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্র অনুযায়ী ৫ – ৬ প্রশ্ন দুইটির উত্তর দাও।



৫। BC এর দৈর্ঘ্য হবে –

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ m খ 4m গ $4\sqrt{2}$m ঘ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ m

উত্তর : খ) 4m

৬। AB এর দৈর্ঘ্য হবে –

ক $\frac{4}{\sqrt{3}}$ m খ 4m গ $4\sqrt{2}$m ঘ $4\sqrt{3}$m

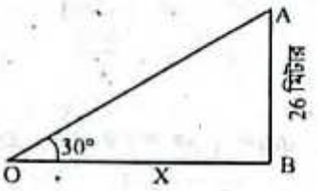
উত্তর : ঘ) $4\sqrt{3}$m

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৭। একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলো, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, মিনাটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A.



মনে করি, মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব OB = X মিটার।

∴ ∠AOB = 30° এবং AB = 26 মিটার।

এখন, $\tan\angle AOB = \frac{AB}{OB}$

বা, $\tan 30° = \frac{26}{X}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{X}$

বা, $X = 26\sqrt{3}$

বা, $X = 26 \times 1.73205$

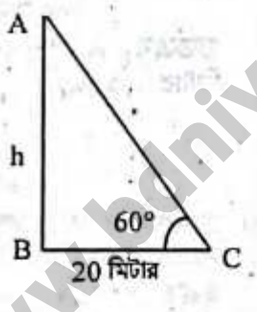
বা, $X = 45.03332098$

বা, $X = 45.033$

∴ মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব = 45.033 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৮। একটি গাছের পাদদেশ থেকে ২০ মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ায় উন্নতি কোন 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গাছের পাদদেশ B এবং ভূতলের নির্দিষ্ট বিন্দু C এবং চূড়া A



এখানে, BC = 20 মিটার

এবং ∠ACB = 60°

ধরি, গাছের উচ্চতা, AB = h

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BCA$

বা, $\frac{AB}{BC} = \tan 60°$

বা, $\frac{h}{20} = \sqrt{3}$

বা, $h = 20\sqrt{3}$

বা, $h = 20 \times 1.732050807$

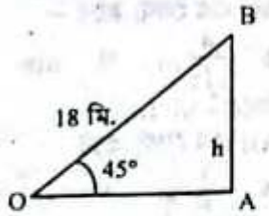
বা, $h = 34.64101614$

বা, $h = 34.641$

অতএব, গাছের নির্ণেয় উচ্চতা = 34.641 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৯। 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোন উৎপন্ন করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

সমাধান : মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ছাদের সাথে মই-এর স্পর্শবিন্দু B। এখানে, মইয়ের দৈর্ঘ্য, OB = 18 মিটার এবং ∠AOB = 45°



∴ $\frac{AB}{OB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin\angle AOB$

বা, $\frac{AB}{OB} = \sin 45°$

বা, $\frac{h}{18} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$

বা, $h = 9\sqrt{2}$

$= 9 \times 1.414213562$

$= 12.72792205$

∴ h = 12.728

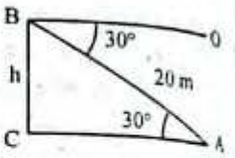
অতএব, দেওয়ালের উচ্চতা, h = 12.728 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

১০। একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনেকরি, ঘরটির উচ্চতা BC = h মিটার B বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোন ∠OBA = 30°

তাহলে, ∠CAB = 30° [একান্তর কোণ বলে]

এখানে, AB = 20 মিটার



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ,

$\frac{BC}{AB} = \sin\angle CAB$

বা, $\frac{BC}{AB} = \sin 30°$

বা, $\frac{h}{20} = \frac{1}{2}$

বা, $h = \frac{20}{2}$

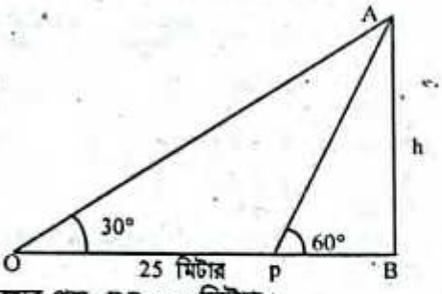
∴ h = 10

অতএব, ঘরটির নির্ণেয় উচ্চতা 10 মিটার। (Ans.)

১১। ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60°। ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতিকোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা, AB = h মিটার



এবং স্তম্ভের প্রস্থ, BP = x মিটার।

এখানে, ∠BPA = 60°, ∠BOA = 30°

এবং OP = 25 মিটার।

∴ BO = (BP + PO) = (x + 25) মিটার

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BOA$

বা, $\frac{AB}{BO} = \tan 30°$

বা, $\frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{h}{x + 25} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ $x + 25 = h\sqrt{3}$ ..... (i)

আবার, $\frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BPA$

www.bdniyog.com

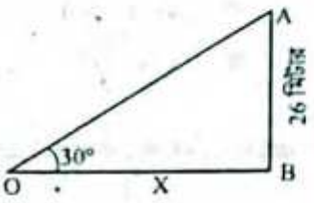
www.bdniyog.com

৭। একটি মিনারের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে মিনারটির শীর্ষের উন্নতি 30° এবং মিনারটির উচ্চতা 26 মিটার হলো, মিনার থেকে ঐ স্থানটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, মিনারটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A.

মনে করি, মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব OB = X মিটার।

∴ ∠AOB = 30° এবং AB = 26 মিটার।



এখন, $\tan\angle AOB = \frac{AB}{OB}$

বা, $\tan 30° = \frac{26}{X}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{X}$

বা, $X = 26\sqrt{3}$

বা, $X = 26 \times 1.73205$

বা, $X = 45.03332098$

বা, $X = 45.033$

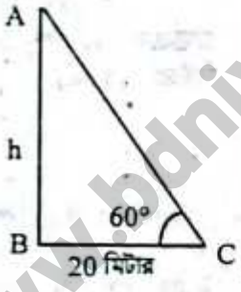
∴ মিনারটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব = 45.033 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৮। একটি গাছের পাদদেশ থেকে ২০ মিটার দূরে ভূতলের কোনো বিন্দুতে গাছের চূড়ায় উন্নতি কোন 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গাছের পাদদেশ B এবং ভূতলের নির্দিষ্ট বিন্দু C এবং চূড়া A

এখানে, BC = 20 মিটার এবং ∠ACB = 60°

ধরি, গাছের উচ্চতা, AB = h



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BCA$

বা, $\frac{AB}{BC} = \tan 60°$

বা, $\frac{h}{20} = \sqrt{3}$

বা, $h = 20\sqrt{3}$

বা, $h = 20 \times 1.732050807$

বা, $h = 34.64101614$

বা, $h = 34.641$

অতএব, গাছের নির্ণেয় উচ্চতা = 34.641 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

৯। 18 মিটার দৈর্ঘ্য একটি মই ভূমির সাথে 45° কোন উৎপন্ন করে দেয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

সমাধান : মনে করি, দেওয়ালের উচ্চতা, AB = h মিটার এবং ছাদের সাথে মই-এর স্পর্শবিন্দু B। এখানে, মইয়ের দৈর্ঘ্য, OB = 18 মিটার এবং ∠AOB = 45°

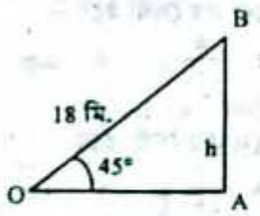
∴ $\frac{AB}{OB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin\angle AOB$

বা, $\frac{AB}{OB} = \sin 45°$

বা, $\frac{h}{18} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}}$

বা, $h = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$



বা, $h = \frac{18\sqrt{2}}{2}$

বা, $h = 9\sqrt{2}$

$= 9 \times 1.414213562$

$= 12.72792205$

∴ h = 12.728

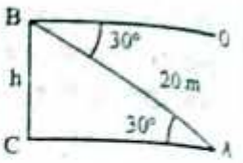
অতএব, দেওয়ালের উচ্চতা, h = 12.728 মিটার (প্রায়)। **(Ans.)**

১০। একটি ঘরের ছাদের কোনো বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 30° হলে, ঘরটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনেকরি, ঘরটির উচ্চতা BC = h মিটার B বিন্দুতে A বিন্দুর অবনতি কোন ∠OBA = 30°

তাহলে, ∠CAB = 30° [একান্তর কোণ বলে]

এখানে, AB = 20 মিটার



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ,

$\frac{BC}{AB} = \sin\angle CAB$

বা, $\frac{BC}{AB} = \sin 30°$

বা, $\frac{h}{20} = \frac{1}{2}$

বা, $h = \frac{20}{2}$

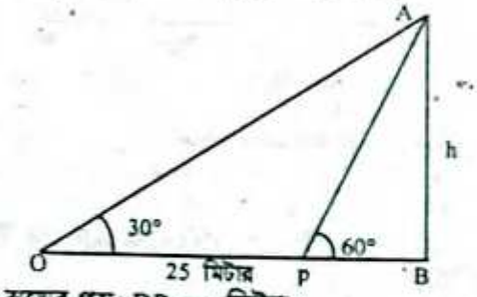
∴ h = 10

অতএব, ঘরটির নির্ণেয় উচ্চতা 10 মিটার। (Ans.)

১১। ভূতলে কোনো স্থানে একটি স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি 60°। ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গেলে স্তম্ভটির উন্নতিকোণ 30° হয়। স্তম্ভটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা, AB = h মিটার



এবং স্তম্ভের প্রস্থ, BP = x মিটার।

এখানে, ∠BPA = 60°, ∠BOA = 30° এবং OP = 25 মিটার।

∴ BO = (BP + PO) = (x + 25) মিটার

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BOA$

বা, $\frac{AB}{BO} = \tan 30°$

বা, $\frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{h}{x + 25} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ $x + 25 = h\sqrt{3}$ ..... (i)

আবার, $\frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\angle BPA$

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

বা, $\frac{AB}{BP} = \tan 60°$

বা, $\frac{h}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore h = x\sqrt{3}$ ----------(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণে h এর মান বসিয়ে পাই,

$x + 25 = x\sqrt{3}$. $\sqrt{3}$

বা, $x + 25 = 3x$

বা, $x - 3x = -25$

বা, $-2x = -25$

বা, $2x = 25$

$\therefore x = \frac{25}{2} = 12.5$

(ii) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই,

$h = \frac{25}{2} \times \sqrt{3}$

বা, $h = \frac{25\sqrt{3}}{2} = \frac{25 \times 1.732050807}{2}$

$= \frac{43.30127017}{2}$

$= 21.65063508$

$= 21.651$

অতএব, স্তম্ভটির উচ্চতা = 21.651 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

১২। কোনো স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে মিনারের শীর্ষ বিন্দুর উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, AB মিনারের শীর্ষবিন্দু A ও পাদবিন্দু B. ভূতলের কোন বিন্দু O তে মিনারের শীর্ষবিন্দু A এর উন্নতি কোণ = ∠AOB এবং C তে উন্নতি কোণ = ∠ACB.

দেওয়া আছে, ∠AOB = 45°

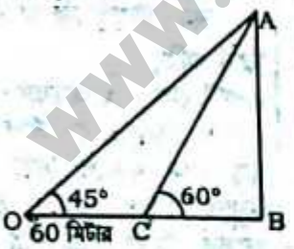
∠ACB = 60°

এবং OC = 60 মিটার

মিনারটির উচ্চতা (AB) নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB = h মিটার এবং, BC = x

তাহলে, BO = BC + CO = (x + 60) মিটার



এখন, সমকোণী ΔAOB এর, লম্ব = AB ও ভূমি = OB

$\therefore \tan \angle AOB = \frac{AB}{BO}$

বা, $\tan 45° = \frac{h}{x + 60}$ [$\because \angle AOB = 45°$]

বা, $1 = \frac{h}{x + 60}$ [$\because \tan 45° = 1$]

বা, $x + 60 = h$

$\therefore x = h - 60$ ..... (i)

আবার, সমকোণী ΔACB এর লম্ব = AB ও ভূমি = BC

$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$

বা, $\tan 60° = \frac{h}{x}$ [$\because \angle ACB = 60°$]

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$ [$\because \tan 60° = \sqrt{3}$]

বা, $h = x\sqrt{3}$

বা, $h = (h - 60)\sqrt{3}$ [(i) নং থেকে x এর মান বসিয়ে পাই]

বা, $h = h\sqrt{3} - 60\sqrt{3}$

বা, $h\sqrt{3} - h = 60\sqrt{3}$

বা, $h(\sqrt{3} - 1) = 60\sqrt{3}$

বা, $h = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$

বা, $h = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

[লব ও হরকে $\sqrt{3} + 1$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $h = \frac{60(\sqrt{3} + 1)\sqrt{3}}{3 - 1}$

বা, $h = \frac{60(\sqrt{3} + 1)\sqrt{3}}{2}$

বা, $h = 30\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$

বা, $h = 30(\sqrt{3^2} + \sqrt{3})$

$= 30(3 + \sqrt{3})$

$= 30(3 + 1.732050807)$

$= 30 \times 4.732050807$

$= 141.9615242$

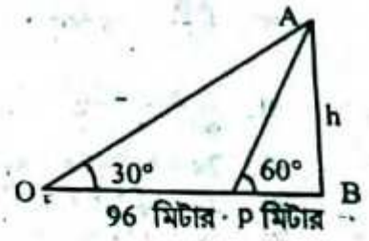
$= 141.962$ মিটার

অতএব, মিনারটির নির্ণেয় উচ্চতা = 141.962 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

১৩। একটি নদীর তীরে কোনো এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 96 মিটার পিছিয়ে গেলে উন্নতি কোণ 30° হয়। টাওয়ারের উচ্চতা এবং নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, টাওয়ারটির উচ্চতা, AB = h মিটার এবং নদীর প্রস্থ, BP = x মিটার।



এখানে, ∠BPA = 60°, ∠BOA = 30° এবং OP = 96 মিটার।

$\therefore$ BO = (BP + PO) = (x + 96) মিটার

এখন, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$\frac{AB}{BO} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BOA$

বা, $\frac{AB}{BO} = \tan 30°$

বা, $\frac{h}{BP + PO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{h}{x + 96} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore x + 96 = h\sqrt{3}$ ..... (i)

আবার, $\frac{AB}{BP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle BPA$

বা, $\frac{AB}{BP} = \tan 60°$

বা, $\frac{h}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore h = x\sqrt{3}$ ----------(ii)

এখন, (i) নং সমীকরণে h এর মান বসিয়ে পাই,

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

$x + 96 = x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

বা, $x + 96 = 3x$

বা, $x - 3x = -96$

বা, $-2x = -96$

বা, $2x = 96$

$\therefore x = \frac{96}{2} = 48$

(ii) নং সমীকরণে x-এর মান বসিয়ে পাই,

$h = 48 \times \sqrt{3}$

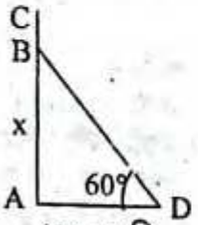
বা, $h = 48 \times 1.7320$

$= 83.138$

অতএব, স্তম্ভটির উচ্চতা = 83.138 মিটার এবং নদীর বিস্তার = 48 মিটার (Ans.)

১৪। 64 মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভেঙে গিয়ে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটির ভাঙ্গা অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনেকরি, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য AC = 64 মিটার, খুঁটিটি B বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে ভূমির সাথে D বিন্দুতে 60° কোণ উৎপন্ন করে।



এখানে, খুঁটিটি x উচ্চতায় ভেঙ্গে থাকে তবে, AB = AC – BC

বা, AB = 64 – BD

বা, x = 64 – BD

$\therefore$ BD = 64 – x

এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $\frac{AB}{BD} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle ADB$

বা, $\frac{AB}{BD} = \sin 60°$

বা, $\frac{x}{64 - x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $2x = \sqrt{3}(64 - x)$

বা, $2x = \sqrt{3}.64 - \sqrt{3}x$

বা, $2x + \sqrt{3}x = 64 \times 1.73205080$

বা, $x(2 + \sqrt{3}) = 110.85$

বা, $x = \frac{110.85}{2 + \sqrt{3}}$

বা, $x = \frac{110.85}{2 + 1.73205080}$

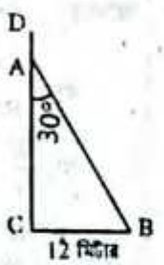
বা, $x = \frac{110.85}{3.732050808}$

$\therefore$ x = 29.702 (প্রায়)

অতএব, খুঁটিটি 29.702 মিটার (প্রায়) উঁচুতে ভেঙ্গেছিল। (Ans.)

১৫। একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে 12 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনেকরি, গাছটি A বিন্দুতে ভেঙ্গে গিয়ে AB অংশ দন্ডায়মান অংশ AC এর সাথে $\angle CAB = 30°$ উৎপন্ন করে CB দূরত্বে B বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।



$\therefore$ গাছটির দৈর্ঘ্য = AC + AD

এখানে, $\angle CAB = 30°$ এবং BC = 12 মিটার

গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য (AC + AD) নির্ণয় করতে হবে।

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\frac{BC}{AC} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan \angle CAB$

বা, $\frac{BC}{AC} = \tan 30°$

বা, $\frac{12}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $AC = 12\sqrt{3}$

আবার, $\frac{BC}{AB} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \sin \angle CAB$

বা, $\frac{BC}{AB} = \sin 30°$

বা, $\frac{12}{AB} = \frac{1}{2}$

বা, AB = 24 মিটার

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য, CD = (AD + AC)

= (AB + AC)

$= 24 + 12\sqrt{3}$

$= 12(2 + \sqrt{3})$

$= 12(2 + 1.732050807)$

$= 12 \times 3.732050807$

= 44.785 মিটার (প্রায়)

অতএব, গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য = 44.785 মিটার (প্রায়)। (Ans.)

১৬। একটি নদীর এক তীরে কোনো স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখালো যে, ঠিক সোজাসোজি অপর তীরে অবস্থিত 15 মিটার লম্বা একটি গাছের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। লোকটি একটি নৌকাযোগে গাছটিকে লক্ষ্য করে যাত্রা শুরু করলো কিন্তু পানির স্রোতের কারণে লোকটি গাছ থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছল।

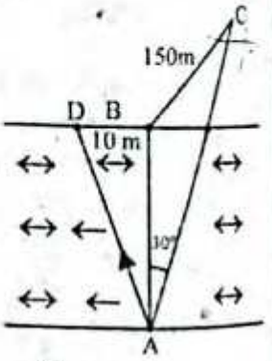
ক) উপরিউক্ত বর্ণনাটি চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

খ) নদীর বিস্তার নির্ণয় কর।

গ) লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) উপরিউক্ত বর্ণনাটির চিত্র হলো–

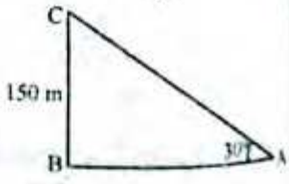


মনে করি,

একটি লোক A অবস্থানে থেকে BC = 150 m দৈর্ঘ্যের একটি গাছ লক্ষ করলো যার শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। লোকটি গাছের দিকে যাত্রা শুরু করলে স্রোতের দরুন সে গাছ থেকে BD = 10 m দূরে গিয়ে উদ্দিষ্ট তীরে পৌঁছাল।

খ) চিত্রে দেখা যাচ্ছে নদীর বিস্তার = AB

এখন ΔABC-এ



$\tan \angle BAC = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

বা, $\tan 30° = \frac{BC}{AB}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{150}{AB}$

বা, $AB = 150\sqrt{3}$

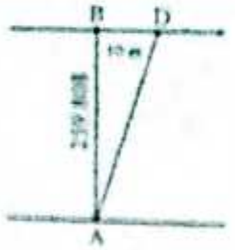
$\therefore$ AB = 259.808 (প্রায়)

$\therefore$ নদীর বিস্তার AB = 259.808 (প্রায়)

www.bdniyog.com

www.bdniyog.com

৫. একটি B অবস্থানের গাছটির দিকে যাত্রা শুরু করলে স্রোতের টানে সে গাছ থেকে 10 m দূরে D অবস্থানে তীরে পৌঁছায়। অর্থাৎ লোকটির যাত্রা ও গন্তব্য স্থানের দূরত্ব AD।



এখন,
সমকোণী ত্রিভুজ ΔABD এ $AD^2 = AB^2 + BD^2$
বা, $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2}$
বা, $AD = \sqrt{(259.808)^2 + (10)^2}$
বা, $AD = \sqrt{67500.197 + 100}$
বা, $AD = \sqrt{67600.197}$
$\therefore AD = 260$
∴ লোকটির যাত্রা ও গন্তব্য স্থানের দূরত্ব 260 মিটার।

সৃজনশীল অংশ

মাস্টার ট্রেইনার কর্তৃক প্রণীত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর :

❑ সাধারণ বহুনির্বাচনি :

১. $\sin 30° =$ কত? [জহুরলাল পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়]
ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{2}$ ✓

২. $\tan\frac{\pi}{3}.\operatorname{cosec}\frac{\pi}{6} - \cot\frac{\pi}{6}$ এর মান কত? [জহুরলাল পাইলট উচ্চ বিদ্যালয়]
ক $2\sqrt{3}$ খ 2 গ $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ✓

৩. $3\sin^2\theta - 4\cos^2\theta = 0$ হলে $\tan\theta =$ কত? [ভিক্টোরিয়া উচ্চ বিদ্যালয়, শ্রীমঙ্গল]
ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{4}{3}$ গ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ✓

৪. ভূমি তলোপরিস্থিত কোনো সরল রেখাকে কী নামে অভিহিত করা হয়?
ক ঊর্ধ্বরেখা খ উন্নত তল
গ অবনতি তল ঘ ভূ-রেখা ✓

৫. ভূ-রেখার অপর নাম নিচের কোনটি?
ক উন্নতি রেখা খ শয়ন রেখা ✓
গ অবনতি রেখা ঘ ঊর্ধ্বরেখা

৬. উন্নত রেখার আরেক নাম কোনটি?
ক ভূ-রেখা খ ঊর্ধ্বরেখা ✓
গ শয়ন রেখা ঘ দৈর্ঘ্য রেখা

৭. কোন দুটি ত্রিকোণমিতিক উপাদান নিয়ে উন্নত তল গঠিত হয়?
ক ভূ-রেখা ও ঊর্ধ্বরেখা ✓
খ ভূ-রেখা ও শয়নরেখা
গ উন্নতি রেখা ও অবনতি রেখা
ঘ দূরত্ব ও উচ্চতা

৮. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 60° হলে নিচের কোনটি সঠিক?
ক ভূমি > লম্ব খ ভূমি < লম্ব ✓
গ ভূমি = লম্ব ঘ ভূমি ≤ লম্ব

৯. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 45° কোণের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?
ক ভূমি > লম্ব খ ভূমি < লম্ব ✓
গ ভূমি = লম্ব ঘ ভূমি ≥ লম্ব

১০. $\tan 60°$ এর মান কত?
ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\sqrt{3}$ ✓

১১. [illegible] লম্বা একটি মই একটি দেওয়ালের [illegible] করায় [illegible] ভূমির সঙ্গে 45° কোণ উৎপন্ন করে। দেয়ালের [illegible] কত?
ক 11.78 (প্রায়) খ 12.77 (প্রায়)
গ 12.728 (প্রায়) ঘ 13.78 (প্রায়)

১২. একটি খুঁটিতে সূর্যের আলো পড়লে 2 মিটার দূরত্বে 45° উন্নতি কোণ তৈরি করে। খুঁটিটির উচ্চতা কত মিটার?
ক 6 খ 4 গ 3 ঘ 2 ✓

❑ বহুপদী সমাপ্তিসূচক :

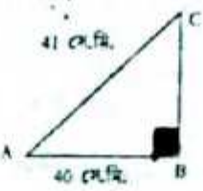
১৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর। [ভিক্টোরিয়া উচ্চ বিদ্যালয়, শ্রীমঙ্গল]
i. $\cot\theta = \cos\theta.\operatorname{cosec}\theta$
ii. পূর্ণসংখ্যা সূচক n এর জন্য $(\sin\theta)^n = \sin^n\theta$ লেখা।
iii. $\sqrt{\frac{\sec^2\theta - \tan^2\theta}{2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}} = \sqrt{2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii ✓

১৪. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ক্ষেত্রে– [চট্টগ্রাম কলেজিয়েট স্কুল]
i. $\sin 60° = \frac{1}{\cos 60°}$
ii. $\tan 45° = \frac{1}{\sin 90°}$
iii. $\operatorname{cosec} 30° = \frac{1}{\cos 60°}$
উপরের তথ্যমতে নিচের কোনটি সঠিক?
ক i খ ii ✓
গ i ও ii ঘ ii ও iii

১৫. কোনো সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি ও লম্বের ক্ষেত্রে –
i. 45° কোণ অঙ্কনে এরা সমান
ii. 30° কোণ অঙ্কনে ভূমি > লম্ব
iii. 60° কোণ অঙ্কনে ভূমি < লম্ব
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii ✓
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক :

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১৬ ও ১৭নং পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :
ΔABC-এ $\angle Y = 90°$
AB = 40 সে.মি. এবং
AC = 41 সে.মি.



১৬. BC এর মান কত সে.মি.?
ক 9 খ 29 গ 39 ঘ 49 ✓
[ব্যাখ্যা :
$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{81} = 9$
tan [illegible]
ক $\frac{9}{40}$ খ $\frac{9}{41}$ গ $\frac{40}{41}$ ঘ $\frac{40}{9}$ ✓

I ♥ MyMahbub.D

www.bdniyog.com