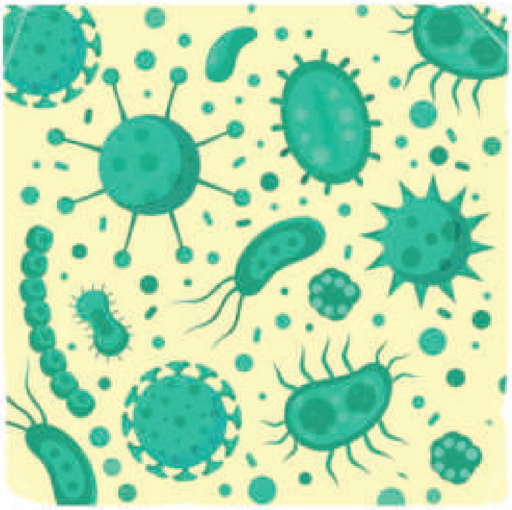
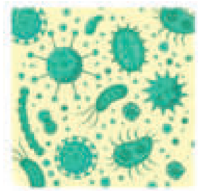
লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ

এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে-

- সূচকের বৈশিষ্ট্য
- লগারিদমের ধারণা
- সূচক ও লগারিদমের মধ্যে সম্পর্ক
- লগারিদমের ভিত্তি ও তার সীমাবদ্ধতা
- লগারিদমের আরগুমেন্ট ও তার সীমাবদ্ধতা
- লগারিদমের সূত্রাবলি ও তাদের প্রমাণ
- লগারিদমের বৈশিষ্ট্য
- লগারিদমের প্রয়োগ



লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ



তোমরা কি জানো ব্যাকটেরিয়া খুব দ্রুতগতিতে বংশ বৃদ্ধি করে। মনে করো, কোনো একটি পরিবেশে পরীক্ষা করে ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা শনাক্ত করা হলো 4500. এই ব্যাকটেরিয়া প্রতি ঘণ্টায় বংশ বৃদ্ধি করে দ্বিগুণ হয়। তোমরা নিশ্চয় বুঝতে পারছো কয়েক ঘন্টার মধ্যে ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা অনেক বেড়ে যাবে। যেমন–

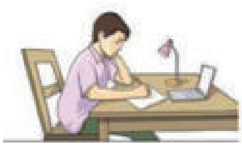
১ম ঘণ্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা $= 4500 \times 2 = 9 \times 1000 = 9 \times 10^3$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

২য় ঘণ্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা $= 9000 \times 2 = 1.8 \times 10000 = 1.8 \times 10^4$ আকারে প্রকাশ করা যায়।

তোমরা জানো, এ ধরনের আকারকে সূচক আকার বলে। দেখতেই পারছো সূচকের সাহায্যে আমরা খুব বড়ো বড়ো সংখ্যাকে অতি সহজে প্রকাশ করতে পারি।

১ম থেকে ১০ম ঘণ্টা পর্যন্ত ব্যাকটেরিয়ার বংশ বৃদ্ধি কত হয় তা হিসাব করে নিচের ছক ৩.১ পূরণ করো।

একক কাজ-০১



ছক- ৩.১

সময়	ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা	সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ
১ম ঘণ্টা	$4500 \times 2 = 9000$	4500×2^1
২য় ঘণ্টা	$9000 \times 2 = 18000$	4500×2^2
৩য় ঘণ্টা		
৪র্থ ঘণ্টা		
৫ম ঘণ্টা		
৬ষ্ঠ ঘণ্টা		
৭ম ঘণ্টা		
৮ম ঘণ্টা		
৯ম ঘণ্টা		
১০ম ঘণ্টা		

অতএব, উপরের হিসাব থেকে আমরা দেখতে পাই, খুব বড়ো সংখ্যাকে সূচকের সাহায্যে সহজে প্রকাশ করা যায়।

এখন তোমরা কি লিখতে পারবে যে, n-তম ঘন্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা কত হবে? পর্যবেক্ষণ করে দেখো

n-তম ঘন্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা হবে 4500×2^n. যদি n-তম ঘন্টায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা 147,456,000 হয়, তবে আমরা লিখতে পারি $4500 \times 2^n = 147{,}456{,}000$. এই ধরনের সমীকরণকে **সূচক সমীকরণ** বলে। এবার বলো তো এখান থেকে আমরা n এর মান কীভাবে বের করব? অর্থাৎ, কোনো সূচক সমীকরণ থেকে অজানা সূচক রাশির মান কীভাবে বের করা যায়? সূচক সমীকরণের সাধারণ রূপ হলো, $b^n = a$ যেখানে $b > 0$ এবং $b \neq 1$. এখন প্রশ্ন হলো, আমরা কীভাবে n-এর মান বের করব?

এক্ষেত্রে আমরা লগারিদম ব্যবহার করতে পারি। লগারিদম ব্যবহার করে সূচক সমীকরণটিকে লেখা যায় $b^n = a \Leftrightarrow \log_b a = n$, অর্থাৎ n হলো a এর b ভিত্তিক log।

$$b^n = a \text{ (যেখানে } b > 0 \text{ এবং } b \neq 1) \text{ যদি এবং কেবল যদি } n = \log_b a$$

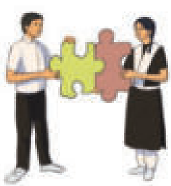
এখানে b কে log এর ভিত্তি (base) বলা হয়। log হলো logarithm শব্দটির সংক্ষিপ্ত রূপ। তোমাদের মনে অবশ্যই প্রশ্ন জাগছে, কে সর্বপ্রথম log-এর ধারণা দিয়েছেন? তাহলে চলো আমরা log সম্পর্কে সংক্ষেপে একটু জেনে নিই। logos এবং arithmos দুটি গ্রিক শব্দ থেকে logarithm শব্দটির উৎপত্তি। logos অর্থ অনুপাত এবং arithmos অর্থ সংখ্যা। তাহলে logarithm শব্দটির অর্থ দাঁড়ায় সংখ্যার অনুপাত। স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ জন নেপিয়ার [John Napier] তার একটি বইয়ে logarithm শব্দটি সর্বপ্রথম ব্যবহার করেন। তোমরা ইতোমধ্যে সূচক বা সূচকীয় রাশি সম্পর্কে বিস্তারিত জেনেছ। আসলে সূচকীয় রাশির মান বের করার জন্যই লগ বা logarithm ব্যবহার করা হয়।

John Napier

সূচক ও log কিন্তু একই ধারণা, তবে তাদের দুইভাবে প্রকাশ করা যায়। যে কোনো সংখ্যাকে কখনো আমরা সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করি। আবার ওই একই সংখ্যাকে কখনো আমরা log এর মাধ্যমেও প্রকাশ করি। তাতে সংখ্যাটির মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেমন 9 কে আমরা 3^2 আকারে প্রকাশ করতে পারি। তাহলে $3^2 = 9$ হলো সূচকীয় রাশির একটি সমতা। এই সূচক 2 কে আর কীভাবে লিখা যায় তোমরা কি তা বলতে পারো? 2 হলো 9 এর 3 ভিত্তিক log. কথাটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করলে হয়, $2 = \log_3 9$. তেমনিভাবে, সূচকীয় সম্পর্ক $2^3 = 8$ থেকে বলা যায়, 3 হলো 8 এর 2 ভিত্তিক log. কথাটিকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করলে হয়, $3 = \log_2 8$.

লক্ষ করো, সূচকীয় সমতা $2^3 = 8$ এর ক্ষেত্রে, সূচকের ভিত্তি 2. আবার, $3 = \log_2 8$ এর ক্ষেত্রে, log এর ভিত্তি 2.

অতএব, সূচকের ভিত্তি ও log এর ভিত্তি একই বা সমান হয়।



জোড়ায় কাজ

সূচকীয় সমতা ও log এর সম্পর্ককে নিচের ছকের (ছক-৩.২) মাধ্যমে দেখানো হলো। খালি ঘরগুলো পূরণ করো:

ছক- ৩.২		
সূচকীয় সমতা	log এর ভাষায় প্রকাশ	log এর মাধ্যমে গাণিতিক প্রকাশ
$3^2 = 9$	সূচক 2 হলো 9 এর 3 ভিত্তিক log	$2 = \log_3 9$
$2^3 = 8$		
$7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$		
$2^{-6} = \frac{1}{64}$		$-6 = \log_2 \frac{1}{64}$
	সূচক -4 হলো $\frac{1}{81}$ এর 3 ভিত্তিক log	

আমরা এতক্ষণে সূচকের সম্পর্ককে কীভাবে log এর ভাষায় প্রকাশ করে গাণিতিকভাবে উপস্থাপন করা যায় তা শিখলাম। এখন নিচের ছকে সূচকের সম্পর্ককে log এর মাধ্যমে এবং log এর সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করে নিজের অভিজ্ঞতাকে যাচাই করো।

মাথা খাটাও **জোড়ায় কাজ**

সূচকের সম্পর্ককে log এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।	
সূচকের সম্পর্ক	log এর সম্পর্ক
$2^4 = 16$	$4 = \log_2 16$
$3^4 = 81$	
$2^7 = 128$	
$2^{-3} = \frac{1}{8}$	
$5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$	
$3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	
$10^2 = 100$	
$10^5 = 100000$	

log এর সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করো।	
log এর সম্পর্ক	সূচকের সম্পর্ক
$3 = \log_2 8$	$2^3 = 8$
$6 = \log_2 64$	
$3 = \log_3 27$	
$4 = \log_{10} 10000$	
$-4 = \log_2 \left(\frac{1}{16}\right)$	
$\frac{1}{2} = \log_2 \sqrt{2}$	
$3 = \log_{10} 1000$	
$t = \log_b y$	

শিক্ষাবর্ষ ২০২৪

লগের ভিত্তির সীমাবদ্ধতা

তোমরা হয়তো লক্ষ করেছ যে, সূচক সম্পর্কটিকে log এ রূপান্তরের সময় ভিত্তি b এর উপর একটি শর্ত দেয়া হয়েছে। শর্তটি হলো, $b > 0$ এবং $b \neq 1$. এটি লগের ভিত্তির সীমাবদ্ধতা। আমরা এখন এই সীমাবদ্ধতা প্রমাণ করব।

শর্ত-০১: যখন $b < 0$.

আমরা জানি, $(-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-3}$, যা অবাস্তব। এই সম্পর্ক থেকে পাই, $\frac{1}{2} = \log_{-3}\sqrt{-3}$

যেহেতু ভিত্তি -3 হওয়ার কারণে $\sqrt{-3}$ অবাস্তব মান পাওয়া যায়, একারণে log এর ভিত্তি ঋণাত্মক সংখ্যা গ্রহণযোগ্য নয়। সুতরাং, log এর ভিত্তি ঋণাত্মক সংখ্যা হতে পারে না।

শর্ত-০২: যখন $b = 0$.

আমরা জানি, $0^2 = 0$ হলে $2 = \log_0 0$ এবং $0^3 = 0$ হলে $3 = \log_0 0$

তোমরা কী লক্ষ করছো? উপরের সম্পর্কগুলো থেকে লেখা যায়, $2 = 3$ যা অযৌক্তিক।

সুতরাং $b \neq 0$. অর্থাৎ log এর ভিত্তি 0 হতে পারে না।

শর্ত-০৩: যখন $b = 1$.

আমরা জানি, যে কোনো পূর্ণ সংখ্যা n এর জন্য, $1^n = 1$. সুতরাং, $n = \log_1 1$. অর্থাৎ, $n = 4$ হলে, $4 = \log_1 1 = 0$, যা অযৌক্তিক। সুতরাং $b \neq 1$. অর্থাৎ, log এর ভিত্তি 1 হতে পারে না।

উপরের শর্ত তিনটি থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি যে,

- log এর ভিত্তি ঋণাত্মক হতে পারে না।
- log এর ভিত্তি 0 হতে পারে না।
- log এর ভিত্তি 1 হতে পারে না।

সুতরাং, আমরা বলতে পারি, log এর ভিত্তি 1 বাদে সকল ধনাত্মক সংখ্যা।

লগের আরগুমেন্ট (Argument) ও তার সীমাবদ্ধতা

তোমরা জেনেছো, $\log_b n$ এর b কে ভিত্তি বলে। তাহলে n কে আমরা কী বলবো? n কে লগের **আরগুমেন্ট** (argument) বলা হয়। log এর আরগুমেন্টেরও সীমাবদ্ধতা আছে।

$b > 0$ এবং $b \neq 1$ হলে n এর সকল মানের জন্যেই b^n সর্বদা ধনাত্মক হয়। অর্থাৎ, $b^n = y > 0$ এবং তখন $n = \log_b y$. একারণে, log এর আরগুমেন্ট সবসময়ই ধনাত্মক সংখ্যা। এটি লগ সম্পর্কে খুবই সতর্কতামূলক একটি তথ্য।

লগারিদমের প্রকারভেদ

লগারিদম দুই প্রকার। যথা-

- স্বাভাবিক লগারিদম (natural logarithm)
- সাধারণ লগারিদম (common logarithm)

স্বাভাবিক লগারিদম

যদি log এর ভিত্তি e হয়, তখন তাকে **স্বাভাবিক লগারিদম** বলে। $\log_e x$ কে $\ln x$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। জন নেপিয়ার e কে ভিত্তি ধরে প্রথম লগারিদম প্রকাশ করেন। এজন্য এই লগারিদম নেপিরিয়ান লগারিদম বা e ভিত্তিক লগারিদম বলে অভিহিত। e একটি অমূলদ সংখ্যা যার মান $e = 2.71828183\ldots$।

সাধারণ লগারিদম

ইংল্যান্ডের আরেকজন গণিতবিদ হেনরি ব্রিগস (Henry Briggs) লগারিদম বিষয়ে অধিকতর গবেষণা করে 10 কে ভিত্তি ধরে একটি লগ টেবিল বা লগ সারণি প্রকাশ করেন। তার প্রকাশিত লগারিদম ব্রিগসিয়ান লগারিদম বা 10 ভিত্তিক লগারিদম বলে সমধিক পরিচিত। 10 ভিত্তিক লগারিদমকে **সাধারণ লগারিদম** (common logarithm) বলে। সাধারণ লগারিদমকে $\log_{10} x$ আকারে লিখে প্রকাশ করা হয়।

তোমরা লক্ষ রাখবে যে, $\ln x$ এর ভিত্তি e এবং $\log x$ এর ভিত্তি 10. অর্থাৎ,

$$\log_e x = \ln x \text{ এবং } \log_{10} x = \log x$$

লগ বিষয়ক কয়েকটি সূত্র

যেহেতু লগের ধারণা এসেছে সূচক থেকে, সুতরাং লগের সূত্রগুলো পেতে হলে আমাদের সূচকের সূত্র জানতে হবে। আমরা সূচকের সূত্র আগেই জেনে এসেছি। কাজের সুবিধার্থে আমরা সূচকের সূত্রগুলো এখানে লিখে রাখছি।

সূচকের সূত্রসমূহ

যেকোনো বাস্তব সংখ্যা x ও y এবং যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা m ও n এর জন্য,

1. $x^m \times x^n = x^{m+n}$
2. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ $(x \neq 0)$
3. $(xy)^n = x^n y^n$
4. $(\frac{x}{y})^n = \frac{x^n}{y^n}$ $(y \neq 0)$
5. $(x^m)^n = x^{mn}$
6. $x^0 = 1$ $(x \neq 0)$
7. $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ $(x \neq 0)$
8. $(\frac{x}{y})^n = (\frac{y}{x})^{-n}$ $(x \neq 0, y \neq 0)$

লগ বিষয়ক কয়েকটি সূত্র এবং এর প্রমাণ

সূত্র ১. $\log_b 1 = 0$

প্রমাণ: সূচক থেকে জানা আছে, $b^0 = 1$

এই সূচকীয় রাশিকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_b 1 = 0$ (প্রমাণিত)

সূত্র ২. $\log_b b = 1$

প্রমাণ: সূচক থেকে জানা আছে, $b^1 = b$

এই সূচকীয় রাশিকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_b b = 1$ (প্রমাণিত)

সূত্র ৩. $\log_b(AB) = \log_b A + \log_b B$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b A = x$ এবং $\log_b B = y$

এই লগারিদমীয় রাশিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^x = A$ এবং $b^y = B$

বা, $b^x b^y = AB$

বা, $b^{x+y} = AB$

এই সূচকীয় রাশিকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_b (AB) = x + y = \log_b A + \log_b B$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$\therefore \log_b (AB) = \log_b A + \log_b B$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৪. $\log_b (\frac{A}{B}) = \log_b A - \log_b B$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b A = x$ এবং $\log_b B = y$

এই লগারিদমীয় রাশিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^x = A$ এবং $b^y = B$

$\therefore \frac{b^x}{b^y} = \frac{A}{B}$

বা, $b^{x-y} = \frac{A}{B}$

এই সূচকীয় রাশিকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_b (\frac{A}{B}) = x - y = \log_b A - \log_b B$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$\therefore \log_b (\frac{A}{B}) = \log_b A - \log_b B$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৫. $\log_b A^x = x\log_b A$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b A = y$

এই লগারিদমীয় রাশিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^y = A$

বা, $(b^y)^x = A^x$ [উভয়পক্ষে x ঘাত নিয়ে]

বা, $b^{xy} = A^x$

এই সূচকীয় রাশিকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_b A^x = xy = x \log_b A$ [y এর মান বসিয়ে]

$\therefore \log_b A^x = x \log_b A$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৬. $\log_a b \times \log_b c = \log_a c$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b c = x$ এবং $\log_a c = y$

এই লগারিদমীয় সম্পর্ক দুইটিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^x = c$ এবং $a^y = c$

উপরোক্ত সম্পর্ক দুইটি থেকে লিখা যায়,

$b^x = a^y$

উভয়পক্ষে $\frac{1}{x}$ ঘাত নিয়ে পাই,

$(b^x)^{\frac{1}{x}} = (a^y)^{\frac{1}{x}}$

বা, $b = a^{\frac{y}{x}}$

এই সূচকীয় সম্পর্ককে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$\log_a b = \frac{y}{x}$

$\therefore \log_a b \times x = y$

এখন, x ও y এর মান বসাই,

$\therefore \log_a b \times \log_b c = \log_a c$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৭. $b^{\log_b a} = a$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b a = x$

এই লগারিদমীয় সম্পর্কটিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^x = a$

এখন, x এর মান বসাই,

$\therefore b^{\log_b a} = a$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৮. $x^{\log_b y} = y^{\log_b x}$

প্রমাণ: মনে করি, $\log_b y = m$ এবং $\log_b x = n$

এই লগারিদমীয় সম্পর্ক দুইটিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$b^m = y$ এবং $b^n = x$

এখন, $b^m = y$

উভয়পক্ষে n ঘাত নিয়ে পাই,

$(b^m)^n = y^n$

$\therefore b^{mn} = y^n$ ....(1)

আবার, $b^n = x$

উভয়পক্ষে m ঘাত নিয়ে পাই,

$(b^n)^m = x^m$

$\therefore\ b^{mn} = x^m$ ....(2)

(1) ও (2) নং সম্পর্ক থেকে লিখা যায়,

$x^m = y^n$

এখন, m ও n এর মান বসাই,

$\therefore\ x^{\log_b y} = y^{\log_b x}$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ৯. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

প্রমাণ: আমরা ইতোমধ্যে জেনেছি, $\log_a b \times \log_b c = \log_a c$

এখন, $c = a$ বসাই,

$\log_a b \times \log_b a = \log_a a$

বা, $\log_a b \times \log_b a = 1$ [যেহেতু $\log_a a = 1$]

$\therefore\ \log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ (প্রমাণিত)।

সূত্র ১০. $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$

প্রমাণ: 6 নম্বর সূত্র অনুযায়ী, $\log_a b \times \log_b x = \log_a x$

$$\Rightarrow \frac{1}{\log_b a} \times \log_b x = \log_a x \qquad [\because \log_a b = \frac{1}{\log_b a}]$$

অর্থাৎ, $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$ (প্রমাণিত)

ভিত্তি যাই হোক না কেন, লগারিদম নিচের সূত্রগুলো মেনে চলে।

1. $\log_b 1 = 0$ 2. $\log_b b = 1$ 3. $\log_b(AB) = \log_b A + \log_b B$ 4. $\log_b(\frac{A}{B}) = \log_b A - \log_b B$	5. $\log_b A^x = x\log_b A$ 6. $\log_a b \times \log_b c = \log_a c$ 7. $b^{\log_b a} = a$ 8. $x^{\log_b y} = y^{\log_b x}$	9. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ 10. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

সূচকের কতিপয় বৈশিষ্ট্য

i. $b > 0, b \neq 1$ এর জন্যে $b^x = b^y$ হলে $x = y$.

ii. $a > 0, b > 0, x \neq 0$ এর জন্যে $a^x = b^x$ হলে $a = b$.

iii. $\mathrm{b} > 0, b \neq 1$ এর জন্যে $b^x = 1$ হলে $x = 0$.

iv. $\mathrm{b} > 0, x \neq 0$ এর জন্যে $b^x = 1$ হলে $b = 1$.

লগের কতিপয় বৈশিষ্ট্য

লগের বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যগুলোর মধ্যে উল্লেখযোগ্য কতকগুলো বৈশিষ্ট্য নিচে উল্লেখ করা হলো।

1. $b > 1$ এবং $x > 1$ হলে $\log_b x > 0$ হয়।
2. $0 < b < 1$ এবং $0 < x < 1$ হলে $\log_b x > 0$ হয়।
3. $b > 1$ এবং $0 < x < 1$ হলে $\log_b x < 0$ হয়।
4. $x > 0, y > 0$ এবং $b \neq 1$ এর জন্য যদি $\log_b x = \log_b y$ হয়, তবে $x = y$ হয়।

চলো লগের হিসাব নিকাশ করি

উদাহরণ ১. $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3\log_5 5$ [যেহেতু $\log_a A^x = x\log_a A$]

$= 3 \times 1$ [যেহেতু $\log_a a = 1$]

$= 3$

উদাহরণ ২. $\log_c\left(\frac{2\sqrt{40}}{\sqrt{160}}\right) = \log_c\left(\frac{2\sqrt{4 \times 10}}{\sqrt{16 \times 10}}\right) = \log_c\left(\frac{2 \times 2\sqrt{10}}{4\sqrt{10}}\right)$

$= \log_c\left(\frac{4\sqrt{10}}{4\sqrt{10}}\right) = \log_c 1 = 0$ [যেহেতু $\log_c 1 = 0$]

উদাহরণ ৩. $\log_{10}3 + 2\log_{10}5 = \log_{10}3 + \log_{10}5^2$ [যেহেতু $x\log_a A = \log_a A^x$]

$= \log_{10}3 + \log_{10}25$

$= \log_{10}(3 \times 25)$ [যেহেতু $\log_a(AB) = \log_a A + \log_a B$]

$= \log_{10}75$

উদাহরণ ৪. $\log_x\left(\frac{1}{49}\right) = -2$ সম্পর্ক থেকে x এর মান নির্ণয় করি।

এই লগারিদমীয় রাশিকে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$x^{-2} = \frac{1}{49}$

বা, $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{49}$

বা, $x^2 = 49$

বা, $x = \sqrt{49}$ [ঋণাত্মক মান বর্জন করে; কারণ ভিত্তি x কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore x = 7$

জোড়ায় কাজ

মান নির্ণয় করো:

1. $\log_a\left(\frac{\sqrt{140}}{2\sqrt{30}}\right) + \log_a\left(\frac{3\sqrt{12}}{2\sqrt{27}}\right) + \log_a\left(\frac{a^3\sqrt{b^2}}{b\sqrt{a^2}}\right)$
2. $2\log_{10}3 + 3\log_{10}4 + 2\log_{10}5$

লগারিদমের মান নির্ণয়ে ডিভাইসের ব্যবহার

আচ্ছা বলো তো, আমরা যদি $\log_2 3$ এর মান বের করতে চাই তাহলে কীভাবে করব? বোঝার জন্য লগকে সূচকে রূপান্তর করি। ধরি, $\log_2 3 = x$. তাহলে, $2^x = 3$. এবার বলো তো, x এর মান কত হলে $2^x = 3$ হবে? সমাধানটি সহজ নয়, তাই না? একারণেই লগটেবিল তৈরি করা হয়েছিল। বর্তমানে ক্যালকুলেটর বা কম্পিউটার এর মতো বিভিন্ন ডিভাইস ব্যবহার করে আমরা সহজেই এই মানগুলো বের করতে পারি।

মাথা খাটাও জোড়ায় কাজ

যে কোনো ডিভাইস ব্যবহার করে নিচের ছক-৩.৩ পূর্ণ করো। কয়েকটি করে দেওয়া হলো। দশমিকের পরে 5 ঘর পর্যন্ত নাও।

ছক-৩.৩					
লগ	মান	সূচক	লগ	মান	সূচক
$\log_2 3$	1.58496	$2^{1.58496} \approx 3$	$\log_2 16$		
$\log_3 5$			$\log_5 3$		
$\log_4 7$			$\log_{10} 4$	0.60206	$10^{0.60206} \approx 4$

লগারিদমের ব্যবহার

বাস্তব জীবনে লগারিদমের অনেক ব্যবহার রয়েছে। নিচে কয়েকটি উদাহরণ আলোচনা করা হলো।

চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় লগারিদম

তোমরা সবাই চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সাথে পরিচিত। স্মরণ করে দেখো চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় মূলধনের সূত্রটি নিম্নরূপ।

$$A = P(1 + r)^n$$

যেখানে, P প্রারম্ভিক মূলধন, A চক্রবৃদ্ধি মূলধন, r চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার এবং n সময়কাল।

সমস্যা: 8% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে দ্বিগুণ হবে?

সমাধান: ধরি, প্রারম্ভিক মূলধন $=P$, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $A = 2P$ এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার $r = 8\% = \frac{8}{100} = 0.08$.

সুতরাং সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$2P = P(1 + 0.08)^n$$

বা, $2 = (1+0.08)^n$

বা, $2 = (1.08)^n$

বা, $n = \log_{1.08} 2 \approx 9$

সুতরাং মূলধন প্রায় 9 বছরে দ্বিগুণ হবে।

মাথা খাটাও জোড়ায় কাজ

12% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে 40% বৃদ্ধি পাবে?

বস্তুর অবচয় পরিমাপে লগারিদম

একটি নির্দিষ্ট সময় পর কোনো বস্তুর মূল্যহ্রাসকে ওই বস্তুর অবচয় (depreciation) বলে। কোনো বস্তুর অবচয়ের সূত্র নিম্নরূপ।

$$P_T = P(1 - R)^T$$

যেখানে, প্রারম্ভিক মূল্য P, মূল্যহ্রাসের হার R, সময়কাল T এবং T সময় পরে হ্রাসমূল্য P_T.

সমস্যা: গাড়ির মুল্যের অবচয়

বার্ষিক 4% মূল্যহ্রাস হারে কত সময়ে কোনো একটি গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যাবে?

সমাধান: অবচয়ের সূত্র থেকে আমরা লিখতে পারি,

$$P_T = P(1 - R)^T$$

ধরি, গাড়ির প্রারম্ভিক মূল্য P এবং T সময় পরে গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যায়। অর্থাৎ T সময় পরে গাড়ির মূল্য $P_T = \frac{P}{2}$. মূল্যহ্রাসের হার $R = 4\% = \frac{4}{100} = 0.04$.

সুতরাং

$$\frac{P}{2} = P(1 - 0.04)^T$$

$$\frac{1}{2} = (1 - 0.04)^T = (0.96)^T$$

$$T = \log_{0.96}(0.5) \approx 17$$

সুতরাং প্রায় 17 বছরে গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যাবে।

মাথা খাটাও জোড়ায় কাজ: কারখানার যন্ত্রপাতির আয়ুস্কাল

কোনো একটি কারখানার যন্ত্রপাতির মূল্য 5 বছরে অর্ধেক হলে, কত বছরে 60% মূল্যহ্রাস পাবে?

জমির উর্বরতা পরিমাপে লগারিদম

তোমরা জানো, জমির উর্বরতার উপর ভালো ফসল হওয়া নির্ভর করে। সময় যাওয়ার সাথে সাথে জমির উর্বরতা কমে যায়। এজন্য ভালো ফসল পেতে জমিতে সার প্রয়োগ করতে হয়। কী পরিমাণ সার প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ভর করে জমির উর্বরতা কতটুকু কমেছে, তার উপর। যদি জমির উর্বরতার অবচয়ের হার আমরা জানতে পারি, তবে হিসাব করে প্রয়োজনীয় সারের সঠিক পরিমাণও আমরা নির্ণয় করতে পারবো। ফলে সারের অপচয় যেমন কমবে, তেমনি পরিবেশের ক্ষতিও কম হবে।

উদাহরণ: জমির উর্বরতা বছরে 2% হারে কমতে থাকলে কত বছর পরে জমির উর্বরতার পরিমাণ 30% কমে যাবে? প্রতি কেজি সারে 1 কাঠা জমির উর্বরতা 5% বাড়ালে প্রতি বছর 1 বিঘা জমিতে কী পরিমাণ সার ব্যবহার করতে হবে।

সমাধান: অবচয়ের সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$P_T = P(1 - R)^T$$

এখানে, জমির প্রাথমিক উর্বরতা P

উর্বরতা হ্রাসের হার $R = 2\% = 0.02$,

T সময় পরে জমির উর্বরতা $P_T = P \times (100 - 30)\% = P \times 70\% = 0.70P$

সুতরাং, $0.70P = P \times (1 - 0.02)^T$

বা, $0.70 = (0.98)^T$

বা, $T = \log_{0.98}(0.7) \approx 17.6$

সুতরাং 17.6 বছর পরে জমির উর্বরতা 30% কমে যাবে।

আবার, 1 কাঠা জমির উর্বরতা 5% বাড়াতে সার লাগে 1 কেজি

1 কাঠা জমির উর্বরতা 2% বাড়াতে সার লাগে $\frac{2}{5}$ কেজি

1 বিঘা জমির উর্বরতা 2% বাড়াতে সার লাগে $\frac{2}{5} \times 20 = 8$ কেজি [$\because$ 1 বিঘা = 20 কাঠা]

ভূমিকম্পে লগারিদম

আমরা সবাই ভূমিকম্পের সাথে পরিচিত। এটি একটি প্রাকৃতিক দুর্যোগ। ভূমিকম্পের মাত্রা কম হলে এলাকায় ক্ষয়ক্ষতির পরিমাণ তুলনামূলকভাবে কম হয়। আর ভূমিকম্পের মাত্রা বেশি হলে সেই এলাকায় ঘরবাড়ি ও জানমালের ক্ষয়ক্ষতি তুলনামূলকভাবে বেশি হয়। বিজ্ঞানীগণ ভূমিকম্পের মাত্রা পরিমাপ করে থাকেন।

তোমরা কি জানো, ভূমিকম্পের মাত্রা কীভাবে নির্ণয় করা হয়? চার্লস ফ্রান্সিস রিকটার (Charles Francis Richter) ভূমিকম্পের মাত্রা নির্ণয়ের জন্য নিচের সূত্রটি বের করেন।

ভূমিকম্পের মাত্রা, $R = \log\left(\frac{I}{S}\right)$

যেখানে I = ভূমিকম্পের উৎপত্তিস্থল থেকে চতুর্দিকে 100 কিমি দূরত্বের এলাকা জুড়ে সর্বোচ্চ তীব্রতা।

এবং S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা, যার মান 1 micron $= \frac{1}{10000}$ সেমি।

ভূমিকম্প পরিমাপ করার যন্ত্রের নাম সিসমোগ্রাফ। এটি উদ্ভাবন করেন চার্লস ফান্সিস রিক্টার। তার নামানুসারে স্কেলটির নামকরণ করা হয় রিক্টার স্কেল। রিক্টার স্কেলে, ভূমিকম্পের মাত্রাকে R দ্বারা সূচিত করা হয়।

আদর্শ ভূমিকম্পের ক্ষেত্রে $I = S$. সুতরাং

আদর্শ ভূমিকম্পের মাত্রা, $R = \log\left(\frac{S}{S}\right) = log1 = 0$

সুতরাং, $R = 0$ দ্বারা বোঝা যায়, সেই স্থানে আসলে কোনোরূপ ভূমিকম্প সংঘটিত হয়নি।

একটি পর্যবেক্ষণ

চলো একটি মজার বিষয় সম্পর্কে অবগত হই। তোমরা কি ভাবতে পার, রিক্টার স্কেলে 5 মাত্রার ভূমিকম্পের চেয়ে 6 মাত্রার ভূমিকম্প 10 গুণ বেশি শক্তিশালী। বিষয়টি বোঝার জন্য ধরি, 5 মাত্রার ভূমিকম্পের তীব্রতা I_5 এবং 6 মাত্রার ভূমিকম্পের তীব্রতা I_6, তাহলে

$$5 = \log_{10}\left(\frac{I_5}{S}\right) \text{ এবং } 6 = \log_{10}\left(\frac{I_6}{S}\right)$$

$$\therefore \frac{I_5}{S} = 10^5 \quad \text{এবং} \quad \frac{I_6}{S} = 10^6$$

বা, $$\frac{\frac{I_6}{S}}{\frac{I_5}{S}} = \frac{10^6}{10^5}$$

বা, $$\frac{I_6}{I_5} = 10$$

$\therefore I_6 = 10 \times I_5$

সুতরাং, আমরা দেখতে পাচ্ছি, 5 মাত্রার ভূমিকম্পের চেয়ে 6 মাত্রার ভূমিকম্প 10 গুণ বেশি শক্তিশালী।

জোড়ায় কাজ

দেখাও যে, 5 মাত্রার ভূমিকম্পের চেয়ে 7 মাত্রার ভূমিকম্প 100 গুণ বেশি শক্তিশালী। আবার, 5 মাত্রার ভূমিকম্পের চেয়ে 8 মাত্রার ভূমিকম্প 1000 গুণ বেশি শক্তিশালী।

রিক্টার স্কেলে মাত্রা 1 বৃদ্ধি পাওয়ার কারণে ভূমিকম্পের শক্তি বৃদ্ধি পায় 10 গুণ। মাত্রা 2 বা 3 বৃদ্ধি পাওয়ার কারণে ভূমিকম্পের শক্তি বৃদ্ধি পায় যথাক্রমে 100 বা 1000 গুণ। এমন পরিবর্তন কেনো হয় তা কি বলতে পার? আসলে এই মাত্রা 10 ভিত্তিক লগ ব্যবহার করে নির্ণয় করা হয় বলেই, এমন পরিবর্তন হয়।

সমস্যা: 2023 সালের 6 ফেব্রুয়ারি তুরস্কের দক্ষিণাংশে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 7.8 রেকর্ড করা হয়। প্রায় 9 ঘন্টা পর তুরস্কের দক্ষিণ-পশ্চিমাংশে আরও একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যার মাত্রা 7.5 রেকর্ড করা হয়। পূর্বের ভূমিকম্পটি পরবর্তী ভূমিকম্পের চেয়ে কতগুণ বেশি শক্তিশালী ছিল?

সমাধান: মনে করি,

I_1 = পূর্বের ভূমিকম্পের তীব্রতা, I_2 = পরবর্তী ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা।

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে

পূর্বের ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}\left(\frac{I_1}{S}\right)$ এবং পরবর্তী ভূমিকম্পের মাত্রা = $\log_{10}\left(\frac{I_2}{S}\right)$

প্রশ্নমতে,

$\log_{10}\left(\frac{I_1}{S}\right) = 7.8 \quad \ldots\ldots(1)$ এবং $\log_{10}\left(\frac{I_2}{S}\right) = 7.5 \quad \ldots\ldots(2)$

(1) নং থেকে (2) নং বিয়োগ করে পাই,

$\log_{10}\left(\frac{I_1}{S}\right) - \log_{10}\left(\frac{I_2}{S}\right) = 7.8 - 7.5$

বা, $(\log_{10}I_1 - \log_{10}s) - (\log_{10}I_2 - \log_{10}s) = 0.3$

বা, $\log_{10}I_1 - \log_{10}s - \log_{10}I_2 + \log_{10}s = 0.3$

বা, $\log_{10}I_1 - \log_{10}I_2 = 0.3$

বা, $\log_{10}(\frac{I_1}{I_2}) = 0.3$

এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

$$10^{0.3} = \frac{I_1}{I_2}$$

বা, $\frac{I_1}{I_2} = 10^{0.3}$

বা, $\frac{I_1}{I_2} \approx 1.995262315$

$\frac{I_1}{I_2} \approx 2$

$\therefore I_1 \approx 2I_2$

সুতরাং, পূর্বের ভূমিকম্পটি পরবর্তী ভূমিকম্পের চেয়ে প্রায় দ্বিগুণ শক্তিশালী ছিল।

দলগত কাজ

সমস্যা ১: 1885 সালের 14 জুলাই মানিকগঞ্জে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 7.0 রেকর্ড করা হয়। 2003 সালের 27 জুলাই রাঙামাটির বরকল উপজেলায় যে ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 5.1 রেকর্ড করা হয়। মানিকগঞ্জের ভূমিকম্পটি রাঙামাটির ভূমিকম্পের চেয়ে কতগুণ বেশি শক্তিশালী ছিল?

সমস্যা ২: গত শতাব্দীর প্রথমদিকে উত্তর আমেরিকার একটি স্থানের ভূমিকম্পের মাত্রা রেকর্ড করা হয়েছিল 8.3 এবং ওই একই বছরে দক্ষিণ আমেরিকার একটি স্থানের ভূমিকম্পের মাত্রা রেকর্ড করা হয়েছিল যা উত্তর আমেরিকার ভূমিকম্পের তীব্রতার চেয়ে চারগুণ বেশি শক্তিশালী। দক্ষিণ আমেরিকার ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?

লগারিদম ব্যবহার করে শব্দের মাত্রা পরিমাপ

শব্দের মাত্রা পরিমাপ করতে লগারিদম ব্যবহার করা হয়। সাধারণত ডেসিবেল এককে শব্দের মাত্রা পরিমাপ করা হয়।

শব্দের মাত্রা,

$$d = 10\log_{10}(\frac{I}{S})$$

যেখানে, I = ওয়াটে প্রকাশিত প্রতি বর্গমিটারে শব্দের সর্বোচ্চ তীব্রতা।

শিক্ষাবর্ষ ২০২৪

S = ওয়াটে প্রকাশিত প্রতি বর্গমিটারে শব্দের সর্বনিম্ন তীব্রতা যার কমে মানুষ শুনতে পায় না।

$S = 10^{-12} w/m^2$.

উদাহরণ ১: একটি শব্দযন্ত্র থেকে প্রতিনিয়ত $2.30 \times 10^2 w/m^2$ মাত্রার শব্দ বের হচ্ছে। সেই স্থানে অবস্থিত মানুষের কানে কত ডেসিবেলে ওই শব্দ পৌঁছাবে?

সমাধান: আমরা জানি, শব্দের মাত্রা, $d = 10\log_{10}(\frac{I}{S})$

এখানে, $I = 2.30 \times 10^2 w/m^2$

এবং $S = 10^{-12} w/m^2$

$\therefore d = 10\log_{10}(\frac{2.30 \times 10^2 w/m^2}{10^{-12} w/m^2})$

$= 10 \log_{10}(\frac{2.30 \times 10^2}{10^{-12}})$

$= 10 \log_{10}(2.30 \times 10^{2+12})$

$= 10 \log_{10}(2.30 \times 10^{14})$

$= 10(\log_{10} 2.30 + \log_{10} 10^{14})$

$= 10(\log_{10} 2.30 + 14 \log_{10} 10)$

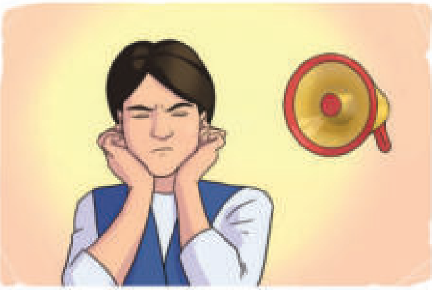
$\approx 10(0.3617278 + 14 \times 1)$

$= 10(0.3617278 + 14)$

$= 10 \times 14.3617278$

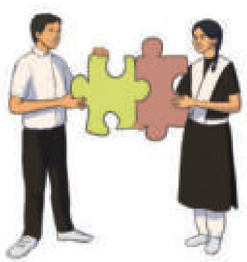
$= 143.617278$

≈ 144



$\therefore$ শব্দের মাত্রা 144 ডেসিবেল (প্রায়)।

জোড়ায় কাজ



সমস্যা ৩: একটি ইট ভাঙার মেশিন থেকে প্রতিনিয়ত $3.14 \times 10^3\ w/m^2$ মাত্রার শব্দ বের হচ্ছে। সেই স্থানে ইট ভাঙার শ্রমিকের কানে কত ডেসিবেলে ওই শব্দ পৌঁছায়?

উদাহরণ ২: কোনো একটি উৎস থেকে শব্দের মাত্রা প্রতি বর্গমিটারে $4.0 \times 10^{-5} w$ হলে ওই শব্দকে ডেসিবেলে প্রকাশ করলে কত হবে?

সমাধান: আমরা জানি, শব্দের মাত্রা, $d = 10 \log_{10}(\frac{I}{S})$

এখানে $I = 4.0 \times 10^{-5} w/m^2$

এবং $S = 10^{-12}\ w/m^2$

$\therefore \text{d} = 10 \log_{10}\left(\dfrac{4.0 \times 10^{-5} w/m^2}{10^{-12}\ w/m^2}\right)$

$= 10 \log_{10}\left(\dfrac{4.0 \times 10^{-5}}{10^{-12}}\right)$

$= 10 \log_{10}(4.0 \times 10^{-5+12}$

$= 10 \log_{10}(4 \times 10^7)$

$= 10(\log_{10}4 + \log_{10}10^7)$

$= 10(\log_{10}4 + 7 \log_{10}10)$

$\approx 10(0.60206 + 7 \times 1)$

$= 10(0.60206 + 7)$

$= 10(7.60206)$

$= 76.0206 \approx 76$

$\therefore$ শব্দের মাত্রা 76 ডেসিবেল (প্রায়)।

একক কাজ

সমস্যা ৪: একটি ইঞ্জিন চালিত অটোরিক্সা থেকে শব্দের মাত্রা প্রতি বর্গমিটারে $2.35 \times 10^{-6} w$ বের হচ্ছে। অটোরিক্সাতে বসা অবস্থায় তোমার কানে কত ডেসিবেলে ওই শব্দ পৌঁছাবে?

উদাহরণ ৩: একটি গরম পানির পাম্প থেকে 50 ডেসিবেলের শব্দ নির্গত হচ্ছে। অন্যদিকে একটি সেচ পাম্প থেকে 62 ডেসিবেলের শব্দ নির্গত হচ্ছে। সেচ পাম্পের শব্দের তীব্রতা গরম পানির পাম্পের শব্দের তীব্রতা থেকে কতগুণ বেশি?

সমাধান: আমরা জানি, শব্দের মাত্রা,

$d = 10 \log_{10}\left(\dfrac{I}{S}\right)$, এখানে $d = 50$

মনে করি, গরম পানির পাম্পের ক্ষেত্রে,

শব্দের তীব্রতা $I = h$

সুতরাং $50 = 10\log_{10}\left(\frac{h}{S}\right)$

উভয় পক্ষকে 10 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$5 = \log_{10}\left(\frac{h}{S}\right)$$

বা, $\frac{h}{S} = 10^5$

$\therefore h = 10^5 \times S \ldots\ldots\ldots(1)$

ধরি, সেচ পাম্পের ক্ষেত্রে, শব্দের তীব্রতা $I = w$

$\therefore 62 = 10\log_{10}\left(\frac{w}{S}\right)$

উভয় পক্ষকে 10 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$6.2 = \log10\left(\frac{w}{S}\right)$

বা, $\frac{w}{S} = 10^{6.2}$

$\therefore w = 10^{6.2} \times S \ldots\ldots\ldots(2)$

(1) ও (2) নং হতে পাই,

$\frac{w}{h} = \frac{10^{6.2} \times \mathrm{S}}{10^5 \times \mathrm{S}}$

বা, $\frac{w}{h} = 10^{6.2-5}$

বা, $\frac{w}{h} = 10^{1.2}$

বা, $\frac{w}{h} \approx 15.85$

$\therefore w \approx 15.85 \times h$

সুতরাং, সেচ পাম্পের শব্দের তীব্রতা গরম পানির পাম্পের শব্দের তীব্রতার 15.85 গুণ প্রায়।

অনুশীলনী

1. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে মান নির্ণয় করো:

   (i) $2\sqrt[3]{343} + 2\sqrt[5]{243} - 12\sqrt[6]{64}$ (ii) $\frac{y^{a+b}}{y^{2c}} \times \frac{y^{b+c}}{y^{2a}} \times \frac{y^{c+a}}{y^{2b}}$

2. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $\left(\frac{z^a}{z^b}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{z^b}{z^c}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{z^c}{z^a}\right)^{c+a-b}$

3. নিচের সূচক সমতাকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করো এবং বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে x এর মান বের করো।

   (ii) $2^x = 64$ (ii) $(1.2)^x = 100$ (iii) $7^x = 5$ (iv) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 7$

4. 10% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে 3 গুণ হবে?

5. করোনা ভাইরাসের নাম তোমরা সবাই জানো। এই ভাইরাস দ্রুত ছড়ায়। যদি করোনা ভাইরাস 1 জনের থেকে প্রতিদিন 3 জনে ছড়ায়, তবে 1 জন থেকে 1 মাসে মোট কতোজন করোনা ভাইরাসে আক্রান্ত হবে? কতোদিনে 1 কোটি মানুষ আক্রান্ত হবে?

6. সেতুর চাচার 3 বিঘা জমি আছে। তিনি তাঁর জমির উর্বরতা ঠিক রাখার জন্য প্রতিবছর 30 কেজি জৈব সার প্রয়োগ করেন। প্রতি কেজি সারে যদি প্রতি কাঠা জমির উর্বরতা 3% বৃদ্ধি করে, তবে সেতুর চাচার জমির অবচয় বের করো? তিনি যদি জমিতে সার প্রয়োগ না করতেন, তাহলে কত বছর পরে তাঁর জমিতে আর কোনো ফসল হবে না?

7. 1918 সালের 8 জুলাই মৌলভীবাজারের শ্রীমঙ্গলে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 7.6 এবং 1997 সালের 22 নভেম্বর চট্টগ্রামে যে ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যার মাত্রা 6.0 রেকর্ড করা হয়। শ্রীমঙ্গালের ভূমিকম্পটি চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের চেয়ে কতগুণ বেশি শক্তিশালী ছিল?

8. কোনো এক সময় জাপানে একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয়, রিক্টার স্কেলে যার মাত্রা 8 রেকর্ড করা হয়। ওই একই বছরে সেখানে আরও একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যা পূর্বের চেয়ে 6 গুণ বেশি শক্তিশালী। রিক্টার স্কেলে পরবর্তী ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?

9. 1999 সালের জুলাই মাসে কক্সবাজারের মহেশখালিতে যে ভূমিকম্প হয় তার মাত্রা রেকর্ড করা হয়েছিল 5.2 এবং 2023 সালের 6 ফেব্রুয়ারি তুরস্কের দক্ষিণাংশে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় তা মহেশখালির ভূমিকম্পের তীব্রতার চেয়ে 398 গুণ বেশি শক্তিশালী ছিল। তুরস্কের দক্ষিণাংশের ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?